



TESIS DE GRADO EN  
INGENIERÍA INDUSTRIAL

OPTIMIZACIÓN DE  
SUBASTAS COMBINATORIAS

Autor: Federico Martín Oller

Director de Tesis: Ing. Rifat Lelic

2007



## **RESUMEN**

La subasta es una de las instituciones más extendidas en el mercado. Hay numerosas clases y se aplican a muy diversos ambientes. Por todas estas diferencias, se presenta un escenario muy rico para el análisis con distintos fenómenos, resultados y consecuencias. Una de las situaciones que más desafíos plantea, es la subasta de múltiples unidades, especialmente cuando estas son complementarias. En estas circunstancias los mecanismos tradicionales presentan vicios que atentan contra la eficiencia de la operación. Es por esto que se han desarrollado procesos especiales para estos casos. La subasta combinatoria es uno de ellos.

A lo largo de este trabajo, se describirán los aspectos teóricos y los efectos en la práctica para luego proponer un modelo de resolución de una subasta combinatoria aplicada a un caso.

### *Summary*

Auctions are one of the most extended market institutions. There are numerous kinds of them and they are applied in very diverse environments. Because of these differences, a very rich scenery for analysis is shown, with its own characteristics, results and consequences. One of the most defying situations that can be found is the auction of multiple items, especially when they are complementary to each other. In these circumstances, the traditional mechanisms present vices that attempt on the efficiency of the trade. It is because of this, that special processes have been developed for these cases. The combinatorial auction is one of them.

Along this paper, theoretical aspects and practical effects will be described in order to finish with the proposal of a model for the resolution of a combinatorial auction applied to a case.



# TABLA DE CONTENIDOS

## SECCIÓN I

---

<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>3</b>
<b>CAPÍTULO 2. TIPOS DE SUBASTAS .....</b>	<b>7</b>
<b>CAPÍTULO 3. ESTRATEGIAS EN LA PRESENTACIÓN DE OFERTAS.....</b>	<b>9</b>
o En Subastas Inglesas .....	9
o En Subastas a Sobre Cerrado de Segundo Precio .....	9
o En Subastas a Sobre Cerrado de Primer Precio y Holandesas .....	11
o Teorema de Equivalencia de Ingresos .....	12
<b>CAPÍTULO 4. ALGUNOS CONCEPTOS Y FENÓMENOS DENTRO DE LAS SUBASTAS .....</b>	<b>15</b>
o Competencia en la Subasta .....	15
o Principio de Revelación .....	15
o La Maldición del Ganador .....	17
o Actualización .....	20
<b>CAPÍTULO 5. DISEÑO DE UNA SUBASTA .....</b>	<b>23</b>
o Información sobre el ítem .....	23
o Información sobre la competencia .....	24
o Precio de Reserva.....	24
o Ganador Natural.....	24
o Situaciones Propicias para una subasta.....	25

## SECCIÓN II

---

<b>CAPÍTULO 6. SUBASTAS DE MÚLTIPLES UNIDADES.....</b>	<b>29</b>
<b>CAPÍTULO 7. SUBASTAS COMBINATORIAS.....</b>	<b>31</b>
o AUSM .....	32
o Reloj Combinatorio.....	33
<b>CAPÍTULO 8. CASO DE SUBASTA COMBINATORIA Y UN MODELO DE RESOLUCIÓN.....</b>	<b>35</b>
o Descripción del Caso .....	35

○ Estructura de las Ofertas.....	37
○ ¿Por qué una Subasta Combinatoria?.....	38
○ La Elaboración de las Ofertas .....	39
○ El Modelo .....	41
○ Los Resultados .....	42
○ Algunos puntos a considerar .....	43

## **SECCIÓN III**

---

<b>CAPÍTULO 9. TENDENCIAS.....</b>	<b>49</b>
<b>CAPÍTULO 10. CONCLUSIÓN.....</b>	<b>51</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>53</b>
<b>ANEXO.....</b>	<b>55</b>

# **SECCIÓN I**

## **CONCEPTOS PRINCIPALES**

**Y**

## **DESCRIPCIÓN DE LOS FENÓMENOS SUBSTANCIALES**





## CAPÍTULO 1

### INTRODUCCIÓN

La subasta es una de las instituciones de mercado más antiguas. Existe documentación que describe la venta para casarse de mujeres en Babilonia en el año 580 A.C. a través de este mecanismo. Los romanos la utilizaron para vender propiedades, arte y esclavos. Un hecho curioso ocurrió cuando el Emperador Pertinax fue asesinado por su Guardia Pretoriana en el año 193 D.C. Los guardias pusieron el trono del imperio a subastar. Juliano fue el mayor oferente con 6.250 dracmas por guardia. Tristemente Juliano fue decapitado 2 meses después por Séptimo Severo cuando conquistó Roma.

La gente piensa en subastas en el contexto de venta de antigüedades y de obras de arte, o en licitaciones del estado para construir o conseguir algún servicio. Más recientemente, las subastas de Internet han tenido un gran éxito, llamando poderosamente la atención y abriendo un nuevo campo de estudio. Sin embargo, la subasta es un fenómeno mucho más corriente de lo que sugieren estos casos explícitos. Cuando un pintor presupuesta un trabajo, está ofertando. Lo mismo hace un proveedor cuando pasa un precio por una pieza. Las conductas presentes en una subasta son fundamentales en una economía descentralizada y de mercado; y, en efecto, son componente principal en el proceso de formación de precios. Por este motivo, es valioso echar una mirada a las subastas, para entenderlas y poder aplicarlas en las numerosas situaciones en que es menester hacerlo.

Pero, ¿qué es una subasta? Es una institución de mercado con reglas explícitas que determina la asignación de recursos y precios sobre la base de las ofertas de los participantes.

Hay dos situaciones diferentes en las que se compete en una subasta: para comprar o para vender. Enfocaremos el tratamiento teórico en la compra pero los mismos principios y conclusiones pueden transferirse fácilmente a la venta.

Existen dos situaciones fundamentales: en una de ellas, varios participantes aspiran a comprar a un sólo vendedor; en la otra, varios vendedores ofertan su producto a un comprador. Sin embargo, también se presenta el caso de la subasta doble, en la cual varios compradores y varios vendedores presentan sus ofertas simultáneamente. Esta variante se puede observar en las bolsas de valores y en los mercados de commodities. También se ha comenzado a utilizar para servicios como el transporte y la logística de productos.

En este trabajo se analizarán los casos en que hay un vendedor, o un comprador, que organiza la subasta. El caso de organizadores que compiten no será tratado.

## **El Papel del Compromiso**

Es obvio, e importante, el hecho de que el subastador debe poder comprometerse a cumplir con aquellos puntos a los que se obliga al momento de la convocatoria. Incluso en los casos de subastas más simples, los participantes revelan información sobre sus preferencias que puede ser utilizada por el organizador para negociar luego de haber roto su promesa.

La ventaja fundamental de un compromiso, es que puede lograr que los participantes oferten de la manera que se desea. En *La Estrategia de Conflicto* (The Strategy of Conflict, Thomas Schelling) se explicó las ventajas en situaciones estratégicas con poder de compromiso: “Si el comprador puede aceptar un compromiso irrevocable, de una manera que es inequívocamente evidente al vendedor, el vendedor puede reducir el rango de indeterminación al punto más favorable para él.”[Schelling 1960, p.24]<sup>1</sup>. Esto deriva de “la paradoja de que el poder de contener al adversario puede depender del poder de ligarse de uno mismo.”[Schelling 1960, p. 22]<sup>2</sup>.

Hay muchas formas en que el compromiso puede ser logrado. Por ejemplo, fijando detalladas normas, derechos y obligaciones en contratos. Sin embargo, posiblemente la mejor manera, y a veces la única, es poner en juego la reputación de uno. El precio de romper las reglas en el presente puede ser la incapacidad de comprometerse creíblemente en el futuro, y perder poder de negociación.

## **Asimetría en la Información**

La asimetría en la información es uno de los factores que limita el poder de negociación de las partes: Un vendedor no conoce el valor que otorga al objeto en venta un comprador. Si lo supiera, podría ofrecerlo a un precio inmediatamente inferior a esa valuación, amenazando con no vender a un monto menor. El comprador tendría que aceptarlo porque cree la amenaza. En cambio, cuando la información es asimétrica, la capacidad del vendedor de extraer ganancias es más limitada. El vendedor puede explotar la competencia entre compradores para subir el precio pero normalmente no podrá subirlo hasta la valuación más alta.

La razón por la cual se realizan subastas es la asimetría en la información, si no existiera, el vendedor debería fijar el precio como fue explicado anteriormente y evitarse la molestia.

---

<sup>1</sup> “If the buyer can accept an irrevocable commitment, in a way that is unambiguously visible to the seller, he can squeeze the range of indeterminacy down to the point most favorable to him” (Schelling 1960, p.24)

<sup>2</sup> “paradox that the power to constrain an adversary may depend on the power to bind oneself” (p.22)

## Distintos Tipos de Valores

### *Modelo de Valores Privados Independientes*

Cada participante conoce precisamente el valor que otorga al bien. No conoce la valuación del resto; sino que la supone de una distribución de probabilidades. A su vez, sabe que el resto de los oferentes y el vendedor deducen la suya de la misma manera. Las diferencias entre los participantes se relacionan con diversidad de gustos. La valuación de cada uno es estadísticamente independiente del resto. Este modelo aplica, por ejemplo, a la venta de obras de arte para el consumo personal, y no para la reventa a un tercero. También es útil en las licitaciones públicas donde cada uno conoce el costo de satisfacer la demanda.

### *Modelo de Valor Común*

Distinto es el caso en que una antigüedad es comprada con el propósito de revenderse, o en la compra de los derechos de explotación minera de una región. Ahora el objeto tiene un solo valor objetivo, el precio de la antigüedad en el mercado o la cantidad de oro bajo la superficie. Sin embargo, nadie conoce este valor. Lo que se tiene son “señales” del valor, dependiendo de la información disponible, y las distintas estimaciones. Si  $V$  es el valor, entonces  $v_i$ ,  $i=1, \dots, n$ , son muestras independientes de una distribución de probabilidades  $H(v_i/V)$ . Todos los participantes conocen la distribución  $H$ .

Si se da el caso en que un participante averigua la valuación de otro. Si el modelo del valor común describe la situación, saber otra valuación provee información útil sobre el verdadero valor: el oferente probablemente cambiará la suya a la luz del descubrimiento. Por otro lado, si el modelo de valores privados independientes es el que aplica, no cambiará nada.

### *Los Valores en la realidad*

Estos dos modelos pueden verse como los extremos. En el mundo real, suelen verse aspectos de ambos simultáneamente. Por ejemplo, dependiendo de la tecnología de extracción que posee una empresa el valor del producto que se extrae de una mina puede cambiar de una a otra. En el caso de una subasta de obras de arte, ver que alguien con un gusto similar al de uno oferta una suma alta puede hacernos subir nuestra valuación. Esto complica la modelización y la resolución de problemas en la realidad.

## Otros Aspectos a Considerar en las Subastas

Otros aspectos a considerar es si todos los participantes pueden ser considerados iguales, es decir, que extraen sus valuaciones de la misma distribución de probabilidades o no. De hacerlo son considerados participantes simétricos, de no hacerlo, son asimétricos.

## Optimización de Subastas Combinatorias

En cuanto a la forma de pago, también hay consideraciones importantes porque pueden relacionarse al verdadero valor del bien, mediante regalías por ejemplo, o mantenerse independientes.

## CAPÍTULO 2

### TIPOS DE SUBASTAS

#### **Subasta Inglesa**

Es la forma más común de subasta para la venta de bienes. En una subasta inglesa, el precio es subido sucesivamente hasta que un solo participante mantiene la oferta más alta. Esto puede ser llevado a cabo por un subastador que va anunciando los precios mientras que los participantes aceptan, o por los mismos participantes que gritan sus ofertas, o por ofertas presentadas por medios electrónicos. La característica esencial de la subasta inglesa es que, en cualquier momento, cada participante conoce el monto de la mejor oferta. Antigüedades y piezas artísticas, por ejemplo, son vendidas en este tipo de subasta.

#### **Subasta Holandesa**

La subasta holandesa es lo opuesto a la inglesa. El subastador establece un precio alto inicial y luego comienza a bajarlo hasta que un participante acepta el precio. La subasta Holandesa es usada, por ejemplo, para vender flores en los Países Bajos, pescado en Israel, y tabaco en Canadá.

#### **Subasta a Sobre Cerrado de Primer Precio**

En este formato, compradores potenciales presentan ofertas en sobres cerrados y quien haya hecho la oferta más alta obtiene el objeto en disputa, pagando el precio de su oferta. La principal diferencia entre este tipo de subasta y la inglesa, es que en la inglesa, los participantes observan las ofertas de los rivales y, de acuerdo a esto, pueden revisar las propias; a sobre cerrado, sólo se puede presentar una oferta.

Este tipo de subastas son usadas en licitaciones de derechos minerales en tierras federales de los Estados Unidos; también son usadas en ventas de arte e inmobiliarias. Sin embargo, su utilización más importante es en contratos públicos.

#### **Subasta a Sobre Cerrado de Segundo Precio (Vickrey)**

Bajo este sistema, los participantes presentan ofertas en sobre cerrado sabiendo que aquel que haga la propuesta más alta ganará el objeto pero pagará un precio igual a la segunda mayor oferta, no la propia. Este formato, también es llamado Vickrey, en honor a su creador, quien la describió en su brillante tratado de 1961. Aunque tiene propiedades teóricas útiles, raramente es usada en la práctica. Hasta ahora se ha utilizado mayormente en laboratorios de economía e investigación.

Este tipo de remate induce a que los agentes revelen su verdadero valor de reserva porque, como se paga el valor inmediato inferior al máximo, cada agente piensa que si

su valoración es la mayor de todas, puede ofrecerla porque termina pagando sólo el valor de reserva del agente con una oferta inferior a él.

### **Otros tipos adicionales**

Se han usado muchas variantes a estos cuatro modelos básicos. Por ejemplo, la subasta “Anglo-Holandesa” [Paul Klemperer, 1998] donde para cuatro licencias los precios subieron continuamente hasta que quedaron cinco participantes (la etapa inglesa), después los cinco sobrevivientes hacen ofertas a sobre cerrado (no pueden ser menores al nivel anterior) y los cuatro ganadores pagan la cuarta oferta más alta (la etapa holandesa) Los participantes débiles tienen un incentivo para entrar porque saben que si sobreviven a la primera etapa tienen muchas chances de ganar en la segunda.

Otros ejemplos son descritos en este párrafo. El vendedor puede imponer un precio de reserva mínimo, descartando todas las ofertas por debajo de él [Cassady 1967, Ch. 16]. Los participantes tienen permitido presentar ofertas durante un tiempo limitado [Shubik 1983, pp. 45-49]. El subastador puede cobrar a los participantes una cuota de entrada por el derecho a ofertar [Kenneth French y Robert McCormick, 1984]. El pago puede depender no sólo de la oferta sino también de un factor relacionado con el verdadero valor del objeto, como se obtiene usando regalías [James Ramsey, 1980]. En subastas inglesas el subastador puede establecer incrementos mínimos a la máxima oferta existente [B. S. Yamey, 1972]. El vendedor puede, en lugar de vender el objeto como una unidad, ofrecer porciones de él [Wilson, 1979].

## CAPÍTULO 3

### ESTRATEGIA EN LA PRESENTACIÓN DE OFERTAS

Para comenzar se deben señalar las equivalencias que existen entre los distintos tipos de subastas. Se halla una estrecha relación entre las subastas holandesa y a sobre cerrado de primer precio. En ambos casos, aquel que haya realizado la oferta más alta se llevará el objeto, sin conocer la valoración del resto de los participantes y pagando el precio que ofertó.

En el caso de las subastas Vickrey e inglesa el vínculo es más débil. En ambos casos, el ganador paga la segunda mejor oferta pero en el caso de la subasta inglesa el valor que otorga el ganador al objeto no se conoce, mientras que una de las ventajas del método Vickrey es que sí es revelado.

Definiremos al valor para el participante como “ $v$ ” y el monto de la oferta como “ $o$ ”

#### En Subastas Inglesas

Al momento de la subasta, el individuo conoce el valor que tiene el objeto en cuestión para él. La estrategia es ofertar crecientemente hasta que se alcance una de dos situaciones: que la oferta más alta exceda el valor propio o hasta hacer una oferta que nadie supere, obteniendo el objeto a ese precio. Cada participante obtiene una utilidad igual a la diferencia entre el valor y la oferta, si consigue el objeto en disputa. De otra manera, la utilidad es igual a cero.

El efecto de una oferta correcta es que el precio es aproximadamente igual al segundo mayor valor. Los participantes con el segundo mayor valor abandonarán la puja al llegar a ese valor. Luego el que tenga la mayor valuación, ofertará el segundo valor más un pequeño incremento. De esta manera el vendedor tiende a capturar la segunda mayor valuación.

Existen subastas en las que se establece un incremento mínimo entre oferta y oferta, sin embargo, el resultado promedio para el vendedor sigue siendo el mismo.

Esta subasta permite ir obteniendo información a medida que el remate avanza, por lo que los agentes ven reducida la incertidumbre acerca de las valoraciones del resto.

#### En Subastas a Sobre Cerrado de Segundo Precio

Analicemos las posibles situaciones que se pueden presentar. Se supone que la mayor oferta después de  $v$  es  $w$ . Si  $v > o > w$  gana la subasta, y paga  $w$ . Lo mismo sucedería si ofertara  $v$ . Si  $w > v$  el participante pierde la subasta y no gana nada, igual que si hubiese ofrecido  $v$ . Pero si  $v > w > o$  ofrecer  $o$  causa que pierda la subasta, mientras que si hubiese

ofrecido  $v$  hubiera ganado, pagado  $w$  y obtenido una ganancia de  $v-w$ . Por lo cual nunca puede ganar y sí perder si ofrece  $o < v$ . Esto se puede observar en la *Figura 1.1*.



Figura 1.1. Resultados de ofertar por debajo del valor en una subasta de sobre cerrado de segundo precio

Ahora se considera que ofrece  $o > v$ . Si la siguiente oferta más alta es  $w$  y  $v > w$ , gana y paga  $w$ , que es lo mismo que sucede si ofrece  $v$ . Si  $w > o > v$  pierde igual que si ofrece  $v$ , resultando en una utilidad igual a cero. Pero si  $o > w > v$ , habiendo ofertado  $o$ , hace que gane una subasta que de otra manera hubiera perdido y debe pagar  $w > v$  por lo cual el jugador tiene un resultado negativo. Por lo cual una oferta de  $o > v$  puede perjudicarlo y nunca beneficiarlo. Esto se puede observa en la *Figura 1.2*.

**Conclusión:** Es conveniente ofertar el valor propio.

De esta manera se asegura el subastador conocer el verdadero valor que le asignan los participantes al objeto.

*En estos primeros dos tipos de subasta, encontramos un equilibrio dominante; esto es, que cada participante tiene una oferta óptima independientemente de las ofertas del resto.*



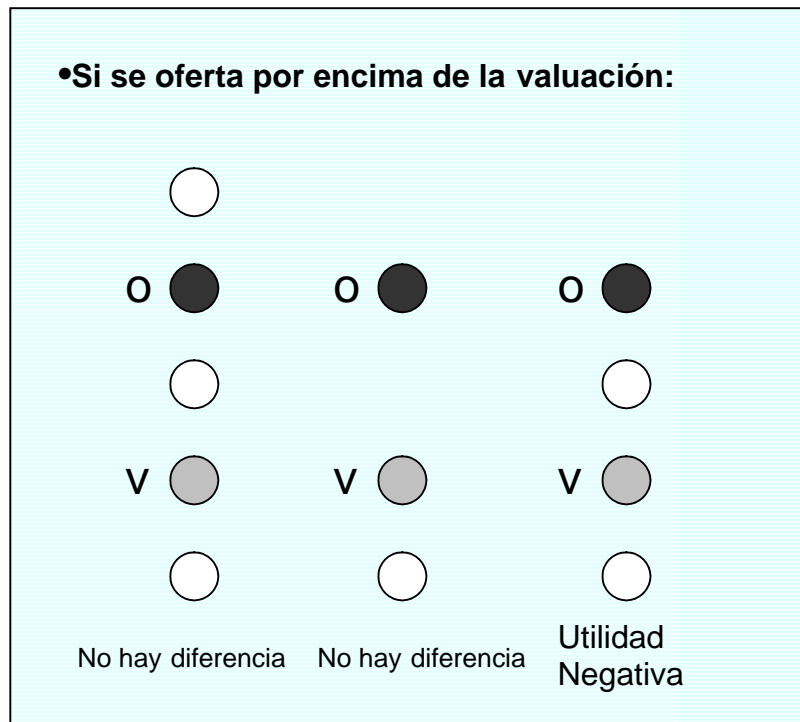


Figura 1.2. Resultados de ofertar por debajo del valor en una subasta de sobre cerrado de segundo precio

### En Subastas a Sobre Cerrado de Primer Precio y Holandesa

La estrategia óptima se vuelve más compleja en estos tipos de subastas, ya que depende de la conducta del resto de los participantes. En ambos casos, la información proveniente de ellos no está disponible al momento de hacer la oferta, y es realmente, importante.

Al momento de hacer la oferta, cada oferente piensa en maximizar su ganancia, que se basa en la siguiente fórmula:

$$\text{Ganancia Esperada} = (\text{valor} - \text{oferta}) \times \text{Probabilidad de ganar} \quad (1.1)$$

La probabilidad de ganar aumenta con la oferta, mientras que el otro término disminuye; produciendo la compensación entre un factor y otro. Como se ve en la *Figura 1.3*, si una empresa poseyese la máxima valuación y ofertara ese monto, obtendría un beneficio igual a cero; cuando, en realidad, tiene espacio para mejorar este resultado.

El punto de partida para cualquier procedimiento es calcular la probabilidad de ganar como función de la oferta. Varias técnicas se han desarrollado usando datos históricos para estimar esta función.

En el caso especial en que se cumplen las siguientes condiciones (Modelo Benchmark):

- Los participantes son neutrales al riesgo.
- Los participantes son simétricos.
- El pago consiste en la oferta solamente, no existen regalías.
- Se aplica el modelo de valores privados independientes.

Y suponiendo que la distribución de valuaciones es uniforme y que la menor valuación posible es igual a cero la oferta debe ser igual a:

$$o = v * (1-1/n) \quad (1.2)$$

El ganador será aquel con la mayor valuación, siempre que todos los participantes actúen racionalmente.

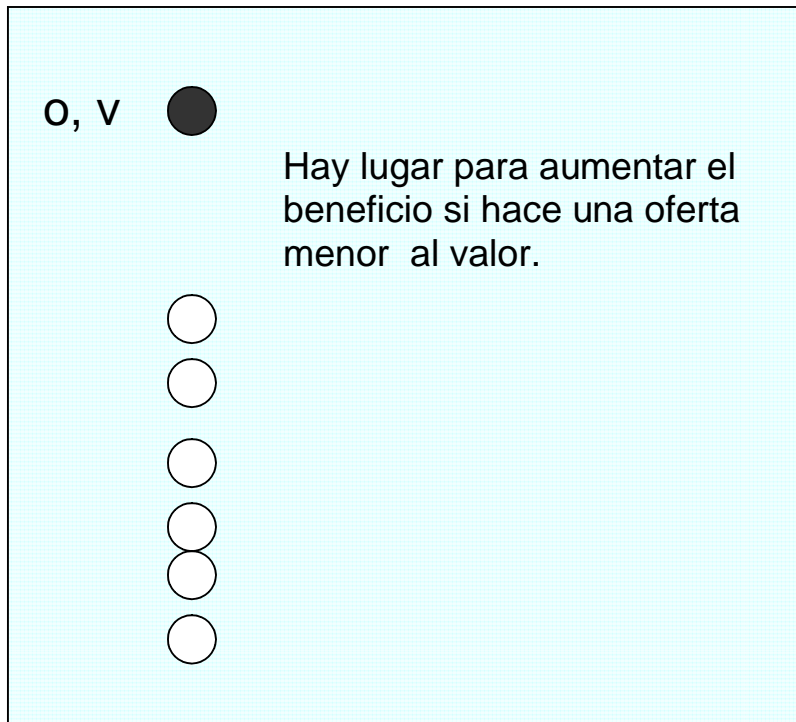


Figura 1.3. Ofertas y Valor en una Subasta Holandesa

*En estos dos tipos de subasta no existe un equilibrio dominante, sino un equilibrio de Nash: cada participante elige su mejor oferta suponiendo que todos los participantes siguen las mismas reglas de decisión. Esta suposición es correcta en el equilibrio.*

### **Teorema de Equivalencia de Ingresos**

En el Modelo Benchmark, cuyas suposiciones fueron explicadas anteriormente, las subastas inglesa, holandesa, a sobre cerrado de primer precio y a sobre cerrado de segundo precio producen en promedio el mismo precio. [Vickrey, 1961]

Esto no implica que los resultados de los cuatro tipos de subastas sean siempre exactamente los mismos. En una subasta inglesa o a sobre cerrado de segundo precio, el precio es igual a la segunda mayor valuación. En una subasta holandesa o a sobre cerrado de primer precio, el precio es la estimación de la segunda valuación dependiendo de la primera valuación (la ganadora). Sólo, por una casualidad, pueden coincidir los dos precios de los distintos tipos de subastas. Sin embargo, son iguales en promedio.

Aunque se obtiene el mismo resultado en promedio, existe una gran diferencia entre los tipos de subastas: en las subastas inglesa y a sobre cerrado de segundo precio, es sencillo escoger la oferta a realizar mientras que en las subastas holandesa y a sobre cerrado de primer precio requieren un gran esfuerzo computacional para encontrar el equilibrio de Nash necesario para establecer el precio.

Bajo estas condiciones las subastas son eficientes en el sentido de Pareto; es decir, el participante con la mayor valuación recibe el objeto en disputa.

Hay que tener en cuenta que estas conclusiones son aplicables siempre y cuando todas las suposiciones se cumplan. En cuanto alguna de ellas deja de cumplirse, hay tipos de subastas que se posicionan sobre otras.



## CAPÍTULO 4

### ALGUNOS CONCEPTOS Y FENÓMENOS DENTRO DE LAS SUBASTAS

A lo largo de este capítulo, varios aspectos que afectan el desarrollo de las subastas y sus resultados serán tratados para, en el capítulo siguiente, explicar algunas consideraciones a la hora del diseño de subastas.

#### Competencia en la Subasta

El efecto de aumentar el número de participantes, es que se incrementa en promedio la segunda mayor valuación, lográndose, que crezcan en promedio los ingresos del vendedor. Suponiendo que el número de participantes es finito, el ganador paga una suma menor a su valuación, obteniendo un beneficio. Pero, si existiera una competencia perfecta entre los oferentes, entonces todo el beneficio sería para el vendedor. Con el número de participantes acercándose a infinito, el precio se aproxima a la mayor valuación posible. Esto sucede porque la segunda tiende a la primera con la cantidad de oferentes.

Además del número de participantes, otro factor importante es la variabilidad en la distribución de las valuaciones. Mientras más grande es la dispersión, mayor es la diferencia esperada entre las dos primeras valuaciones, y, por lo tanto, también lo es el beneficio del ganador. Sin embargo, también aumenta la segunda estimación en monto absoluto, incrementando los ingresos del vendedor.

#### Principio de Revelación

Se define mecanismo como cualquier proceso mediante el cual, al ingresar las ofertas se obtiene como resultado la asignación del bien a un oferente y a un cierto precio. Cada tipo de subasta es un mecanismo. Un mecanismo directo, es aquel en que al participante simplemente se le pide que comunique su valuación. Un mecanismo es incentivo-compatible si está estructurado de tal manera que es en el mejor interés del participante revelar honestamente su valuación.

El Principio de Revelación asegura que “para cualquier mecanismo, existe un mecanismo directo, incentivo-compatible con el mismo resultado”.

El Principio de Revelación logra que se revele honestamente la valuación al diseñar una estructura de pago de tal manera que a los participantes les convenga transmitir esta información. Por ejemplo en el caso de las subastas a sobre cerrado de primer precio, si se estableciera que el objeto será asignado a aquel que declare la mayor valuación pero el pago efectivo será igual a:  $p = v * (1-1/n)$ ; para el participante esto es conveniente; con lo que se obtiene la información y a la vez se optimiza el resultado.

### **La maldición del ganador<sup>3</sup>**

Toda persona que ha tenido que presupuestar un trabajo sabe de las dificultades para llegar a un número. Los costos frecuentemente son más altos de lo esperado; en realidad, casi siempre son más altos de lo calculado. Lo que parece un trabajo fácil puede tener un aspecto inesperadamente arduo. La razón por la subestimación constante de costos está en el proceso de oferta en sí mismo, y en un fenómeno conocido como la maldición del ganador.

El Departamento del Interior de los Estados Unidos (U.S. Department of the Interior) ha vendido miles de derechos de perforación a lo largo de la costa de los estados de Texas y Luisiana. Las ganancias en estas subastas fueron muy bajas en un principio, y por lo menos uno de los participantes que ganaron encontró menos petróleo del que había previsto, a pesar de ser expertos en la estimación de reservas en esas circunstancias. La mayoría de los participantes lograron ajustarse a las condiciones de las subastas, pero se calcula que Texaco perdía dinero sistemáticamente cuando le eran otorgados los permisos de exploración y extracción.

Como todos saben, el petróleo es inherentemente especulativo –nadie sabe cuánto fluido hay debajo de la superficie hasta que se perfora y se comienza a extraer. Nadie está seguro de cuánto petróleo hay hasta que se extrajo en su totalidad y se cierra el pozo. Es más, distintos expertos hacen distintas estimaciones de la cantidad de petróleo que una formación geológica puede contener. Mientras las técnicas de estimación de reservas han mejorado significativamente en el último siglo, los geólogos todavía llegan a diferentes estimaciones. Como consecuencia, los participantes tienen diferentes estimaciones de la cantidad de petróleo disponible en una propiedad. Este es una situación de valor común: nadie sabe cuánto petróleo hay, pero todos tienen estimaciones. Éstas pueden ser muy buenas, hasta no ser sesgadas (es decir, correctas en promedio), pero aún diferentes entre ellas.

La mitad de las áreas que son ganadas nunca son perforadas. Obviamente, el precio se paga aunque no haya explotación, por lo que este dinero fue un gasto improductivo. Desproporcionalmente muchas de las áreas que nunca son explotadas recibieron una sola oferta en la subasta. La falta de otros oferentes es una mala señal para el ganador porque indica que el resto de las firmas consideraron que no era muy valioso hacerse con ese permiso.

La naturaleza de una subasta hace que el oferente con la estimación más alta del valor gane. Por lo tanto, el participante con la sobrestimación más grande del valor del objeto a la venta tenderá a ganar. Incluso si los participantes tienen estimaciones sin sesgo del

---

<sup>3</sup> Preston McAfee, “Competitive Solutions: The Strategist’s Toolkit”, Chapter 12, págs 307-311.

valor, la subasta selecciona al ganador de una manera muy sesgada, eligiendo a aquel que haya sobrestimado el valor por el mayor margen.

Considerando el problema de ofertar un área que puede contener petróleo. Un posible participante crea un equipo de cinco geólogos de primer nivel para estudiar los datos y analizar datos de zonas cercanas y geológicamente similares. Terminado el trabajo, los cinco especialistas llegan a cinco resultados diferentes sobre la estimación del valor de la región petrolera. Estas estimaciones se ven en la *Tabla 1.1*.

1.7	3	2.9	3.9	1.5
-----	---	-----	-----	-----

Tabla 1.1 Cinco Estimaciones del Valor del Petróleo (en millones de pesos)

El promedio de las cinco proyecciones es de 2.6 y tiene un desvío estándar de la muestra de 0.99. Si estos geólogos son normales, otros tendrán la misma variación en sus estimaciones. Éstas tenderán a seguir la forma de una distribución normal, con la consiguiente propiedad de que es igualmente probable que el valor se encuentre por debajo del promedio que por encima. Es más, hay un 16% de probabilidades de que exceda un desvío estándar, un 2.3% de que exceda dos desvíos y un 0.1% de que exceda los tres desvíos estándar.

Mientras más participantes hay en una subasta, más probable es que el ganador haya sobrestimado largamente el valor. El oferente más optimista entre dos, normalmente tendrá una estimación más cercana al valor que un oferente que es más optimista que otros diez participantes. En efecto, se puede cuantificar el efecto que el número de oferentes tiene cuando las estimaciones provienen de una distribución normal. Con dos oferentes, la mayor estimación está, en promedio, 0.56 desvíos estándar sobre la media. La menor estimación está 0.56 desvíos por debajo de la media, y entre las dos promedian la media. Pero esto no importa porque es el participante con la mayor estimación quien ganara la subasta. Por lo tanto, los participantes deberán reducir su oferta por 0.56 desvíos estándar para contrarrestar la maldición del ganador. Haciendo esto, corrigen su estimación por el sesgo que crea la subasta.

La *Tabla 1.2* presenta las correcciones necesarias para neutralizar la maldición del ganador para distinto número de participantes.

Número	2	3	4	5	10	15	20	50	100	500	1000
Corrección	0.564	0.846	1.03	1.16	1.54	1.74	1.87	2.25	2.51	3.04	3.24

Tabla 1.2 Ajustes necesarios, en Desvíos Estándar, para cierto número de participantes

Esos valores representan el promedio en que el mejor oferente sobrestima dado el número de participantes en la subasta. Con cinco compañías estimando el valor, la mayor está 1.16 desvíos estándar sobre la media en promedio. Por lo tanto, para obtener una estimación precisa del valor dado que un participante sabe que es el mayor, el

oferente necesita reducir su estimación por 1.16 desvíos estándar. En forma similar, el más alto de 100 está, en promedio, 2.5 desvíos estándar sobre el verdadero valor.

Un hecho interesante es cuán despacio crecen las correcciones con el número de participantes. Con 4 participantes, deberían reducir sus estimaciones por un desvío estándar para neutralizar el sesgo creado por la subasta. Con cien, la corrección es de 2.5, llegando a 3 desvíos estándar cuando hay 500 participantes. Un desvío estándar puede ser bastante grande en la práctica, rondando entre el 15%-20% del valor promedio en subastas de derechos petroleros “off-shore”. Entonces, con 20 participantes, la oferta ganadora se encuentra un 30% sobre el valor verdadero, en promedio.

El riesgo de la maldición del ganador es mucho más severo en subastas a sobre cerrado de primer precio que en subastas inglesas comunes. La razón es que una maldición del ganador grande en una subasta inglesa requiere que dos o más participantes sobrestimen significativamente el valor, mientras que en una subasta a sobre cerrado sólo se necesita que uno sobrestime el valor. Es más, en una subasta inglesa, los participantes pueden ver que otros salieron de la puja. Entonces, es más seguro ofertar agresivamente en una subasta inglesa, porque el riesgo es mitigado por las acciones de otros participantes. Por el contrario, una subasta a sobre cerrado de primer precio presenta la oportunidad de superar a todos los otros participantes, incluido el de segunda mejor oferta, por un margen importante. La corrección total en cada caso es la misma; en ambos casos la corrección es el promedio en que se subestima el valor en la oferta más alta. El riesgo para el participante de ofertar con una incorrecta estimación del valor, dado que los otros son expertos y corrigen por el factor de la maldición del ganador, es menor en una subasta inglesa, ya que es posible actualizar dinámicamente la estimación propia, viendo la conducta del resto de los participantes.

Hay una cantidad importante de factores que pueden cambiar la magnitud de la corrección a la maldición del ganador. Un participante bien informado puede tener una corrección pequeña debido a un desvío estándar menor. Los competidores, a menos que estén igualmente informados, enfrentan una corrección mayor. Cuando uno está compitiendo contra alguien bien informado, ganar implica que se debe superar a alguien que tiene un valor aproximado. En una subasta inglesa, puede ser fatal – si el mejor preparado no está dispuesto a pagar un cierto precio, el resto tampoco debería. Cuando alguien supera a un participante preparado en una subasta a sobre cerrado, es posible que sea porque el segundo redujo su oferta para tener un resultado mejor, por lo que el precio es menor al valor. Igualmente, al enfrentar a alguien bien informado hay que ser cuidadoso. Consecuentemente, es bueno parecer preparado, porque hace que otros participantes racionales elijan ser cuidadosos a la hora de ofertar. También, conviene prepararse bien para que sea menos probable caer presa de la maldición del ganador.



Es bastante común que los participantes descubran que los precios de las subastas exceden su estimación del valor. En muchos casos, sus estimaciones son el resultado de un análisis intensivo por parte de expertos. Quedan entendiblemente frustrados por perder incluso cuando ofrecen el valor que calcularon. Hay dos razones bien distintas para ofertar por encima de su valor. En algunos casos, las ofertas exceden los valores porque ingenuos o inexpertos participantes son víctimas de la maldición del ganador. Esto parece haber ocurrido con frecuencia en la primera década de las subastas de derechos “off-shore”. Las firmas que entendieron los principios de las subastas competitivas perdían contra empresas como Texaco que no los comprendieron. Es mejor perder en esas subastas, pero es muy frustrante para los participantes que quedan afuera de la competición.

Ocurre también, sin embargo, que algunas firmas valoran más los elementos a subastarse porque tienen expectativas muy diferentes sobre el valor futuro. En 1994 la Comisión Federal de Comunicaciones de los Estados Unidos (Federal Communications Commission), subastó frecuencias radiales para ser usadas en comunicaciones inalámbricas, algunos participantes planeaban vender servicios tradicionales, como el celular. Otros consideraron servicios futuristas, incluyendo rastreadores de chicos e Internet. Consideremos que todos estos dispositivos se encontraban en sus inicios, por lo que estos pronósticos eran arriesgados. Aquellos que partían de diferentes suposiciones debían llegar a un valor muy diferente a ofertar.

Mientras que grandes expectativas sobre avances tecnológicos futuros pueden conducir a estimaciones muy diferentes entre compañías, pequeñas diferencias en la tasa de descuento pueden lograr lo mismo. Las minas de plata generalmente requieren de cuatro años de inversión sin retornos hasta que se comienza a producir. Una mina puede tener un horizonte temporal de cuarenta años. Supongamos que después de una inversión inicial de \$2 millones en el primer año, \$1 millón será producido desde el año cinco al cuarenta. ¿Cuánto es el valor proyectado? La *Tabla 1.3* muestra la respuesta, dando el Valor Actual Neto (VAN), para diferentes tasas de descuento.

d %	10	12	14	16	18	20
VAN, \$M	3.77	2.35	1.35	0.61	0.06	-0.36

Tabla 1.3 VAN de una Hipotética Mina de Plata

Dado que las tasas internas de retorno en minería rondan el 15%, con una dispersión significativa entre compañías y a través del tiempo, vemos que una diferencia importante en los VAN puede surgir de pequeñas diferencias en la manera en que se descuentan los flujos de fondos. Al evaluar la posible oferta de la competencia, el estimado del contenido de plata en la mina puede ser menos importante que la tasa de retorno usada, o la proyección de los precios futuros de la plata. Al considerar la competencia, los participantes se concentran en cantidades objetivas como el contenido

de la mina, o el número de líneas de teléfono, e ignoran otros factores que también están incluidos en el cálculo final del valor. Son importantes estos otros factores, y pueden ser calculados con precisión, sólo requieren una atención que en general no se les proporciona. Por ejemplo, una compañía que no acepta un proyecto con un período sin ingresos grande en el inicio puede estar usando una tasa de interés alta. Algunas tasas de descuento son públicas, y si no, a veces pueden ser deducidas de sus elecciones pasadas. Como vimos en el ejemplo anterior, la tasa de descuento es el factor más importante, convirtiéndola en la información principal a calcular sobre la competencia. Esto significa que es importante averiguar la tasa que utiliza la competencia y mantener la propia en secreto.

### **Actualización**

Cada oferta lleva información. Cuando una persona vende una acción, está apostando en contra de ella, o sea, a que su precio caerá; lo contrario hace cuando compra. De esta manera revela sus opiniones. En una subasta, la voluntad de un participante de hacer una oferta no da información sólo sobre sus características propias sino también sobre el valor del objeto en disputa.

La actualización de los conceptos basándose en las ofertas y la conducta de otras empresas está relacionada con la maldición del ganador. Esta última indica que la falta de otras ofertas altas es una mala noticia para el ganador porque muestra que nadie más está dispuesto a pagar ese precio. Por la misma razón, la presencia de otra oferta alta es una buena señal. Como los participantes basan sus ofertas en información real, éstas contienen información sobre el valor.

¿Cómo debe ser usada esta información? Volviendo a la *Tabla 12.1*, con los resultados de cinco estudios geológicos. Un participante con estos datos, calcula un valor de \$2.6 millones. Después del análisis estadístico y teniendo en cuenta la maldición del ganador se corrige la oferta a \$2.3 millones. Ahora supongamos que otro participante hace la misma oferta, por lo que asumimos que piensa que vale por lo menos esa suma. ¿Debe la empresa subir su oferta? Primero, debe considerar si la otra empresa está calificada y sabe lo que hace; si es así, también ha hecho la corrección correspondiente, por lo que se puede suponer que el valor que estimó fue mayor a \$2.3 millones, lo mismo que la primera. Viendo que dos compañías estimaron un valor mayor a \$2.3 millones, se puede reducir el factor de corrección por la maldición del ganador, aumentando la oferta final. Esto puede suceder sucesivas veces hasta finalizar la subasta. Altas ofertas por parte de otras empresas deben hacer más cómodo el presentar montos elevados. Que nadie oferte es una mala señal sobre el valor del objeto. En el caso de la explotación petrolera, se ha observado que aquellas áreas que sólo reciben una oferta, nunca son exploradas. Las que reciben muchas es probable que sean más valiosas.

Un problema frecuente es la confianza excesiva en las estimaciones propias, creer que son mejores que las de la competencia. Pocas veces se justifica esta creencia. En general, lo más adecuado es pensar que son igualmente capaces. Sin embargo, es conveniente actuar con confianza, porque les muestra a los otros participantes que la maldición del ganador será grande para ellos, y de esta manera reducirán sus estimaciones. Como conclusión, una empresa debe aparentar inmensamente confiada, y en privado ser escéptica y no tener exceso de confianza.



## CAPÍTULO 5

### DISEÑO DE UNA SUBASTA

Se debe ser extremadamente cuidadoso y minucioso en el diseño de la subasta, ya que pequeños cambios en las reglas, pueden producir enormes cambios en el resultado, llegando al caso en que el objetivo no es alcanzado.

Algunas cuestiones que están íntimamente relacionadas con el diseño inteligente serán tratadas a lo largo de esta sección.

#### **Información sobre el ítem**

Todas las consideraciones en este trabajo son para el caso en que un vendedor se relacionará en repetidas ocasiones con los compradores. En el caso de una transacción ocasional, un vendedor puede intentar engañar a los compradores y resultar exitoso. Por ejemplo, se puede incentivar a que sean víctimas de la maldición del ganador. Sin embargo, esto consiste en aprovecharse de los participantes y no tendrá ningún beneficio en el largo plazo, por lo que no es rentable para la empresa. Por el contrario, se intentará que los beneficios continúen en el tiempo. Por ejemplo, una empresa puede saber que el objeto está defectuoso y no tener la obligación de comunicarlo, por lo que no se favorecería de anunciarlo. Pero, si piensa volver a vender a los mismos compradores puede ser una buena decisión transmitir esta información para ganarse su confianza y de esta manera beneficiarse en el largo plazo.

Entender la maldición del ganador es necesario a la hora de diseñar una subasta. Reducir su efecto induce a los participantes experimentados a ofertar más agresivamente, ya que la amenaza de obtener pérdidas es menor. Esto redundará en una mayor recaudación para el subastador.

Otra manera de mitigar el efecto de la maldición del ganador es entendiendo el rol de la información. Los participantes obtienen ganancias en una subasta por dos factores: el primero es una ventaja en la relación costo/valor y el otro es tener algún tipo de información privilegiada. El primer factor no tiene ninguna relación con la maldición pero el segundo sí. Por ejemplo, en el caso de las áreas de explotación petrolera aquella empresa que ha explorado alguna zona cercana posee una clara ventaja. Eliminar esta ventaja sube las ofertas al emparejar el campo para todos.

La divulgación de información relevante mitiga la maldición del ganador. Por lo tanto es conveniente llevar a cabo una subasta inglesa (las ofertas de los perdedores van aportando información al resto de los participantes) y además proveer toda la información pertinente que el vendedor posea. Aunque, en el caso donde los datos son negativos, el organizador pierde; las ganancias cuando éstos son positivos, más que

compensan. Por esto las grandes casas de subastas hacen un gran esfuerzo para demostrar que las obras son auténticas y para describir en detalle las piezas.

Las regalías también ayudan en este sentido. Éstas son un pago hecho por el comprador en base al valor comprobado del ítem, de esta manera se ata el desembolso de dinero al verdadero resultado. Por lo tanto, reducen el riesgo del comprador al compartirlo con el vendedor. Cuando son posibles, son ventajosas para el organizador.

### **Información sobre la competencia**

Dar información sobre el valor del ítem, es muy diferente a dar información sobre la competencia que enfrentan los participantes. Por ejemplo, si una empresa oferta siempre para proveer un material y una segunda empresa sólo lo hace en ciertas ocasiones, cuando la primera se presenta sola ofertará alto sabiendo que ganará de todas maneras, mientras que bajará el monto cuando sepa que hay competencia. Al ocultar la información sobre la competencia, la primera empresa ofertará entre estos dos montos pero finalmente resultará conveniente para el organizador. Esto puede tener grandes ventajas cuando el número de participantes es variable y bajo. Sin embargo, puede aumentar la maldición del ganador, por lo que se debe ser cuidadoso al manejar esta información.

### **Precio de Reserva**

Establecer un precio de reserva (o precio mínimo) es generalmente beneficioso para el vendedor. Siempre se debería establecer un piso, por lo menos tan alto como el valor que tiene retener el objeto para el vendedor, no tiene sentido vender por debajo de este punto. Este valor debe incluir la opción de esperar y vender en el futuro. Sin embargo, hay que tener en cuenta que si un objeto no fue vendido, la información que transmite para futuras subastas no es buena por lo que el precio que se esperare debe ser menor al que se esperaba en un principio. Consiguientemente, se debe ser cuidadoso al momento de establecer el precio de reserva.

### **Ganador Natural**

En muchas subastas existe un ganador natural. Por ejemplo, un área de explotación petrolera es probable que sea ganada por una empresa que se encuentra perforando en zonas cercanas. Un yacimiento de piedra caliza cercano a una planta cementera será ganado por el dueño de la fábrica. Cuando un participante tiene una considerable ventaja logística o de información, el resultado más probable de una subasta es que éste gane a un precio relativamente bajo –la competencia es ineficiente para subir el precio. En efecto, cuando la participación tiene un costo, los oferentes menos favorecidos no entrarán, y así se puede ganar sin competencia. En esas situaciones, puede ser prudente perjudicar a aquel participante con ventajas y nivelar para todos. De esta manera se sacrifica eficiencia en la asignación de recursos, por un mayor ingreso para el

organizador. Al mejorar un poco la situación de los participantes comunes se puede lograr un gran aumento en la oferta de aquel con ventajas.

Una manera común de nivelar la situación es a través de créditos. Esto permite a ciertos participantes presentar una oferta a un costo menor, perdonando un porcentaje. Por ejemplo, un 30% de crédito en la oferta de un participante no favorecido permite ofertar a \$100 con un costo de \$70. Si el favorecido tiene una ventaja natural del 50%, un crédito a los desfavorecidos del 30% los incentivará a entrar, y lograr que sus ofertas sean más competitivas y se acerquen al verdadero valor. Sin embargo, estos créditos presentan dos problemas principales. Primero, se debe ser capaz de identificar a los participantes con ventajas. Segundo, se debe poder estimar la magnitud de éstas. El crédito óptimo que maximiza el ingreso del vendedor, en general acerca a los participantes pero no llega a igualar la situación.

Los compradores pueden eliminar el efecto de los créditos a través de la reventa. Por lo que se deben implementar mecanismos que no faciliten estos traspasos. Sin embargo, los créditos son útiles para favorecer la entrada de nuevos participantes.

La otra alternativa para manejar un ganador natural es imponer un precio de reserva alto, que sirve como competencia. Establecerlo tiene dos dificultades: primero que es complicado estimarlo adecuadamente y segundo, que si el ganador natural desiste de aceptarlo es poco probable que otro lo haga con lo que se tendría que realizar una nueva subasta con un piso más bajo. Esta tendencia puede ser explotada por el ganador natural para obtener un precio reducido. Frecuentemente, es mejor crear competencia artificial mediante créditos que con precio de reserva.

### **Situaciones propicias para una subasta**

¿Cuándo es el mejor momento para subastar y cuándo para negociar? Es común que los directivos no subasten cuando están vendiendo la empresa, sino que acepten negociar exclusivamente con un solo pretendiente. Esta negociación beneficia a los directivos que se aseguran estar cubiertos pero no a los verdaderos dueños de la compañía. En la mayoría de los casos, es más difícil obtener un buen precio negociando que mediante una subasta. La competencia es una fuerza más poderosa que la negociación.

En general, lo mejor que puede hacer un negociador es amenazar con retirarse si no logra un acuerdo satisfactorio. Esta amenaza puede ser creíble si existe una alternativa adecuada. Es más, la mejor negociación no reemplazará el efecto que tiene la existencia de otra oferta. Amenazar con ir a un rival es mucho más convincente cuando existe una competencia seria.

El uso de subastas tiene un gran problema. Funcionan bien cuando las especificaciones son precisas y fáciles de entender. Si el producto es difícil de describir, también lo es

## Optimización de Subastas Combinatorias

comprarlo en una subasta ya que no se puede asegurar que se obtiene lo que se desea. Es más, la intensa competencia logra que el ganador sea aquel con el menor costo pero también con la menor calidad. Este problema crece cuando el producto no existe y debe ser diseñado. En este caso, una negociación donde se establecen el precio y las especificaciones es necesaria.



## **SECCIÓN II**

### **SUBASTAS DE MÚLTIPLES UNIDADES**

**Y**

### **MODELO DE OPTIMIZACIÓN DE SUBASTAS COMBINATORIAS**



## CAPÍTULO 6

## SUBASTAS DE MÚLTIPLES UNIDADES

Cuando múltiples objetos que se relacionan entre sí están a la venta, el vendedor enfrenta un problema complejo. Por ejemplo, si son vendidos en forma secuencial, los participantes enfrentan el problema, al ofertar en los primeros ítems, de no conocer los precios que se obtendrán más adelante y, al ofertar en los últimos, de no poder revisar sus primeras ofertas a la luz de la información obtenida a lo largo de la subasta. El problema del diseño secuencial fue claramente demostrado en la subasta de 1981 de transpondedores llevada a cabo por RCA (Radio Corporation of America). Siete casi idénticos transpondedores fueron vendidos. Los resultados son presentados en la *Tabla 2.1*. Cuando el primero fue vendido, posiblemente, TLC pensó que había obtenido un buen precio. Sin embargo, cuando los siguientes seis fueron vendidos por menos, fue obvio que el precio no fue bueno y, en efecto, había sido víctima de la *anomalía de los precios decrecientes*<sup>4</sup>, en el cual el precio de ítems iguales, vendidos en forma secuencial, tiende a caer. TLC, esgrimiendo que su precio fue injusto, presentó una demanda; y se estableció que la Federal Communications Commission tenía jurisdicción. La FCC trató de lograr que todas las empresas pagaran un precio promedio, lo cual resultó irritante para aquellas compañías que habían comprado a un precio menor al promedio. Finalmente RCA fue perjudicado y obtuvo un ingreso menor al que había conseguido en un principio.

<i>Orden</i>	<i>Ganador</i>	<i>Precio obtenido</i>
1	TLC	\$ 14,400,000
2	Billy H. Batts	\$ 14,100,000
3	Warner Amex	\$ 13,700,000
4	RCTV	\$ 13,500,000
5	HBO	\$ 12,500,000
6	Inner City	\$ 10,700,000
7	UTV	\$ 11,200,000
<b>Total</b>		<b>\$ 90,100,000</b>

Tabla 2.1 [McAfee & Vincent, 1993] Subasta de transpondedores de RCA, 9 de noviembre de 1981

Las subastas secuenciales dificultan la elaboración de ofertas racionales, porque la información que los participantes necesitan –el precio de los siguientes productos- no se encuentra disponible, en realidad no existe, al momento de presentar las primeras ofertas. Es más, los participantes normalmente se lamentan si los precios suben porque desearían haber comprado antes cuando los precios eran menores.

Las subastas a sobre cerrado simultáneas de ítems relacionados, tampoco son superiores a las secuenciales. En esta ocasión, cada participante presenta ofertas en todos los objetos que desee, y aquel que presente la mayor oferta en cada uno, gana este ítem. Si

<sup>4</sup> Ver McAfee & Vincent, “The Declining Price Anomaly”, 1993.

las subastas secuenciales limitan la habilidad de los participantes de optimizar entre subastas, las subastas simultáneas eliminan la habilidad de optimizar entre objetos. Los participantes también enfrentan el problema de, tal vez, ganar demasiado. Supongamos que varias empresas participan de una licitación para obtener derechos de explotación en áreas petroleras. Una de ellas desea ganar diez permisos, para eso oferta en veinte; pero existe la posibilidad de ganar en más áreas de las que puede explorar. Esto reduce el monto de las ofertas, y por lo tanto, los ingresos del subastador, siendo perjudicial para ambos porque se crea una falla en la coordinación.

El problema de ofertar en subastas cerradas y simultáneas es peor cuando los ítems en venta son complementarios. Por ejemplo, puede ocurrir que un participante quiera ganar los objetos A y B, o ninguno. En subastas secuenciales, los oferentes en A no saben si ganarán B, pero al menos saben que tienen una chance. Hay riesgo de ganar sólo A, pero no hay riesgo de ganar sólo B. Por el contrario, en subastas simultáneas, existe la chance de ganar sólo A, la posibilidad de ganar sólo B y ninguna manera de asegurar que se obtendrá la combinación. Algún planteo racional es prácticamente imposible en estas situaciones. La imposibilidad de ganar la combinación adecuada vuelve prudentes a los participantes, reduciendo los ingresos del vendedor.

Subastar por separado cada ítem presenta un riesgo para el participante llamado el problema de exposición, que surge cuando es capaz de obtener sólo parte del paquete que tiene valor para él, y no todo entero.

## CAPÍTULO 7

### SUBASTAS COMBINATORIAS

Para evitar los inconvenientes descritos en el capítulo anterior se desarrollaron las subastas combinatorias. Éstas permiten a los participantes presentar ofertas en paquetes con restricciones lógicas que limitan los posibles resultados. Este tipo de subasta puede ser útil cuando los valores de los participantes son complementarios, y sinergias son posibles entre los ítems; o cuando los participantes tienen restricciones financieras o productivas.

Las subastas combinatorias aumentan la habilidad de asignar eficientemente recursos múltiples en ambientes económicos complejos. También permiten a los compradores, vendedores, y al organizador imponer restricciones lógicas que limitan los posibles resultados de la subasta y ayudan a describir el problema con precisión. Finalmente, permite manejar relaciones funcionales entre las ofertas o las asignaciones; como, por ejemplo, restricciones de presupuesto o cantidad de ítems otorgables por participante para evitar concentración de proveedores.

#### Un Esquema Simple de Subastas Combinatorias

Todos los participantes presentan simultáneamente las ofertas por las combinaciones que desean. Luego se optimiza el resultado entre todas las presentadas. En general, esto se logra mediante programación entera, es decir, programación lineal restringida para tomar valores enteros, o en algunos casos binarios, a la vez que se respetan otro tipo de restricciones propias del problema. El algoritmo asigna los paquetes de manera de maximizar (o minimizar) la suma de las ofertas, respetando las restricciones propias de los participantes y del problema para que sea realizable.

En cuanto al precio que pagan los participantes, existen dos soluciones utilizadas: la primera es que paguen un monto igual a su oferta (similar a la subasta holandesa o a sobre cerrado de primer precio) y la segunda es que paguen un precio que es calculado por el programa, similar a un precio sombra, que siempre es menor a su oferta (es un razonamiento similar a la subasta tipo Vickrey).

Existen dos dificultades principales en este tipo de subasta:

1. *Incertidumbre computacional*: en cualquier punto durante la subasta combinatoria, la selección de las ofertas ganadoras y los precios sombra requiere la resolución de problemas de programación entera. Estos problemas son conocidos por su carga computacional: técnicamente descritos como no determinísticos. No existen garantías de que la solución pueda ser encontrada en un tiempo razonable cuando la cantidad de participantes y de objetos es grande.
2. *Complejidad en la elaboración de ofertas*: las subastas combinatorias requieren de gran cantidad de trabajo de los participantes para elaborar las ofertas por dos

razones. Primero, hay innumerables combinaciones en las que se puede estar interesado, y elegir entre ellas las más convenientes puede ser arduo y entrega información incompleta al organizador, ya que éste no recibe ningún dato sobre las combinaciones que no se ofertaron. Segundo, es dificultoso para el participante establecer cuánto debe ofrecer para ser exitoso.

Para ayudar a los participantes a realizar sus ofertas se creó la subasta iterativa de múltiples rondas combinatorias, en las cuales se provee feedback sobre los precios presentados para ayudar a mejorar su estrategia. Sin embargo, es aún más intensivo en cuanto al aspecto computacional ya que requiere que se realice la programación entera en cada ronda.

### **Adaptive User Selection Mechanism (AUSM)<sup>5</sup>**

El AUSM ofrece una solución al problema de la complejidad computacional. Es un proceso continuo en el que cualquier participante puede presentar ofertas en cualquier momento por cualquier paquete. La oferta es provisoriamente aceptada y se convierte en oficial si es mayor que todas las ofertas de paquetes superpuestos (que tienen elementos comunes con la nueva oferta) que se encuentran en pie. Por ejemplo, si la oferta actual de un paquete que incluye A y B es de \$500 y la de otro paquete con C y D es de \$700, una posible oferta para un paquete compuesto por B y C debe ser de \$1201 para ser aceptada. La subasta termina cuando ningún agente quiere ofertar o cuando el organizador decida darla por terminada. Este simple proceso dinámico no requiere de programación compleja para asignar los recursos.

Con este diseño se presenta el problema del umbral, que no permite un resultado eficiente y se describe a continuación. Se supone que dos pequeños participantes ofertan en dos diferentes objetos, pero un tercero oferta por un paquete que contiene a los dos. Entonces los dos pequeños participantes deben implícitamente coordinar sus ofertas para ver que porción pagará cada uno para que la suma de sus dos ofertas supere la oferta por el paquete del tercero. Considérese el siguiente ejemplo. El objeto A vale \$1000 para el participante 1 y el ítem B vale \$800 para el participante 2. El paquete con los objetos A y B, tiene un valor igual a \$1200 para el participante 3, pero por separado no tienen valor alguno para él. Si 3 presenta una oferta por \$1001 por el paquete que contiene A y B, entonces ni 1 ni 2 pueden superarlo a un precio que les convenga. El problema del umbral puede ser superado si se permite que 1 y 2 combinen sus ofertas para desplazar a 3. Sin embargo, esto genera un foco de conflicto entre 1 y 2 para ver en qué proporción se harán cargo de la nueva oferta. Por ejemplo, 1 puede querer contribuir con \$205 y que 2 contribuya con \$797, mientras que 2 no estará de acuerdo con estas proporciones.

---

<sup>5</sup> Ver Banks, J., Ledyard, J. & Porter, D. (1989) Rand Journal of Economy. 20, 1-25.

Para mitigar el problema del umbral, se agrega una nueva faceta al mecanismo. Además de poder presentar ofertas que desplacen a las actuales, existe una lista suplente donde los participantes pueden anotar ofertas que no están en condiciones de ganar en ese contexto pero señalan a los otros su voluntad para combinar ofertas para hacer frente a participantes interesados en paquetes más grandes. La subasta termina cuando no hay cambios en los ganadores durante un tiempo prefijado.

### **Reloj Combinatorio (Combinatorial Clock – CC)<sup>6</sup>**

Teniendo en cuenta la carga computacional asociada a generar precios en una subasta de tamaño considerable, y para evitar tener que limitar la cantidad de precios, ofertas y ruedas posibles, ya que esto restringe la transparencia y el intercambio de información; se desarrolló un tipo simple de subasta: la subasta de reloj combinatorio (CC). El objetivo fue alcanzar eficiencia al sacar todo el provecho de cada transacción, requerir tareas simples de los participantes, una asignación acertada de los recursos y un esfuerzo computacional acorde.

La CC crea un único precio para cada uno de los ítems, el cual es controlado por el reloj del ítem (si existe más de una unidad para cada ítem disponible, el precio se aplica a todas las unidades por igual). Este precio sube sólo cuando hay exceso de demanda para el ítem.

El proceso es simple y transparente. Los relojes, uno para cada ítem, arrancan con precios bajos. En cada ronda los participantes tienen un tiempo limitado para presentar ofertas simples o en paquetes para aquellos ítems que quieran comprar a los precios que marcan los relojes. Luego, un simple algoritmo cuenta la demanda de cada participante para cada objeto, asegurándose de no contar dos veces cuando aparece en ofertas incompatibles. Luego, se suman entre los distintos oferentes. Para ítems con demanda mayor a la oferta se sube el precio. Una nueva ronda comienza, y nuevas ofertas se presentan.

La CC es transparente porque ningún participante debe presentar el verdadero valor que le confiere a cada ítem, y puede indicar el contenido de cualquier paquete que esté dispuesto a comprar a los precios que marcan los relojes en cada momento. Las ofertas anteriores son guardadas y elegibles por el organizador excepto que sean retiradas explícitamente.

La subasta continúa mientras haya exceso en la demanda de algún ítem. Si la subasta alcanza el punto donde todos los ítems tienen exactamente la misma demanda que oferta, entonces termina y los objetos son asignados al precio que marca el reloj: no es necesario ningún esfuerzo computacional.

---

<sup>6</sup> Ver Porter, David, Rassenti, Stephen, Roopnarine, Anil & Smith, Vernon, “Combinatorial auction design”

Sin embargo, puede pasar que, después de un aumento en el precio, la demanda para un ítem sea menor a la oferta. En ese caso hay exceso de oferta para un ítem, y si la demanda concuerda con la oferta en el resto de los ítems, entonces el subastador debe resolver un problema de programación entera para asignar los ítems maximizando los ingresos. Se incluyen todas las ofertas a los precios actuales y las ofertas anteriores que no fueron retiradas. La solución tenderá a usar viejas ofertas para asignar las unidades con exceso de oferta en los precios actuales. Si la solución general no desplaza ofertas válidas al último cierre en los ítems donde la demanda es igual a la oferta, la subasta termina y los participantes pagan los precios en los relojes. Si la solución desplaza a al menos uno de los participantes con una oferta ganadora en un ítem con igual demanda que oferta al último precio, entonces el ítem es considerado con exceso en la demanda, el precio sube, y la subasta continúa con una nueva ronda.

Por lo tanto, la asignación final es una en la cual todas las ofertas en pie ganan los ítems a los precios en los relojes al final, y los objetos con exceso en la oferta en la última ronda son asignados a precios anteriores.

Las ventajas del Reloj Combinatorio son su simplicidad para los participantes y los mínimos requerimientos computacionales para el subastador. De manera trivial vende múltiples unidades de múltiples ítems. Los participantes tienen libertad total para entrar y salir de las ofertas de cualquier paquete. Permite al participante imponer restricciones sin aumentar la complejidad en la programación. También puede combinar paquetes a precios viejos y actuales, siempre y cuando una parte sea al último precio. Este formato es probablemente el más flexible que se haya desarrollado. El comportamiento estratégico es controlado mediante el feedback de la única información necesaria para evitar pagar más de lo que se está dispuesto a pagar –los precios. Para esto, no se necesita saber quién está ofertando, ni cuántos, ni en qué ítems o paquetes se lo está haciendo.



## CAPÍTULO 8

## CASO DE SUBASTA COMBINATORIA Y UN MODELO DE RESOLUCIÓN

## Descripción del Caso

Una empresa (llamada “La Empresa” de ahora en adelante) con presencia a nivel nacional divide administrativamente al país en cuatro regiones: Noroeste (NO), Sudoeste (SO), Noreste (NE) y Sudeste (SE). La empresa posee dos centros de distribución en cada región, denominados CD1 y CD2. Y entre estos centros existe movimiento de mercaderías. Este sistema puede verse en la *Figura 2.2*.

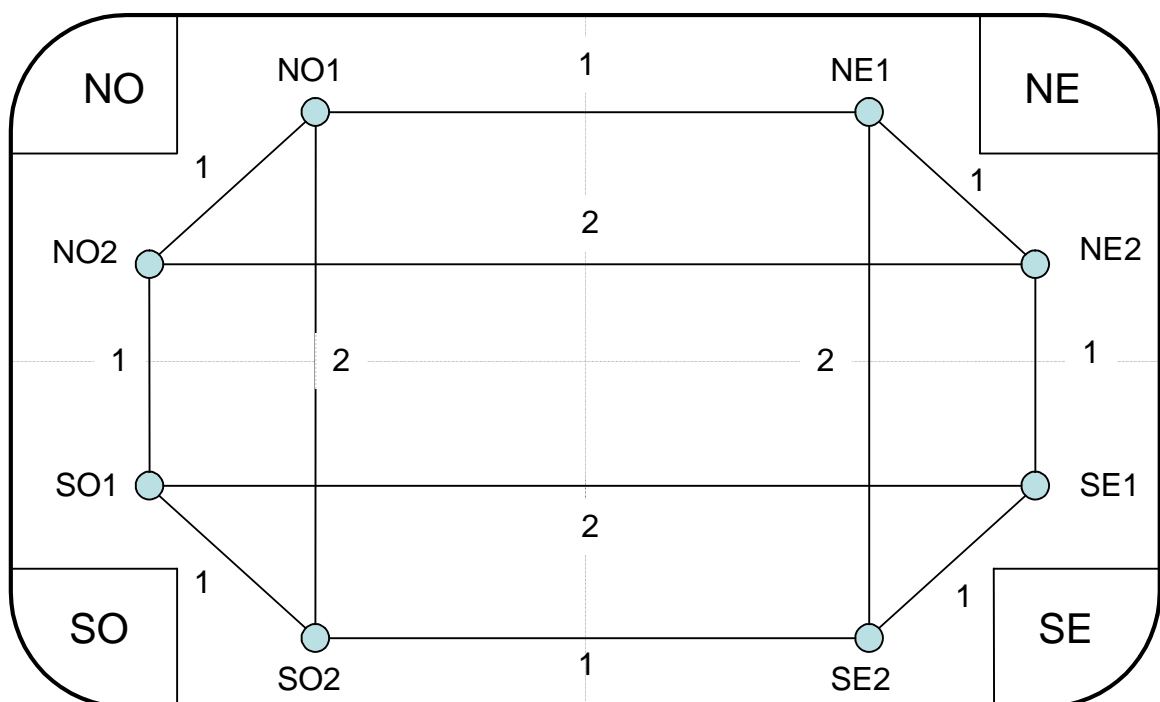


Figura 2.2. Rutas entre los centros de distribución (y sus respectivas distancias)

La Empresa ha decidido tercerizar el servicio de transporte en todas las rutas del país y para eso se va a invitar a compañías a que ofrezcan sus servicios.

Todos los transportistas tienen la misma estructura de costos, es decir, que no tienen ventajas tecnológicas uno sobre otro, por lo que tienen iguales gastos. A continuación se detallan:

- Un operador incurre en un costo fijo de \$250 por camión para abastecer una sola región (el costo es el mismo para todas las regiones)
- Un operador incurre en un costo fijo de \$400 por camión para abastecer dos regiones.
- Un operador incurre en un costo fijo de \$525 por camión para abastecer tres regiones.
- Un operador incurre en un costo fijo de \$600 por camión para abastecer las cuatro regiones.

## Optimización de Subastas Combinatorias

- Un operador incurre en un costo básico de \$100 por unidad de distancia recorrida por camión.
- Cuesta \$50 adicionales por unidad de distancia recorrida por camión si este se encuentra cargado.

Mientras que los transportistas tienen costos estructurales idénticos, difieren en su habilidad para abastecer regiones. Casi todos se encuentran limitados en las regiones que pueden operar. Cuatro operadores (denominados Compañía 1, 2, 3 y 4, son regionales) pueden prestar servicio sólo en una región; otros cuatro (denominados Compañía 5, 6, 7 y 8, son interregionales) pueden prestar servicio en dos regiones adyacentes; y un transportista (Compañía 9, llamado nacional) puede prestar servicio en todo el país. Esta distribución puede verse en la *Figura 2.3*.



Figura 2.3. Compañías elegibles en cada región

La Empresa conoce la cantidad de bienes que debe transferir entre los centros de distribución de manera semanal. Esta cantidad es dada en la *Tabla 2.1* bajo la columna “Demanda”. Cada camión tiene suficiente equipo para transportar 1 unidad de Demanda en cualquier momento. Por lo tanto, es posible que la demanda de una misma ruta deba ser satisfecha por más de un operador o en más de un viaje. Es importante resaltar que La Empresa actualmente tiene demanda sólo entre algunos pares de centros de distribución. Sin embargo, los operadores podrán viajar entre cualquier centro dentro de su región. Pueden elegir cualquier centro de distribución como su punto de partida, siempre que éste se encuentre dentro de la zona en la que puede prestar servicio.

La distancia entre dos centros de distribución es dada en la *Tabla 2.1*. Para cualquier operador, toma un día completar una unidad de distancia. Para poder ser adjudicado una ruta, debe ser capaz de satisfacer la demanda semanal en tiempo y forma. Por lo tanto, un transportista debe asegurar que está pujando por un recorrido realizable, esto es, que

las rutas que el propone operar juntas deben permitirle completar el recorrido en 7 días y estar nuevamente en su punto de partida al comienzo de la siguiente semana.

Hay un total de 24 rutas que están disponibles para ofertar. NO1-NO2 indica la ruta en la región del Noroeste yendo del centro de distribución 1 (CD1) al centro de distribución 2 (CD2). NO1-SO1 indica la ruta que une el centro de distribución 1 (CD1) en la región Noroeste con el centro de distribución 1 (CD1) en la región Sudoeste.

Ruta	Compañías Elegibles para Pujar	Demanda	Distancia
NO1-NO2	1,5,7,9	2	1
NO2-NO1	1,5,7,9	2	1
NE1-NE2	2,6,7,9	2	1
NE2-NE1	2,6,7,9	2	1
SO1-SO2	3,5,8,9	2	1
SO2-SO1	3,5,8,9	2	1
SE1-SE2	4,6,8,9	2	1
SE2-SE1	4,6,8,9	2	1
NO1-SO2	5,9	1	2
SO2-NO1	5,9	1	2
NO2-SO1	5,9	1	1
SO1-NO2	5,9	1	1
NE2-SE1	6,9	1	1
SE1-NE2	6,9	1	1
NE1-SE2	6,9	1	2
SE2-NE1	6,9	1	2
NO2-NE2	7,9	1	2
NE2-NO2	7,9	1	2
NE1-NO1	7,9	1	1
NO1-NE1	7,9	1	1
SO1-SE1	8,9	1	2
SE1-SO1	8,9	1	2
SO2-SE2	8,9	1	1
SE2-SO2	8,9	1	1

Tabla 2.1. Datos del problema

### Estructura de las Ofertas

Los transportistas ofertan para ganar un contrato con La Empresa. Deben diseñar los recorridos más atractivos para generar valor para La Empresa, presentando las ofertas más bajas posibles.

Los transportistas deben presentar ofertas por grupos de rutas (o rutas individuales, si así lo prefiriesen) en su región. Un operador puede ofertar por cualquier combinación de trayectos; una ruta puede ser ofertada tantas veces y en tantas combinaciones como quieran. La máxima oferta permitida es de \$400 por unidad de distancia. La empresa hará caso omiso de aquellas ofertas sobre el máximo permitido.



Otro inconveniente es que la competencia en cada ruta es mucho más clara, se sabe contra quién se está compitiendo claramente. Así, en una ruta regional se sabe que habrá sólo tres ofertas y en una ruta interregional sólo habrá dos empresas en condiciones de participar.

En el caso de que la subasta sea secuencial, sólo habrá una seria competencia en los primeros ítems. Luego, una vez que se han asignado ciertos ítems, el resto pasa a ser desventajoso para aquellos participantes que no pudieron hacerse de alguna combinación al principio. De esta manera la competencia se reduce, y en efecto, queda un menor número de participantes efectivos. Ya ha sido comentado cuál es el efecto de la reducción de la competencia pero vale recordar que es perjudicial para el subastador.

Es por esto que el único tipo de subasta efectivo en estos casos es la combinatoria. Además la posibilidad de ofertar combinaciones de rutas, incluye el resto de las modalidades de oferta. Es decir, los participantes son capaces de ofertar por una sola ruta si así lo desearan. Si no lo hacen es porque no es conveniente. De esta manera se concluye que, con este método, al agregar variantes sin destruir ninguna posibilidad de las que existían anteriormente, el resultado debe ser mejor o igual al que se obtenía antes.

Mediante la utilización de subastas combinatorias se permite mayor previsibilidad y racionalidad al momento de la elaboración de ofertas; a la vez, que da lugar a la optimización entre rutas y regiones para lograr montos menores en las ofertas. Luego con la elección de la mezcla óptima de ofertas se consigue un beneficio mayor para el subastador que de cualquier otra forma.

### **La Elaboración de las Ofertas**

Para que la manera en que cada empresa realiza sus propuestas no afecte el resultado del modelo, todas las ofertas se realizaron siguiendo la misma estrategia.

Cada transportista intenta presentar propuestas en las que transporta la mayor cantidad de unidades, viajando sin carga lo menos posible con el objetivo de amortizar los costos fijos. Dependiendo de las rutas que cada uno puede abastecer, se concentrará en aquellas en las cuales operadores con menos alcance no pueden hacerlo para aprovechar esa ventaja competitiva.

En cuanto al monto, todos los transportistas ofertarán con un 10% de margen sobre el costo de abastecer ese trayecto. La *Tabla 2.3* muestra un ejemplo para explicar la formación de una oferta y todos sus factores.

Ruta	Demanda	Oferta 1	Oferta 2	Oferta 3	Oferta 4	Oferta 5	Oferta 6
NO1-NO2	2						
NO2-NO1	2						
NE1-NE2	2	2		1		1	1
NE2-NE1	2	1	1	1		1	
SO1-SO2	2						
SO2-SO1	2						
SE1-SE2	2	1	1	1	1		1
SE2-SE1	2		2	1	1		
NO1-NE1	1						
NE1-NO1	1						
NE2-SE1	1	1		1			1
SE1-NE2	1		1	1			1
SE2-SO2	1						
SO2-SE2	1						
SO1-NO2	1						
NO2-SO1	1						
NO2-NE2	1						
NE2-NO2	1						
NE1-SE2	1		1		1	1	
SE2-NE1	1	1			1	1	1
SE1-SO1	1						
SO1-SE1	1						
SO2-NO1	1						
NO1-SO2	1						
Costo Fijo		400	400	400	400	400	400
Costo Camión		700	700	600	600	600	700
Costo Carga		350	350	300	300	300	300
Costo Total		1450	1450	1300	1300	1300	1400
<b>Oferta</b>		<b>1595</b>	<b>1595</b>	<b>1430</b>	<b>1430</b>	<b>1430</b>	<b>1540</b>

Tabla 2.3. Elaboración de la Oferta

Las rutas sombreadas son aquellas en las cuales el transportista está habilitado para operar. En los casilleros, figuran las unidades que se disponen a transportar. El Costo Fijo está relacionado con la cantidad de regiones que recorre el trayecto ofertado, el costo del camión es función de la cantidad de unidades de distancia que se recorren, y el costo de la carga es función de la cantidad de unidades de distancia que recorren con carga. De esta manera se compone el costo total. El monto de la oferta se calcula sumando un margen del 10% (diez por ciento) al Costo Total.

Los transportistas regionales presentan cuatro ofertas cada uno, los interregionales 6 ofertas cada uno y el nacional 10 ofertas. De esta manera se trabajará con 50 ofertas, de las cuales se debe elegir la combinación que minimice el costo para La Empresa. El modelo que se explica en la siguiente sección realizará esta optimización. Cada una de las ofertas requerirá de un camión para ser llevada a cabo. Si un participante ganara más de una oferta, los costos fijos se deben multiplicar ya que necesitará de más camiones para cumplir, y los costos son por camión.

## El modelo

Una vez elaboradas las 50 ofertas como se explicó en la sección anterior, se reúnen en un archivo de *Microsoft Office Excel 2003*. En una hoja diferente para cada oferta de las compañías y otras con el resto de los datos del problema se introduce toda la información en el archivo. En otra hoja se reunirá toda esta información, distribuida de forma tal que facilite el planteo del modelo de optimización.

Por cada oferta recibida se agregará una celda de decisión que tomará la forma de una variable binaria, donde será igual a uno si la oferta se acepta o igual a cero si es desechada.

Esta celda también establece indirectamente las rutas que serán realizadas. Esto se logra al multiplicar las rutas propuestas en cada oferta por la celda de decisión. Así se logra que si la oferta es aceptada, una celda adyacente obtenga el valor de ésta. Sumando todas estas nuevas celdas oferta por oferta, se obtiene la cantidad que ha sido aceptado en una ruta en particular. Esta sumatoria se compara contra los requerimientos de demanda. Esta es una de las restricciones que debe cumplir el modelo: que el número de unidades demandada sea menor a la cantidad aceptada, para asegurar que se satisfacen las condiciones del problema.

La celda de decisión también es multiplicada por el monto de cada oferta. Y así se obtiene el gasto por oferta, es decir, que será igual al monto si es aceptada o igual a cero si no lo es. Sumando el gasto de todas las ofertas se obtiene el resultado de la subasta, el cual debe ser minimizado. Esta celda, es la celda objetivo del modelo.

Para resolver el modelo se utiliza la herramienta *Solver* propia del *Microsoft Excel*. La celda objetivo es el Resultado, que debe ser minimizado en este caso en cuestión. Las celdas cambiantes son las variables de decisión que marcan si una oferta es aceptada o no. La restricción es que la demanda sea menor o igual a la cantidad aceptada para cada ruta, esto es, que cada celda de la columna “Demanda” sea menor o igual a la celda de la columna “Satisfecha” correspondiente. La otra restricción es que las celdas cambiantes, de decisión sean variables binarias.

A continuación en la *Figura 2.3* se señalarán los elementos que han sido explicados en esta sección.

Todas las tablas del modelo pueden verse en el Anexo de este trabajo.

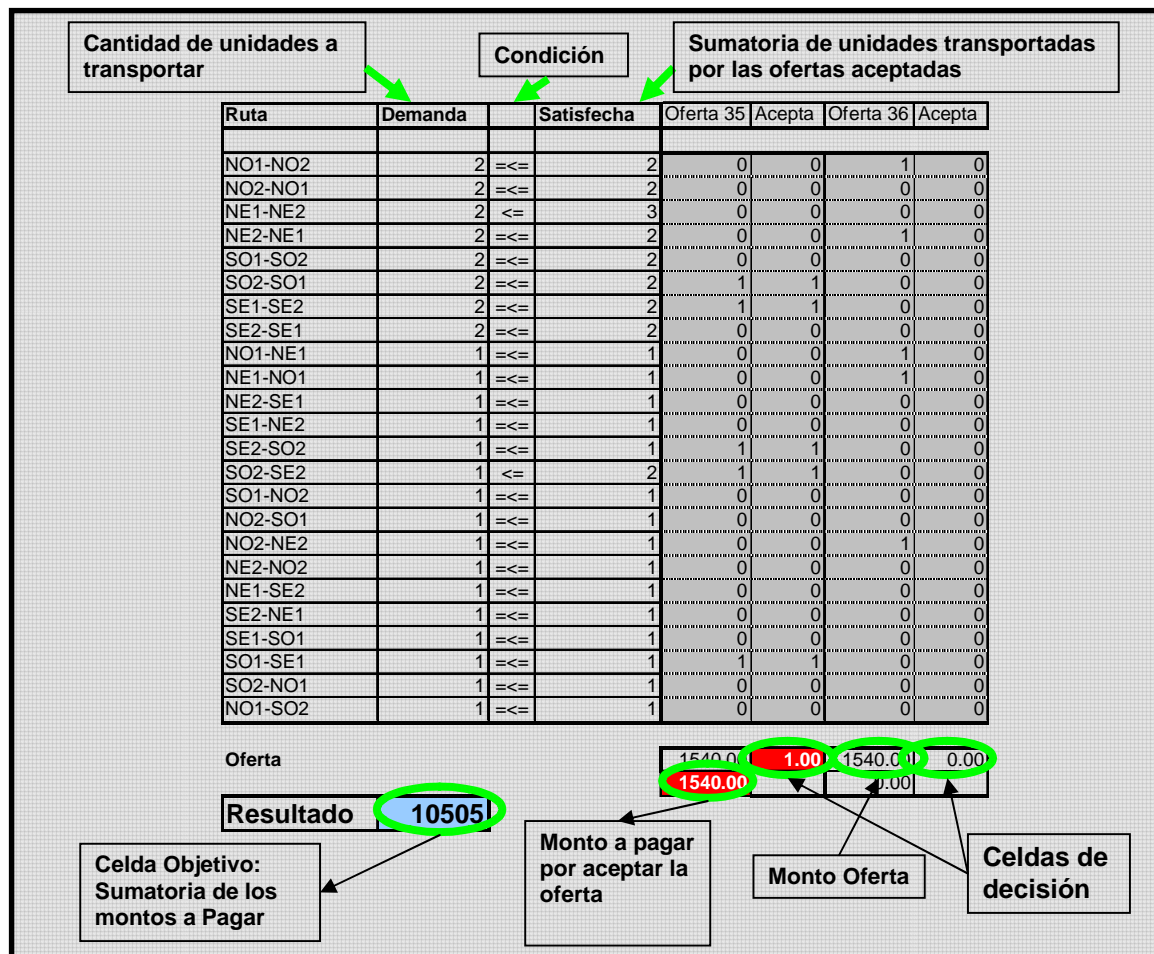


Figura 2.3. Breve descripción del Modelo a utilizar

### Los Resultados

Se ha llegado a un costo de \$10.505 por semana para satisfacer la demanda total de La Empresa. Sólo en dos de las rutas, se han contratado servicios que superan la demanda en el resto se cumple con la demanda sin excesos.

A todas las empresas interregionales, se les ha aceptado una oferta por lo que tendrán que cumplir con las rutas a las que se comprometieron. La Compañía 5 ha sido contratada por un monto de \$1430, la Compañía 6 por \$1595, la Compañía 7 por \$1430 y la Compañía 8 por \$1540. Se recuerda que por la manera en que fueron planteadas las ofertas, con costos idénticos para todas las prestadoras y márgenes iguales, no sorprende que coincidan los montos de algunas. También es cierto que aquella que fue acreditada con el monto mayor tendrá una ganancia en valor absoluto más grande. La Compañía 9, de alcance nacional, fue adjudicada con dos trayectos, ambos por \$1815. Entre las transportistas regionales, sólo la Compañía 2 fue adjudicada con un trayecto por \$880. Dado que todas parten de la misma premisa, es extraño que sólo una fuera asignada como proveedor, lo razonable sería que ninguna o todas al contar con la misma estructura, las mismas ventajas y proponer los mismos servicios; sin embargo, puede



explicarse en que no todas las ofertas posibles fueron presentadas sino una combinación de ellas, y esta combinación benefició a esta empresa en particular.

También es cierto que en problemas de optimización no determinísticos, pequeños desvíos de las variables cuando los valores son cercanos al óptimo implican pequeños cambios en el resultado; con lo que, aunque es difícil asegurar en modelos complejos que se ha alcanzado la mejor solución, no debería preocupar si se está seguro de que se ha llegado cerca. Muchas veces el esfuerzo computacional necesario para mejorar la solución no tiene un correlato en el monto de los beneficios.

### **Algunos puntos a considerar**

Hay que tener en cuenta que en este ejercicio no se consideró el factor de la competencia entre las empresas, es decir, cada empresa hizo la mejor combinación de rutas que pudo pero se aseguró un 10% de rentabilidad. En la realidad, la falta de información de una empresa sobre las pretensiones del resto puede inducirla a conformarse con un margen menor. El factor de la competencia entre ellas hará que el resultado sea aún mejor, con mayores ahorros para La Empresa. De no llevarse a cabo este tipo de subasta, se debería negociar en particular con cada empresa y las empresas con mayores ventajas, conociendo su condición, no sentirán la competencia con la fuerza que se siente en este ámbito de incertidumbre para ellas. Está claro que un buen diseño de subasta crea enormes ventajas para el organizador.

La cantidad de opciones, en este caso, está limitada por las restricciones (días para terminar el recorrido, capacidad de los camiones, uniformidad de las demandas y las rutas, etc.) y por el sentido común. Eso facilita el planteamiento del problema y permite analizarlo con mayor facilidad. Sin embargo, si se desean cambiar estas cuestiones, el modelo estaría en condiciones de resolver sin inconvenientes.

Además de las restricciones que se impusieron, se pudieron fácilmente agregar otras sin modificar mayormente el modelo. Por ejemplo, que cada empresa pudiera ganar sólo una oferta.

La resolución del modelo también pudo hacerse con otra herramienta en lugar del Solver, que posee los mismos elementos pero con mayor poder computacional: *What's Best!*® 8.0.4.7 (Dec 04, 2006) Copyright ©2007, Lindo Systems, Inc. De la página Web de la empresa ([www.lindo.com](http://www.lindo.com)) se puede bajar una versión de prueba con las mismas características que la versión profesional. Sin embargo, no fue utilizado porque la versión de prueba sólo permite la inclusión de treinta (30) variables enteras, y este modelo posee cincuenta (50) variables enteras. De enfrentarse a un modelo con menos de treinta variables enteras sería recomendable usar esta herramienta que tampoco tiene costo extra.



## **SECCIÓN III**

### **TENDENCIAS**

**Y**

### **CONCLUSIONES FINALES**



## CAPÍTULO 9

### TENDENCIAS<sup>7 8 9</sup>

Gran parte de los modelos y de las soluciones matemáticas se concentran en problemas de valor privado, especialmente en el Modelo Benchmark y las consecuencias de las relajaciones de sus condiciones. Sin embargo, las situaciones de valor común son muy frecuentes, lo mismo que las situaciones de valor intermedio, por lo que numerosos esfuerzos se dedican a esta tarea.

El intercambio de información y la formación de precios en las subastas de valor común es difícil de predecir porque se requiere de gran precisión a la hora de describir las características de los participantes (actitud frente al riesgo y estimación del valor principalmente). Las distribuciones de probabilidad que se utilizan y la resolución de complejas relaciones matemáticas presentan grandes desafíos.

Otro desafío es confirmar la validez de las conclusiones sacadas de los modelos teóricos contrastándolas con los resultados en la realidad. Falta la verificación con datos obtenidos en subastas realizadas en la práctica. Sin embargo, existe otro problema. Mientras que los datos sobre las ofertas son recogidos, los datos sobre los participantes deben ser inferidos ya que esta información es privada. Con estas inferencias se debe ajustar esta subasta a alguno de los modelos teóricos desarrollados y sus parámetros para luego sacar conclusiones y determinar si se cumplieron o no las suposiciones. Emparejar una subasta en la realidad con alguno de los modelos se torna una tarea difícil y mucho más estudio en estas cuestiones es necesario.

Las subastas en Internet han aportado gran cantidad de datos, pero estos datos provienen de un número limitado de situaciones. Sobre estas circunstancias se ha avanzado mucho en el entendimiento del comportamiento de los participantes y de los resultados que se obtienen en ellas.

Relacionado con todo lo anterior, el diseño a medida para ciertas circunstancias en las cuales las subastas se repiten frecuentemente es otro campo de estudio prometedor. Estudiar las características particulares en ciertos casos para luego diseñar una subasta que se ajuste y saque el mayor beneficio en esas situaciones, será más corriente en el futuro.

Para mejorar el estudio en estas cuestiones, la creación de laboratorios de investigación económica, donde se crean condiciones para atender cuestiones puntuales se presenta como uno de los medios a desarrollar. En ellos, individuos son enfrentados a ciertas

---

<sup>7</sup> Ver Klemperer, 1999, "Auction Theory: A guide to the Literature".

<sup>8</sup> Manelli & Vincet, 1995, "Optimal Procurement Mechanisms".

<sup>9</sup> Noussair, 2003, "Innovation in the Design of Bundled-Item Auctions".

situaciones, y sus decisiones y los resultados obtenidos son estudiados. El investigador es capaz de observar las variables, dándole valores que en la realidad son desconocidos para él, controlar los parámetros de su interés y replicar el experimento bajo las mismas condiciones repetidamente. Uno de los usos más nuevos es en el diseño y prueba de formatos de subastas (las reglas) para ser aplicados en situaciones específicas.

La performance de un tipo de subasta se mide fundamentalmente en dos aspectos: eficiencia e ingresos. La eficiencia se logra si el objeto es asignado a aquel que lo valora en mayor medida. Los experimentos permiten medir estas variables y así comparar la performance de distintos tipos en iguales condiciones.

Aunque no he encontrado bibliografía sobre el tema, creo, a modo personal, que la aplicación del Reloj Combinatorio a subastas dobles, donde hay más de un vendedor y más de un comprador, es perfectamente compatible con su diseño y permitirá su aplicación en ambientes más complejos, en los cuales puede ser un gran avance por su simplicidad y su eficiencia.

El Reloj Combinatorio puede aplicarse perfectamente en bolsas de commodities, o en otros ámbitos donde numerosos productores ponen a la venta sus productos frente a numerosos compradores. Es perfectamente aplicable en un nuevo escenario que se está expandiendo: los Business to Business Exchanges (B2B Exchanges). Éstos consisten en unir proveedores y compradores en una sola entidad que se encarga de asignar los bienes y el dinero entre ellos. Estas entidades además se hacen con valiosa información que les permite continuar mejorando su funcionamiento y su rendimiento. En el negocio de la logística se han hecho muy populares y ya manejan una interesante porción de mercado.<sup>10</sup> Otros negocios en los que ya han incursionado son el papel<sup>11</sup> y productos químicos.<sup>12</sup>

Otro enfoque sobre las subastas que se está implementando es dentro de la Teoría de Juegos. Esto permite continuar incorporando la competencia y la incertidumbre entre las empresas dependiendo de la frecuencia con que se realiza el intercambio entre ellas, y otras cuestiones.

---

<sup>10</sup> Por ejemplo, [www.freightmatrix.com](http://www.freightmatrix.com), [www.transplace.com](http://www.transplace.com), [www.logistics.com](http://www.logistics.com) & [www.transportation.com](http://www.transportation.com)

<sup>11</sup> Por ejemplo [www.colombier.com](http://www.colombier.com)

<sup>12</sup> Por ejemplo [www.chemconnect.com](http://www.chemconnect.com)

## CAPÍTULO 10

### CONCLUSIÓN

La subasta es una de las instituciones más antiguas del mundo y una de las más difundidas. Asigna los recursos dentro de los participantes en base a sus ofertas y también establece los pagos a realizar en base a las normas que la constituyeron. Reglas preestablecidas y explícitas condicionan los comportamientos dentro de las subastas y las hacen muy interesantes para su estudio y análisis.

Su éxito en la repartición de los bienes y su eficiencia han hecho que se expandan a numerosos ámbitos siendo muy comunes en la actualidad. Desde permisos de explotación, licencias, títulos de deuda pública hasta obras de arte, antigüedades y efectos personales son vendidas a través de subastas. La irrupción de Internet también ha colaborado a su difusión, por lo que actualmente casi cualquier cosa puede ser vendida por cualquiera en una subasta.

El desarrollo de la informática también ha colaborado al avance de las subastas, ya que muchas de ellas requieren un esfuerzo computacional importante para ser resueltas. Además ha permitido el desarrollo de nuevos formatos que requieren de grandes esfuerzos computacionales y que de otra manera no serían realizables.

Se ha mencionado que las subastas han sido utilizadas durante siglos. Sin embargo, el primer gran estudio teórico se realizó en 1961. Vickrey, en su brillante tratado de ese año, puso la piedra fundamental para los posteriores trabajos que han llevado al estudio de esta cuestión hasta los niveles actuales. Este economista fue distinguido en 1996 con el premio Nobel, y este estudio fue parte del motivo por el cual fue premiado.

Desde entonces las subastas han sido objetivo de numerosos estudios, junto con otros tipos de incentivos e instituciones. Esto ha permitido un considerable avance en el entendimiento de los resultados, los comportamientos y los parámetros dentro de ellas. Esta mayor comprensión ha permitido que se expanda su utilización a nuevos campos, y que la eficiencia y los resultados mejoren. A medida que se han presentado nuevas situaciones, nuevos aspectos han salido a relucir y fueron estudiados poco a poco. Sin embargo, todavía quedan grandes temas para continuar investigando, no es una cuestión cerrada ni mucho menos.

Una de las situaciones que más avances han presentado en el último tiempo y que más espacio para la mejora muestra es la subasta de múltiples objetos, sean estos idénticos o diferentes. Éstas presentan algunas particularidades que no se encuentran cuando sólo un objeto está en disputa. Se ve que a los fenómenos más comunes que se estudian en subastas individuales se agregan otros propios de la multiplicidad. Esto lo convierte en un ambiente mucho más complejo, más dinámico con mucho espacio para el diseño de

diferentes subastas. Esto es especialmente importante en aquellas situaciones donde los ítems son complementarios, hay sinergia entre ellos o hay restricciones financieras, tecnológicas o productivas en algunas de las partes involucradas.

La modificación de las reglas y los mecanismos en las subastas de múltiples ítems han dado vida a numerosos modelos, los cuales se van superando, para corregir los errores que se descubren en la práctica y para aumentar la eficiencia. En este trabajo se han presentado dos que tienen numerosas ventajas y pocos inconvenientes, y que por eso tienen muchas aplicaciones de cara al futuro: el AUSM y el Reloj Combinatorio.

En este trabajo, se ha presentado un caso en el que una subasta combinatoria era necesaria por las características de la situación. Se ha propuesto un modelo de subasta combinatoria simple con optimización por programación entera para resolverlo. Se han mencionado los inconvenientes que puede acarrear este tipo de resolución, sin embargo, en un problema de esta envergadura éstos no se presentan por lo que su utilización es correcta. Este modelo puede servir de guía para cualquier persona que se enfrente a una situación como las descritas. Tiene numerosas ventajas: la posibilidad de optimizar entre ítems, de plantear estrategias y de hacer previsible el resultado. Todas estas cuestiones no son posibles con otros formatos que no permiten las combinaciones. Otra de las ventajas en la resolución que se plantea aquí, es su simplicidad y que cualquier empresa posee los elementos para desarrollarlo.

Como consejo final, se puede decir que hay que prestar especial cuidado a la hora de describir el problema, tener una descripción precisa de los participantes, sus conductas, sus preferencias, el producto y los valores para cada uno. Luego, en base a esto, continuar con un diseño efectivo de la subasta, teniendo todas las anteriores cuestiones presentes, que logre extraer el mayor beneficio, no sólo económico sino también en cuanto a la información que se obtiene del intercambio. Ver los antecedentes es necesario, y puede ser útil, pero hay que tener en cuenta que cada situación es diferente y se puede requerir de ajustes para lograr el máximo rendimiento.



## BIBLIOGRAFÍA

- Klemperer, Paul. “Auction Theory: A guide to the Literature”, *Journal of Economic Surveys*, Julio 1999, vol. 13, no. 3: págs 227-286.
- McAfee, Preston y McMillan, John. “Auctions and bidding”, *Journal of Economic Literature*, volumen XXV: págs. 699-738.
- McAfee, R. Preston y Vincent, Daniel. “The Declining Price Anomaly”, *Journal of Economic Theory*, Junio 1993, 60, no. 1: págs. 191-212.
- Bulow, Jeremy y Klemperer, Paul. “Auctions vs Negotiations”, *American Economic Review*, Marzo 1996, 86, no 1: págs. 180-94.
- Manelli, Alejandro M. y Vincet, Daniel. “Optimal Procurement Mechanisms”, *Econometrica* Mayo 1995, 63, no. 3: págs. 591-620.
- McMillan, John. “Selling Spectrum Rights”, *Journal of Economic Perspectives*, verano 1994, 8, no. 3: págs. 145-62.
- Hendricks, Kenneth; Porter, Robert y Wilson, Charles. “Auctions for and Gas Leases with an Informal Bidder and a Random Reserve Price”, *Econometrica*, Noviembre 1944, 62, no. 6: págs. 1415-44.
- Ausubel, Lawrence. “An Efficient Ascending-Bid Auction for Multiple Objects”, *The American Economic Review*, Diciembre 2004, Vol. 94, no. 5: págs 1452-1475.
- Klemperer, Paul. “Why Every Economist Should Learn Some Auction Theory”, Oxford University, 2000: 48 págs.
- Porter, David; Rassenti, Stephen; Roopnarine, Anil y Smith, Vermon. “Combinatorial Auction Design”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Septiembre 2003, vol 100, no. 19: págs. 11153-11157.
- Preston McAfee. *Competitive Solutions: the strategist’s toolkit*. Princeton University Press. Año 2002. ISBN 0-691-09646-5
- Milgrom, Paul. “Putting Auction Theory to Work: The Simultaneous Ascending Auction”, *The Journal of Political Economy*, Abril 2000, vol. 108, no. 2: págs. 245-272.
- Noussair, Charles. “Innovation in the Design of Bundled-Item Auctions”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Septiembre 2003, vol 100, no. 19: págs. 10590-10591.
- Schelling, Thomas C. “The Strategy of Conflict”, Cambridge: Harvard University Press, 1960.
- Vickrey, William. “Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders”, *Journal Finance*, Marzo 1961, 16 (1): págs. 8-37

- Banks, Jeffery; Ledyard, John y Porter, David. “Allocating Uncertain and Unresponsive Resources: An Experimental Approach”, *The RAND Journal of Economics*, Primavera 1989, vol. 20, no. 1: págs. 1-25.
- Cassady, Ralph. “Auctions and auctioneering”, Berkeley University of California Press, 1967.
- Shubik, Martin. “Auctions, Bidding and Markets: A Historical Sketch”, in R. Engelbrecht-Wiggans et al., 1983, págs. 33-52.
- Engelbrecht-Wiggans, Richard; Shubik, Martin y Stark, Robert. “Auctions, bidding and contracting: Uses and theory”. NY: NYU Press, 1983.
- French, Kenneth y McCormick, Robert. “Sealed Bids, Sunk Costs and the Process of Competition”, *Journal of Business*, Octubre 1984, vol. 57, no. 4: págs. 417-441.
- Ramsey, James. “Bidding and oil leases”, Greenwich, CT: J.A.I. Press, 1980.
- Yamey, B. “Why £2,3100,000 for a Velazquez? An Auction Bidding Rule”, *Journal of Political Economy*, Noviembre-diciembre 1972, vol. 80, no. 6: págs. 1323-27.
- Wilson, Robert. “A Bidding Model of Perfect Competition”, *Review of Economical Studies*, Octubre 1977, vol. 44, no. 3: págs 511-18.

ANEXO

Compañía 1							
Ruta	Demanda	Oferta 1	Oferta 2	Oferta 3	Oferta 4	Oferta 5	Oferta 6
NO1-NO2	2	1	2	1	2	2	
NO2-NO1	2	1	2	2	1		2
NE1-NE2	2						
NE2-NE1	2						
SO1-SO2	2						
SO2-SO1	2						
SE1-SE2	2						
SE2-SE1	2						
NO1-NE1	1						
NE1-NO1	1						
NE2-SE1	1						
SE1-NE2	1						
SE2-SO2	1						
SO2-SE2	1						
SO1-NO2	1						
NO2-SO1	1						
NO2-NE2	1						
NE2-NO2	1						
NE1-SE2	1						
SE2-NE1	1						
SE1-SO1	1						
SO1-SE1	1						
SO2-NO1	1						
NO1-SO2	1						
Costo Fijo		250	250	250	250	250	250
Costo Camión		200	400	400	400	400	400
Costo Carga		100	200	150	150	100	100
Costo Total		550	850	800	800	750	750
<b>Oferta</b>		<b>605</b>	<b>935</b>	<b>880</b>	<b>880</b>	<b>800</b>	<b>800</b>
Decisión		Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar

Figura 4.1. Ofertas Compañía 1

Company 2							
Ruta	Demanda	Oferta 1	Oferta 2	Oferta 3	Oferta 4	Oferta 5	Oferta 6
NO1-NO2	2						
NO2-NO1	2						
NE1-NE2	2	1	2	1	2	2	
NE2-NE1	2	1	2	2	1		2
SO1-SO2	2						
SO2-SO1	2						
SE1-SE2	2						
SE2-SE1	2						
NO1-NE1	1						
NE1-NO1	1						
NE2-SE1	1						
SE1-NE2	1						
SE2-SO2	1						
SO2-SE2	1						
SO1-NO2	1						
NO2-SO1	1						
NO2-NE2	1						
NE2-NO2	1						
NE1-SE2	1						
SE2-NE1	1						
SE1-SO1	1						
SO1-SE1	1						
SO2-NO1	1						
NO1-SO2	1						
Costo Fijo		250	250	250	250	250	250
Costo Camión		200	400	400	400	400	400
Costo Carga		100	200	150	150	100	100
Costo Total		550	850	800	800	750	750
<b>Oferta</b>		<b>605</b>	<b>935</b>	<b>880</b>	<b>880</b>	<b>800</b>	<b>800</b>
Decisión		Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar

Figura 4.2. Ofertas Compañía 2

Company 3							
Ruta	Demanda	Oferta 1	Oferta 2	Oferta 3	Oferta 4	Oferta 5	Oferta 6
NO1-NO2	2						
NO2-NO1	2						
NE1-NE2	2						
NE2-NE1	2						
SO1-SO2	2	1	2	1	2	2	
SO2-SO1	2	2	1	1	2		2
SE1-SE2	2						
SE2-SE1	2						
NO1-NE1	1						
NE1-NO1	1						
NE2-SE1	1						
SE1-NE2	1						
SE2-SO2	1						
SO2-SE2	1						
SO1-NO2	1						
NO2-SO1	1						
NO2-NE2	1						
NE2-NO2	1						
NE1-SE2	1						
SE2-NE1	1						
SE1-SO1	1						
SO1-SE1	1						
SO2-NO1	1						
NO1-SO2	1						

Costo Fijo	250	250	250	250	250	250
Costo Camión	400	400	200	400	400	400
Costo Carga	150	150	100	200	100	100
Costo Total	800	800	550	850	750	750
<b>Oferta</b>	<b>880</b>	<b>880</b>	<b>605</b>	<b>935</b>	<b>800</b>	<b>800</b>
Decisión	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar

Figura 4.3. Ofertas Compañía 3

Company 4							
Ruta	Demanda	Oferta 1	Oferta 2	Oferta 3	Oferta 4	Oferta 5	Oferta 6
NO1-NO2	2						
NO2-NO1	2						
NE1-NE2	2						
NE2-NE1	2						
SO1-SO2	2						
SO2-SO1	2						
SE1-SE2	2	1	1	2	2	0	0
SE2-SE1	2	1	2	1	2	2	2
NO1-NE1	1						
NE1-NO1	1						
NE2-SE1	1						
SE1-NE2	1						
SE2-SO2	1						
SO2-SE2	1						
SO1-NO2	1						
NO2-SO1	1						
NO2-NE2	1						
NE2-NO2	1						
NE1-SE2	1						
SE2-NE1	1						
SE1-SO1	1						
SO1-SE1	1						
SO2-NO1	1						
NO1-SO2	1						
Costo Fijo		250	250	250	250	250	250
Costo Camión		200	400	400	400	400	400
Costo Carga		100	150	150	200	100	100
Costo Total		550	800	800	850	750	750
<b>Oferta</b>		<b>605</b>	<b>880</b>	<b>880</b>	<b>935</b>	<b>800</b>	<b>800</b>
Decisión		Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar

Figura 4.4. Ofertas Compañía 4

Company 5							
Ruta	Demanda	Oferta 1	Oferta 2	Oferta 3	Oferta 4	Oferta 5	Oferta 6
NO1-NO2	2	2		1		1	1
NO2-NO1	2	1	1	1		1	
NE1-NE2	2						
NE2-NE1	2						
SO1-SO2	2	1	1	1	1		1
SO2-SO1	2		2	1	1		
SE1-SE2	2						
SE2-SE1	2						
NO1-NE1	1						
NE1-NO1	1						
NE2-SE1	1						
SE1-NE2	1						
SE2-SO2	1						
SO2-SE2	1						
SO1-NO2	1		1	1			1
NO2-SO1	1	1		1			1
NO2-NE2	1						
NE2-NO2	1						
NE1-SE2	1						
SE2-NE1	1						
SE1-SO1	1						
SO1-SE1	1						
SO2-NO1	1	1			1	1	1
NO1-SO2	1		1		1	1	

Costo Fijo	400	400	400	400	400	400
Costo Camión	700	700	600	600	600	700
Costo Carga	350	350	300	300	300	300
Costo Total	1450	1450	1300	1300	1300	1400
<b>Oferta</b>	<b>1595</b>	<b>1595</b>	<b>1430</b>	<b>1430</b>	<b>1430</b>	<b>1540</b>
Decisión	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar

Figura 4.5. Ofertas Compañía 5

Company 6							
Ruta	Demanda	Oferta 1	Oferta 2	Oferta 3	Oferta 4	Oferta 5	Oferta 6
NO1-NO2	2						
NO2-NO1	2						
NE1-NE2	2	2		1		1	1
NE2-NE1	2	1	1	1		1	
SO1-SO2	2						
SO2-SO1	2						
SE1-SE2	2	1	1	1	1		1
SE2-SE1	2		2	1	1		
NO1-NE1	1						
NE1-NO1	1						
NE2-SE1	1	1		1			1
SE1-NE2	1		1	1			1
SE2-SO2	1						
SO2-SE2	1						
SO1-NO2	1						
NO2-SO1	1						
NO2-NE2	1						
NE2-NO2	1						
NE1-SE2	1		1		1	1	
SE2-NE1	1	1			1	1	1
SE1-SO1	1						
SO1-SE1	1						
SO2-NO1	1						
NO1-SO2	1						
Costo Fijo		400	400	400	400	400	400
Costo Camión		700	700	600	600	600	700
Costo Carga		350	350	300	300	300	300
Costo Total		1450	1450	1300	1300	1300	1400
<b>Oferta</b>		<b>1595</b>	<b>1595</b>	<b>1430</b>	<b>1430</b>	<b>1430</b>	<b>1540</b>
Decisión		Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar

Figura 4.6. Ofertas Compañía 6



Company 7							
Ruta	Demanda	Oferta 1	Oferta 2	Oferta 3	Oferta 4	Oferta 5	Oferta 6
NO1-NO2	2	2	1	1		1	
NO2-NO1	2	1	2	1		1	1
NE1-NE2	2		1	1	1		1
NE2-NE1	2	1		1	1		
SO1-SO2	2						
SO2-SO1	2						
SE1-SE2	2						
SE2-SE1	2						
NO1-NE1	1		1	1			1
NE1-NO1	1	1		1			1
NE2-SE1	1						
SE1-NE2	1						
SE2-SO2	1						
SO2-SE2	1						
SO1-NO2	1						
NO2-SO1	1						
NO2-NE2	1	1			1	1	
NE2-NO2	1		1		1	1	1
NE1-SE2	1						
SE2-NE1	1						
SE1-SO1	1						
SO1-SE1	1						
SO2-NO1	1						
NO1-SO2	1						

Costo Fijo	400	400	400	400	400	400
Costo Camión	700	700	600	600	600	700
Costo Carga	350	350	300	300	300	300
Costo Total	1450	1450	1300	1300	1300	1400
Oferta	1595	1595	1430	1430	1430	1540
Decisión	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar

Figura 4.7. Ofertas Compañía 7

Company 8							
Ruta	Demanda	Oferta 1	Oferta 2	Oferta 3	Oferta 4	Oferta 5	Oferta 6
NO1-NO2	2						
NO2-NO1	2						
NE1-NE2	2						
NE2-NE1	2						
SO1-SO2	2	2	1	1		1	
SO2-SO1	2	1	2	1		1	1
SE1-SE2	2		1	1	1		1
SE2-SE1	2	1		1	1		
NO1-NE1	1						
NE1-NO1	1						
NE2-SE1	1						
SE1-NE2	1						
SE2-SO2	1	1		1			1
SO2-SE2	1		1	1			1
SO1-NO2	1						
NO2-SO1	1						
NO2-NE2	1						
NE2-NO2	1						
NE1-SE2	1						
SE2-NE1	1						
SE1-SO1	1		1		1	1	
SO1-SE1	1	1			1	1	1
SO2-NO1	1						
NO1-SO2	1						
Costo Fijo		400	400	400	400	400	400
Costo Camión		700	700	600	600	600	700
Costo Carga		350	350	300	300	300	300
Costo Total		1450	1450	1300	1300	1300	1400
<b>Oferta</b>		<b>1595</b>	<b>1595</b>	<b>1430</b>	<b>1430</b>	<b>1430</b>	<b>1540</b>
Decisión		Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar

Figura 4.8. Ofertas Compañía 8

Company 9											
Ruta	Demanda	Oferta 1	Oferta 2	Oferta 3	Oferta 4	Oferta 5	Oferta 6	Oferta 7	Oferta 8	Oferta 9	Oferta 10
NO1-NO2	2		1			1		1			
NO2-NO1	2				1		1		1		
NE1-NE2	2						1				
NE2-NE1	2		1	1		1					
SO1-SO2	2	1						1			
SO2-SO1	2				1				1		
SE1-SE2	2										
SE2-SE1	2	1		1							
NO1-NE1	1		1				1		1	1	
NE1-NO1	1		1			1		1		1	
NE2-SE1	1			1			1				
SE1-NE2	1			1		1					
SE2-SO2	1	1							1		
SO2-SE2	1	1						1			
SO1-NO2	1				1		1		1		1
NO2-SO1	1				1	1		1			1
NO2-NE2	1		1								1
NE2-NO2	1										1
NE1-SE2	1			1					1		
SE2-NE1	1							1			
SE1-SO1	1	1					1				
SO1-SE1	1					1					
SO2-NO1	1									1	
NO1-SO2	1				1					1	
Costo Fijo	400	400	400	400	600	600	600	600	600	525	525
Costo Camión	700	700	700	700	700	700	700	700	700	600	600
Costo Carga	300	300	300	300	350	350	350	350	350	300	300
Costo Total	1400	1400	1400	1400	1650	1650	1650	1650	1650	1425	1425
<b>Oferta</b>	<b>1540</b>	<b>1540</b>	<b>1540</b>	<b>1540</b>	<b>1815</b>	<b>1815</b>	<b>1815</b>	<b>1815</b>	<b>1815</b>	<b>1567.5</b>	<b>1567.5</b>
Eliminar Oferta	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar	Ofertar

Figura 4.9. Ofertas Compañía 9









# Optimización de Subastas Combinatorias

ny 9									
Oferta 40	Acepta	Oferta 41	Acepta	Oferta 42	Acepta	Oferta 43	Acepta	Oferta 44	Acepta
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1815	<b>1</b>	1815	<b>1</b>	1815	0	1568	0	1568	0
<b>1815</b>		<b>1815</b>		0		0		0	

Figura 4.18. Modelo de Resolución (Parte 9 de 9)