



**TESIS DE GRADO EN INGENIERIA INDUSTRIAL**

**INVESTIGACION TENDIENTE A CORREGIR  
PROBLEMAS HABITUALES EN PROCESOS DE  
SIMULACION DE MONTECARLO Y A  
ESTABLECER UNA LINEA DE APLICACION**

**Autor: Alejandro Muther**

**Dirección de tesis:**

Doctorando, MBA, Ingeniero Industrial Rifat Lelic

2011



## RESUMEN EJECUTIVO

El objetivo de este trabajo es realizar un análisis de los procesos de simulación de Montecarlo para la valuación de proyectos, identificando los errores mas habituales al utilizar este método de manera de establecer una línea de aplicación. Para lograrlo, se comienza con un análisis detallado de la teoría que da origen al CAMP y APT, que son los dos métodos más clásicos para el cálculo del costo del capital. También se enunciará como se obtiene la fórmula del WACC. A partir de estas teorías, se analizan los procedimientos correctos para la simulación de Montecarlo. Se divide el análisis en tres grandes etapas: primero se considera como utilizar el método para simular solo la tasa de descuento, luego como utilizarlo para simular los flujos y finalmente como introducir opciones reales.

En primer lugar, se considera la introducción de la incertidumbre en la tasa de descuento. Uno de los aportes de este trabajo es incluir la incertidumbre del beta en la simulación de Montecarlo. En la mayoría de los casos no se considera esta incertidumbre, así como su impacto en la valuación del proyecto. Además, se analiza cual es la tasa libre de riesgo que debemos utilizar para cada proyecto. Otro punto importante, es la relación entre el patrimonio neto y la deuda a utilizar en la valuación de compras de compañías considerando si la compra nos da derecho a control o no.

La introducción del método del APT en la simulación de Montecarlo es otro aporte realizado, esta teoría nos permite evaluar, la exposición a riesgos del proyecto y como protegernos generando una cartera inmunizada. Montecarlo nos habilita a determinar el verdadero riesgo que estamos corriendo al hacer esta operación.

En segundo lugar, se analizan las posibilidades de introducir variabilidad en los flujos. Uno de las contribuciones más importantes de este trabajo es la incorporación de la idea que, en valuación de proyectos, su valor es dependiente del camino que sigan las variables más importantes. En esta presentación, se sugiere como crear modelos para simular la evolución de las variables. Además, se presenta un método para incorporar la correlación entre variables. Este punto es de gran importancia porque si no se realiza correctamente, la valuación será inexacta y podrá llevarnos a tomar una decisión equivocada.

Por último se analizó las ventajas de la simulación de Montecarlo para la introducción de opciones reales. Este método de valuación nos deja incorporar una o más opciones reales dentro de nuestro proyecto y valuarlas sin generar una complicación extra.

**ABSTRACT**

The objective of this investigation is to analyze the Monte Carlo simulation and its impacts on project valuation. The ultimate goal is to show possible errors that are normally made and how to solve them. As a start point there is an analysis of the theory's that give origins to the CAPM and APT, these are the most classic methods for obtaining the cost of capital. There is also an analysis of the origins of the WACC and how this formula is created. Once this theory is understood, the correct method for Monte Carlo simulation is developed. This is divided into three big groups, simulations of discount rate, simulations of cash flow and finally real options

In first place there is an introduction of uncertainty in to discount rates. One of the fundamental achievements of the work is the introduction of the uncertainty of the beta, while in most cases is not taken in to account and can change the value of a project. There is also an analysis of the correct risk free rate that has to be use in a project. Another important point is the composition of the company in terms of equity and debt. There is also an introduction for utilizing APT with Monte Carlo simulation.

In second place, the paper analysis the correct way of introduction uncertainty in cash flows. One of the big points of this project is introduction the idea that project valuation is path dependent in terms of the underlying variables. The paper introduces several models to show how to simulate different variables. As well there is an introduction to creating correlation between variables; this is an important point while dealing with Monte Carlo simulation, because an incorrect model can lead to a wrong decision.

Finally the project introduces the value of creating real options and how to value them with Monte Carlo.

**INDICE**

<b>1.</b>	<b>INTRODUCCION .....</b>	<b>1</b>
1.1.	SIMULACION DE MONTECARLO .....	1
1.2.	CAPM o APT .....	3
1.3.	WACC.....	11
<b>2.</b>	<b>ASPECTO DE SIMULACION DE TASAS .....</b>	<b>17</b>
2.1.	SIMULAR LA TASA: CAPM .....	17
2.2.	SIMULAR LA TASA: APT .....	36
2.2.1.	INTRODUCCIÓN .....	36
2.2.2.	FACTORES MACROECONÓMICOS .....	40
<b>3.</b>	<b>ASPECTO DE SIMULACION DE FLUJOS .....</b>	<b>47</b>
3.1.	CORRESPONDENCIA DE FLUJOS Y TASAS .....	47
3.2.	METODOLOGIA PARA LA SELECCIÓN DE FLUJOS A SIMULAR .....	55
3.3.	HOMOGENIZACION DE DATOS DE DISTRIBUCION HISTORICOS CON VALORES REALES ACTUALES. COMO GENERAR LA EVOLUCION DE VARIABLES .....	65
3.4.	PROCEDIMIENTOS PARA LA INTRODUCCION DE CORRELACIONES ENTRE PARAMETROS .....	83
3.5.	LA IMPORTANCIA DE LAS VARIABLES BINARIAS Y COMO INTRODUCIRLAS EN EL MODELO .....	90
<b>4.</b>	<b>INTRODUCCION DE OPCIONES REALES EN MONTECARLO .....</b>	<b>93</b>
4.1.	DIFERIR .....	93
4.2.	EXPANDIR.....	97
4.3.	ABANDONAR .....	99
4.4.	OPCIONES MULTIPLES.....	102
<b>5.</b>	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>103</b>
5.1.	LA DESVENTAJA DE LOS PROMEDIOS .....	103
5.2.	FUENTES DE INCERTIDUMBRE EN LAS TASAS DE DESCUENTOS .....	106
5.3.	EL ATP Y LA SIMULACION DE MONTECARLO .....	108
5.4.	EL RIESGO DE CAMBIOS DE FUNCIONAMIENTO DE LAS VARIABLES .....	109
5.5.	LA IMPORTANCIA DE LA INTORDUCCION DE CORRLACION ENTRE VARIABLES SIMULADAS.....	112
<b>6.</b>	<b>APENDICE I: BETA Y BETAS TOTALES POR INDUSTRIA .....</b>	<b>115</b>
<b>7.</b>	<b>APENDICE II: DATOS DE MUSTRA DE OBTENCION DE BETAS POR INDUSTRIA. .</b>	<b>119</b>
<b>8.</b>	<b>APENDICE III: PRECIO HISTORICO DEL MAIZ USDA .....</b>	<b>123</b>
<b>9.</b>	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>125</b>
9.1.	LIBROS.....	125
9.2.	MONOGRAFIAS.....	125



## 1. INTRODUCCION

### 1.1. SIMULACION DE MONTECARLO

La simulación de Montecarlo es una metodología muy potente que abre las puertas para resolver problemas complejos de características prácticas.

Montecarlo genera futuros artificiales a través de la creación de miles y a veces cientos de miles de caminos posibles. En la práctica, la simulación de Montecarlo se utiliza para el análisis y cuantificación de riesgo, análisis de sensibilidad y predicciones. En general, los modelos simulados tienen una respuesta matemática compleja que exige un alto grado de conocimiento, por lo cual, resulta más simple aplicar simulación, generando resultados equivalentes de manera más sencilla.

La simulación de Montecarlo, en su estado más simple, consiste en generar valores al azar siguiendo una distribución predefinida de las variables más significativas de un modelo, con el objetivo de calcular el valor de una variable objetivo, en el universo resultante. Veamos un ejemplo simple del mercado financiero.

Un modelo financiero relativamente simple para implementar es un plazo fijo extensible. Los puntos principales son:

- a. El inversor tiene un millón de dólares para invertir
- b. Espera requerir de este dinero en seis o doce meses
- c. Hasta ese momento incierto quiere conseguir un retorno

Para lograr la meta, el inversor decide utilizar un plazo fijo a seis meses extensible por seis meses más. La pregunta ahora es ¿Cuál es la tasa justa que el banco debe pagarle al inversor?

Revisemos entonces el funcionamiento del instrumento:

- a. En  $T = 0$  invertimos 1 millón

- b. En  $T = 6$  meses analizamos si requerimos el dinero o no, de no requerirlo analizamos si la tasa por 6 meses vigente es mayor a la tasa fijada, de ser así retiramos el dinero y colocamos a la tasa vigente, sino renovamos el préstamo.
- c. Entonces el payoff en 12 meses será

$$\text{Max}[1MM(1+c/2)(1+r(6\text{meses})/2), 1MM(1+c/2)(1+c/2)] \quad (\text{Formula 1.1 Payoff})$$

Como vemos el resultado en 12 meses es variable, es decir, depende de la tasa  $r(6\text{meses})$  que hoy es desconocida. La pregunta ahora es como hacemos para saber cuál será la tasa. Proponemos entonces que :

$$R(6\text{meses}) = \text{fwd}(0) + \sigma w(6\text{meses}) \quad (\text{Formula 1.2 Tasa del depósito})$$

Donde  $w(6\text{meses})$  es una variable normal, con media 0 y varianza 0.5. Este es un modelo relativamente simple, pero permite que la tasa sea negativa.

Nos queda entonces que la utilidad será:

$$E(\text{Max}[1MM(1+c/2)(1 + (\text{fwd}(0) + \sigma w(6\text{meses}))/2), 1MM(1+c/2)(1+c/2)]) \quad (\text{Formula 1.3 Utilidad})$$

Simulamos entonces 1000  $W(6\text{meses})$ , obtenemos entonces el valor del contrato al final del mismo en 1000 escenarios distintos.

Lo que tenemos que hacer ahora es traer a valor presente el flujo final. Ahora bien, por el principio de no arbitraje de finanzas, sabemos que el valor hoy del préstamo debe ser igual a el valor hoy de un préstamo ordinario por 12 meses, como asumimos que la tasa que paga el banco es libre de riesgo, estamos trayendo el flujo a la misma tasa. Por ende, el valor hoy del préstamo normal es 1mm.

Sabiendo esto podemos buscar la tasa extensible tal que nos dé el mismo valor.

Veamos el ejemplo en números

$$\text{Tasa sport 6 meses} = 9\%$$

Tasa forward de 6 meses a 12 meses =9%

Volatilidad anual = 0.1

Obtenemos entonces los 1000 shock para cada escenario de tasas:

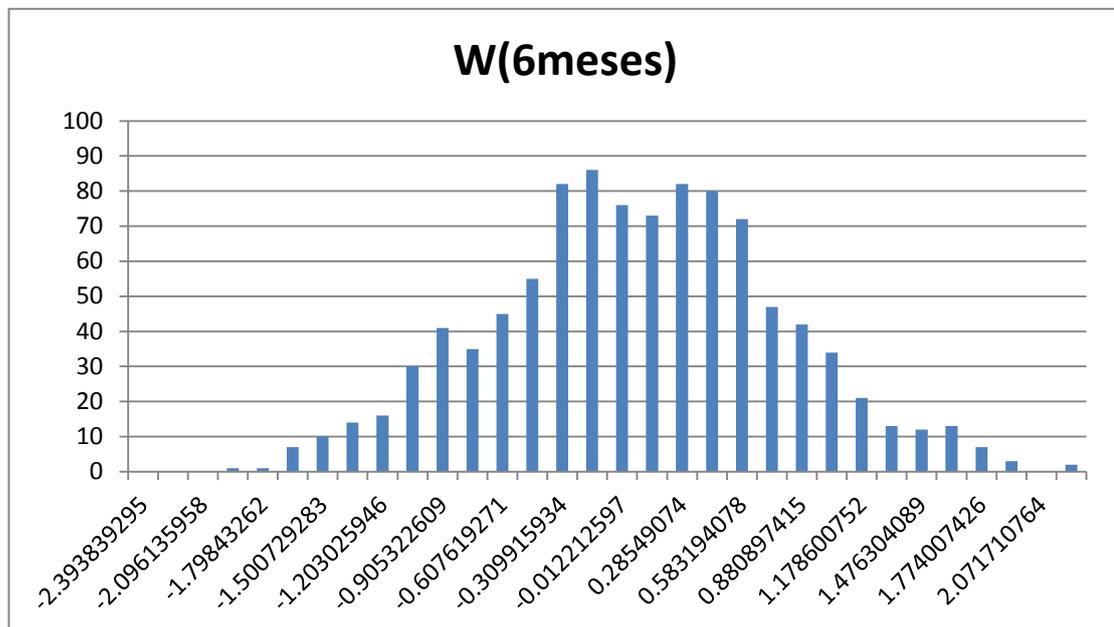


Figura 1.1 Tasa a 6 meses

A partir de estos shocks calculamos el valor de cada contrato y mediante iteración lo igualamos al millón deseado. Entonces obtenemos que la tasa debe ser 7.1%.

## 1.2. CAPM o APT

### 1.1.1. Introducción

Los modelos CAPM y APT son llamados modelos de valuación de activos basados en análisis de los retornos de los valores financieros.

Un factor clave en la valoración de cualquier instrumento financiero es la relación positiva implícita entre el riesgo y el retorno esperado. Cuanto mayor es el riesgo esperado debe existir retorno esperado adicional. El riesgo se define como la diferencia entre el retorno esperado y el retorno efectivamente logrado por un activo en el tiempo. Esta diferencia puede deberse a factores que afectan al activo particular o a factores que afectan a todos los activos en general.

Los valores negociables pueden combinarse de una manera tal que se reduzca el riesgo relativo, es decir, si se considera los patrones de flujos de caja esperados sobre el tiempo de varios valores, y se combina tales valores en un portfollio, la dispersión del flujo total de caja se reduce y la dispersión del retorno sobre la inversión se reduce aun más. La combinación de valores negociables en un portfollio, de manera que se reduzca el riesgo, se conoce como diversificación.

Sin embargo, no se puede tener un portfollio más diversificado que el portfollio de mercado, este último representa el máximo posible de diversificación. Entonces, el riesgo asociado con el portfollio de mercado es inevitable o sistemático. Es decir, que el único riesgo que queda después de una diversificación eficiente es sistemático en el sentido que afecta a todos los valores negociables y no puede ser eliminado. En esencia, este es el riesgo de los cambios en el mercado causados por aspectos tales como cambios en la economía o en la situación política. El riesgo que se elimina es el riesgo no sistemático o diversificable.

Los modelos de valuación de activos de capital asumen que el riesgo no sistemático ha sido eliminado construyendo un portfollio diversificado eficiente. Estos modelos tienen como objetivo individualizar cuales son los factores generales que explican la tasa de retorno de este portfollio eficientemente diversificado.

El modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) muestra que en un mercado eficiente la tasa de retorno de cualquier activo riesgoso es una función de su covarianza o correlación con la tasa de retorno del portfollio de mercado, es decir, aquel portfollio que contiene a todos y a cada uno de los activos de la economía, en cierta proporción. La hipótesis de mercado eficiente, dice que los precios de las acciones o de los activos financieros en general, siempre tienden a reflejar todo lo conocido sobre la actuación y las perspectivas de las empresas, individualmente y como un todo en la economía.

Un modelo alternativo es el APT (Arbitrage Pricing Theory). El APT también es un modelo de valuación de activos en equilibrio, es decir, en un mercado eficiente. El retorno de cualquier activo riesgoso es visto como una combinación lineal de varios factores y no tan solo de la tasa de retorno del portfollio de mercado.

Lo que diferencia a un modelo de otro es como cuantifican el riesgo sistemático. Para el CAPM, el riesgo sistemático está representado por la tasa de retorno del portfollio de mercado. En cambio el APT plantea que existen otros factores que explican este riesgo sistemático. Cabe hacer notar que el APT, no determina cuales son estos factores. En

cualquier caso, el APT es más general que el CAPM y de hecho este último puede ser visto como un caso especial del primero.

### 1.1.2. Hipótesis y Matemática detrás del modelo

#### CAPM

Beta expresa solamente el riesgo sistemático de un activo dado, midiendo la extensión en la cual la tasa de retorno de un activo ha sido más o menos variable con respecto a la tasa de retorno del mercado como un todo. Beta es simplemente la pendiente de la recta que nos muestra la relación entre la tasa de retorno de un activo y el factor que explica esta.

$$T_i = \alpha + \beta T_m + E_i \text{ (Formula 1.4. CAPM)}$$

Donde :

- T<sub>i</sub> es la tasa de retorno en exceso, a la tasa de retorno de cero riesgo del activo i.
- α es el parámetro de posición
- β es la pendiente
- T<sub>m</sub> Tasa de retorno en exceso, a la tasa de retorno de cero riesgo, del portfolio de mercado
- E<sub>i</sub> El riesgo no sistemático.

Siendo Alfa la intersección de la recta con el eje vertical, si se espera que el retorno en exceso del portfolio de mercado sea igual a cero, el alfa para un activo en particular, en teoría debería ser cero puesto que el alfa para el portfolio de mercado es simplemente un promedio ponderado de las alfas de todos los activos que conforman tal portfolio. Con la existencia de mercados eficientes y el arbitraje que resulta allí, se asegura que ningún alfa será negativa y cada alfa debe ser igual a cero para que el promedio ponderado sea cero. Sin embargo, los alfas difieren de cero si el mercado no está en equilibrio o tiene imperfecciones.

Si la pendiente es igual a uno, la tasa de retorno del activo varia proporcionalmente con la tasa de retorno del portfolio de mercado. Si la pendiente es mayor que uno, el activo tiene más riesgo sistemático que el mercado como un todo. Esta clase de activos se conoce a menudo como una inversión agresiva. Una pendiente menor que uno indica

que el activo tiene un menor riesgo sistemático que el mercado como un todo. Esta clase de activos se conoce a menudo como una inversión defensiva. Mientras mayor sea la pendiente de la recta de un activo identificada por su Beta, mayor será su riesgo sistemático. Esto significa que para movimientos hacia arriba o hacia abajo en la tasa de retorno del portfolio de mercado, los cambios en la tasa de retorno del activo en particular será mayor o menor, dependiendo de su Beta. Entonces Beta es una medida del riesgo sistemático o inevitable de los activos.

Se establecerá esto más formalmente. La tasa de retorno de todos los activos riesgosos es una función de su covarianza o correlación con la tasa de retorno del portfolio de mercado. La relación puede ser establecida como sigue:

$$E(R_i) = R_f + (E(R_m) - R_f) \times \text{Cov}(R_i, R_m) \div V(R_m) \text{ (Formula 1.5. Tasa de retorno requerida)}$$

Donde

$E(R_i)$ : tasa de retorno requerida para el activo.

$R_f$ : tasa de retorno del activo de cero riesgo.

$(E(R_m) - R_f)$ : precio del riesgo.

$\text{Cov}(R_i, R_m) / V(R_m)$ : cantidad de riesgo.

Esta ecuación es conocida como la Línea del Mercado de Valores según el CAPM o simplemente el CAPM. La tasa de retorno requerida por los inversionistas a cualquier activo  $E(R_i)$  es igual a la tasa de retorno del activo de cero riesgo existente en la economía, más un premio por riesgo. El premio por riesgo es el precio del riesgo multiplicado por la cantidad de riesgo. En la terminología del CAPM, el precio del riesgo es la pendiente de la Línea de Mercado de Valores (LMV). En resumen, la LMV es aquella línea que muestra la relación entre la tasa de retorno de un activo y el riesgo sistemático. Es decir, la diferencia entre la tasa de retorno esperada del portfolio de mercado y la tasa de retorno de cero riesgo.

La cantidad de riesgo es llamada Beta  $B_i$  y se define como :

$$B_i = \text{Cov}(R_i, R_m) \div V(R_m) \text{ (Formula 1.6. Beta)}$$

Es decir,  $B_i$  es la covarianza entre los retornos del activo riesgoso y el portfolio de mercado, dividido por la varianza del portfolio de mercado.

## APT

Formulada por Ross (1976) y más tarde ampliada y desarrollada junto a Roll (Rolly Ross, 1980), el APT ofrece una alternativa testeable al CAPM. El CAPM predice que, en la Línea del Mercado de Valores, las tasas de retorno de un valor estarán linealmente correlacionadas a un simple factor común, la tasa de retorno del portfolio de mercado. El APT está basado en una construcción similar, pero es mucho más general.

Como el CAPM, el APT asume que solo el riesgo sistemático, el tipo de riesgo que no puede ser diversificado, necesita ser medido. Sin embargo, este también asume que el riesgo sistemático no puede ser capturado adecuadamente en una medida unitaria como el Beta. Sus investigaciones han llevado a Ross y Roll (1980) a plantear que el riesgo sistemático necesita ser reflejado por varios factores separados. Los tres mencionados más a menudo: cambios no anticipados en la inflación, en la producción industrial y en las tasas de interés. En cualquier caso, el APT claramente envía mensajes sobre varios activos cuyo grado de riesgo es bastante distinto a lo que el Beta predice. El Beta, por ejemplo, señala algunos activos como defensivos, es decir, de bajo riesgo, mientras el APT los muestra como extremadamente riesgosos en periodos de inflación inesperada.

Se establecerá lo enunciado más formalmente. El APT asume que la línea característica de un activo  $i$  debe mostrar que la tasa de retorno de un valor es una función lineal de  $K$  factores:

$$R_i = E(R_i) + B_{i1} \times F_1 + \dots + B_{ik} \times F_{1k} + E_i \text{ (Formula 1.7. APT)}$$

Donde:

$R_i$ =tasa de retorno del activo  $i$

$E(R_i)$ =tasa de retorno esperada del activo  $i$

$E_i$ =un término de error de media cero

$B_{ik} = \text{Cov}(R_i; w_k) / V(w_k)$

$B_{ik}$ =sensitividad del retorno del activo  $i$  al  $k$  esimo factor

$F_k$ =el factor común de media cero a los retornos de todos los activos bajo consideración.

Por tanto, según el APT la Línea del Mercado de Valores puede ser escrito como:

$$E(R_i) - R_f = (E(W_1) - R_f) \times B_{i1} + \dots + (E(W_k) - R_f) \times B_{ik} \text{ (Formula 1.8. Línea de mercado de valor)}$$

Donde:

$E(w_i)$ : valor esperado de la transformación lineal del factor  $i$ , con tal de que los factores sean ortogonales entre sí.

Si la ecuación es interpretada como una ecuación de regresión lineal, asumiendo que los vectores de retornos tienen una distribución normal conjunta y que los factores han sido linealmente transformados de manera de ser ortogonales, y si los vectores son ortogonales, entonces  $E(w_i)$  es el retorno esperado sobre un portfolio con sensibilidad única al  $i$  esimo factor y con cero sensibilidad a todos los otros factores. En el fondo, lo que se pretende es que los factores sean linealmente independientes entre sí.

Entonces los coeficientes Betas  $k$  esimo, son definidos en exactamente la misma manera como el Beta en el CAPM, vale decir, cada Beta  $k$  esimo, cuantifica la tendencia de un activo individual a desplazarse con el factor  $k$  esimo. Estas condiciones permiten deducir la definición del Beta  $k$  esimo planteada aquí, a partir del proceso de minimización de la suma de los cuadrados de los errores en el procedimiento de regresión, Mínimos Cuadrados Ordinarios. Si estas condiciones no se cumplieran, el Beta  $k$  esimo obtenido no sería igual a  $Cov(R_i; w_k)/V(w_k)$  (Ross y Roll, 1980). Tal como se precisó antes, esta tendencia constituye un riesgo, ya que tales fluctuaciones no pueden ser eliminadas por diversificación.

Resulta entonces que tales elementos constituirían parte del riesgo total y específicamente parte del riesgo sistemático del activo.

Así:

$$B_{ik} = Cov(R_i, W_k) \div V(W_k) \text{ (Formula 1.9 Beta APT)}$$

Donde:

$$E(R_i) = R_f + (E(w_1) - R_f) \cdot B_{i1} \quad (\text{Formula 1.10 Retorno del activo } i)$$

$Cov(R_i, w_k)$  = es la covarianza entre el retorno del activo  $i$  y la transformación lineal del factor  $k$  esimo.

$V(w_k)$  = la varianza de la transformación lineal del factor  $k$  esimo

Aquí, el CAPM es visto por ser un caso especial del APT (donde los retornos de los activos se asume que tienen una distribución normal conjunta) ya que si se considera a  $R_m$  el único factor y  $w_k$  su transformación lineal, la ecuación de la Línea del Mercado de Valores según el APT es:

$$E(R_i) = R_f + (E(w_1) - R_f) \times B_{i1} \quad (\text{Formula 1.11.APT/CAPM})$$

Podemos decir que es la ecuación de la LMV del CAPM.

Un punto interesante para analizar es como calculamos el costo del capital. En general para el cálculo de mismos se suele utilizar el CAPM. El método se basa en la premisa de que un activo deberá pagar la tasa libre de riesgo más una prima de mercado que dependerá del riesgo del mismo.

$$K_e = R_f + \beta(R_m - R_f) \quad (\text{Formula 1.12 LMV})$$

Normalmente para proyectos en países emergentes se suele agregar a esta formula el riesgo soberano de la deuda.

$$K_e = R_f + \text{EMBI spread} + \beta(R_m - R_f) \quad (\text{Formula 1.13. CAPM+MBI})$$

### 1.1.3. Metodología para la selección de la Rf dentro de la curva de tasas libre de riesgo

En ambos modelos hablamos de una tasa libre de riesgo, aunque estos son modelos clásicos y muy usados en el mercado existe una gran discusión acerca de la tasa que se debe usar como tasa libre de riesgo y de la duración. En general, se suele usar la tasa del tesoro americano como tasa libre de riesgo, aunque a veces se usa la tasa Libor.

En cualquiera de los dos casos debemos elegir que tasa usar dentro de la curva de tasa. Por ejemplo, se muestra a continuación la cura de tasa para el 30/12/2010:

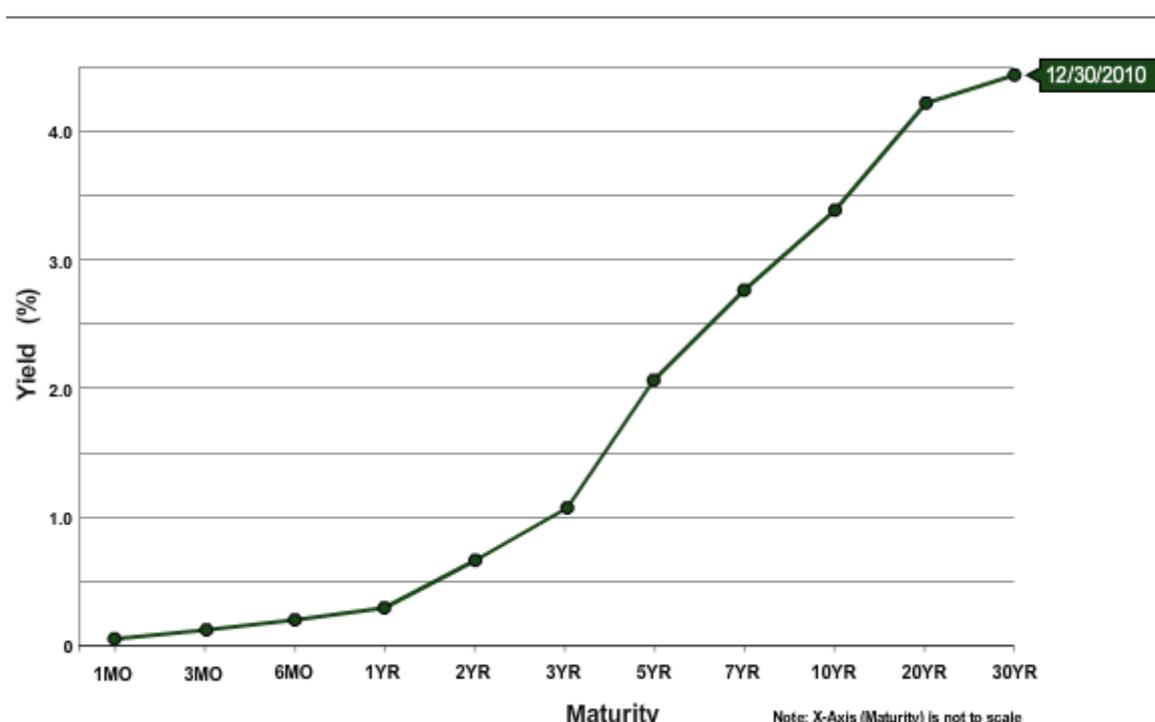


Figura 1.2 . Maturity [www.treasury.gov/resource-center](http://www.treasury.gov/resource-center)

Como vemos la tasa de 30 años 4.43% es muy distinta a una tasa de 10 años 3.38% que a su vez es distinta a la tasa de 5 años 2.06%. La pregunta entonces es, ¿cuál es la tasa que debo usar? En general hay dos corrientes dominantes sobre este tema, un grupo suele usar la tasa de 10 años, ya que de todas las tasas de largo plazo es la más líquida. Otro grupo utiliza la tasa de 30 años, basados en que al final del proyecto se suele usar una perpetuidad para obtener el valor terminal de mismo, entonces se piensa que la tasa a utilizar es la tasa más larga, porque es la más parecida a la duración “infinita” del flujo de la perpetuidad.

La opción más correcta en términos financieros es igualar la duración del proyecto con la duración de la tasa. Al calcular la duración del proyecto obtenemos un valor que representa el momento promedio ponderado por los pesos de los flujos de fondos. La idea es que mi proyecto equivale a un flujo en ese punto y la tasa que debo usar para traer este flujo es la tasa con igual duración.

Sin embargo, para poder calcular la duración del flujo generada por el proyecto, necesito la tasa de descuento, y para obtener la tasa de descuento necesito la  $R_f$ . La solución a este problema es iterar hasta que el proceso se estabilice en un valor. Entonces iterativamente, se comienza con una tasa estimada y luego se calcula la duración de proyecto, se obtiene entonces la tasa correspondiente y se repite el proceso hasta que el mismo se estabilice.

### 1.3. WACC

#### 1.1.4. Conceptos básicos

La sigla WACC se define como “weighted average cost of capital”, es decir, el promedio ponderado de los costos de capital. Normalmente se toman dos costos, el del patrimonio neto ( $K_e$ ) y el de la deuda ( $K_d$ ). Para su obtención se utiliza la siguiente ecuación:

$$WACC = K_e \frac{E}{D+E} + K_d(1 - \alpha) \frac{D}{D+E} \quad (\text{Formula 1.14 WACC})$$

Donde

- KE es el patrimonio neto
- E es capital aportado por los accionistas
- D es la deuda financiera contraída
- KD es el costo de la deuda financiera – hh
- $\alpha$  es la tasa de impuesto a la ganancias

El WACC es usado entonces para descontar los flujos futuros obteniendo así el valor de la compañía.

Según Miller y Modigliani, en un mundo sin impuestos, la gestión financiera de una empresa no afecta su valor, es decir por más que cambie la relación entre la deuda y el patrimonio neto, el valor del WACC permanecerá constante.

Sin embargo, al introducir los impuestos al modelo, existe un cambio significativo en este aspecto. Esto está dado porque los intereses a pagar por el préstamo son considerados como un gasto, lo que implica un ahorro en el impuesto a las ganancias. Por ende, existe un aumento de valor de la compañía a medida que la misma se endeuda, que está ligado al ahorro en el impuesto a las ganancias.

De lo expuesto anteriormente, el valor máximo de la empresa está dado cuando esta es 100% endeudada, aunque esa situación es poco lógica. En realidad, a medida que la compañía aumenta su deuda, aumenta el patrimonio neto ( $K_e$ ). Esto está dado por un aumento del riesgo para el inversor, ya que los acreedores de la empresa tienen prioridad en el flujo de fondos. Es decir al aumentar la cantidad de deuda aumenta el costo de capital de inversor.

Si para calcular el  $K_e$  se utiliza el modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) esta compensación está dada por el cambio de Beta. Normalmente para esta operación se utiliza la siguiente fórmula.

$$\beta_l = \beta_u \left( 1 + \frac{D_l(1-\alpha)}{E_l} \right) \text{ (Formula 1.15 Beta)}$$

Donde

$\beta_l$  es el beta apalancado

$\beta_u$  es el beta no apalancado

$D_l$  el nivel de deuda de la compañía

$\alpha$  es el porcentaje de impuesto a las ganancias

$E_l$  es el equity de la firma.

### 1.1.5. Hipótesis y Matemática detrás del modelo

Ahora bien, debemos analizar cual es el origen de la fórmula del WACC y que hipótesis se utilizan para su obtención.

Si asumimos que una compañía tiene una relación constante de endeudamiento

$$\frac{D_l}{V_l} = \frac{D_l}{D_l + E_l} = K \text{ (Formula 1.16 Deuda/Valor de la empresa)}$$

Donde

$D_l$  es el valor de mercado de la deuda de una empresa apalancada

$V_l$  es el valor de mercado de una empresa apalancada

$E_l$  es el valor de Equity de una empresa apalancada

El valor de una empresa apalancada es el valor de su Equity mas el valor de su deuda.

$$V_l = D_l + E_l \text{ (Formula 1.17 Valor de la empresa)}$$

Una empresa apalancada es un portfolio con dos componentes  $E_l$  y  $D_l$ .

El retorno esperado sobre  $V_l$  es el retorno de los promedios compensados de los componentes de la empresa:

$$R_v = \left( \frac{E_l}{E_l + D_l} \right) R_e + \left( \frac{D_l}{E_l + D_l} \right) R_d \text{ (Formula 1.18 Retorno)}$$

Además podemos decir que el valor que debo pagar hoy por la compañía corresponde al precio que me pagarán dentro de un año más el flujo de fondos generado por la compañía, es decir:

$$V_l = \frac{FCF_{t+1} + R_d D_l \alpha + V_{l,t+1}}{1 + R_v} \text{ (Formula 1.19 Valor de la empresa)}$$

Donde  $FCF_t$  es el total esperado de flujo de Equity efectivo en un momento  $t$ .

Es importante destacar que debemos sumar al flujo de fondos los flujos generados por el ahorro del impuesto a las ganancias. Si ahora divido y multiplico por  $V_l$  en \*, multiplico ambos lados de la ecuación por  $1 + R_v$  y resto  $r_d D_l \alpha \frac{V_l}{V_l}$  en ambos lado de la ecuación obtengo:

$$V_l(1 + R_v) - R_d D_l \frac{V_l}{V_l} \alpha = FCF_{t+1} + V_{l,t+1} \quad (\text{Formula 1.20 Resolución de formula})$$

Despejando  $V_l$  de la ecuación anterior obtenemos:

$$V_l = \frac{FCF_{t+1} + V_{l,t+1}}{(1 + R_v) - R_d \frac{D_l}{V_l} \alpha} \quad (\text{Formula 1.21 Resolución de formula})$$

Si reemplazamos la ecuación 1.18 en la ecuación anterior obtenemos:

$$V_l = \frac{FCF_{t+1} + V_{l,t+1}}{1 + \left(\frac{E_l}{E_l + D_l}\right) R_e + \left(\frac{D_l}{E_l + D_l}\right) R_d - R_d \left(\frac{D_l}{E_l + D_l}\right) \alpha} \quad (\text{Formula 1.22 Resolución de formula})$$

Obtenemos entonces

$$V_l = \frac{FCF_{t+1} + V_{l,t+1}}{1 + \left(\frac{E_l}{E_l + D_l}\right) R_e + \left(\frac{D_l}{E_l + D_l}\right) R_d (1 - \alpha)} \quad (\text{Formula 1.23 Resolución de formula})$$

Es de esta ecuación que podemos determinar que el WACC es equivalente a:

$$WACC = \left(\frac{E_l}{E_l + D_l}\right) R_e + \left(\frac{D_l}{E_l + D_l}\right) R_d (1 - \alpha) \quad (\text{Formula 1.24 WACC})$$

Otro punto interesante es analizar que hipótesis se deben cumplir para que la formula de apalancamiento del Beta sea válida. Para la deducción de la misma se deber recordar que el Beta de un portafolio es equivalente al Beta promedio ponderado de los Beta de los componentes del mismo. Por ende, se puede decir que el Beta de la compañía es:

$$\beta_l = \frac{E_u}{E_l} \beta_u - \frac{D_l}{E_l} \beta_d + \frac{S}{E_l} \beta_s \quad (\text{Formula 1.25 Beta})$$

Remplazando  $E_u$  obtenemos

$$\beta_l = \left(1 + \frac{D_l - S}{E_l}\right)\beta_u - \frac{D_l}{E_l}\beta_d + \frac{S}{E_l}\beta_s \quad (\text{Formula 1.26 Beta})$$

Si tomamos como flujo de la compañía, y por ende de la deuda, una perpetuidad, podemos decir que el ahorro del impuesto a las ganancias es  $D_l\alpha$  y asumir que como el ahorro del impuesto a las ganancias tiene el mismo riesgo que la deuda  $\beta_s = \beta_d$ , por lo tanto concluimos que

$$\beta_l = \left(1 + \frac{D_l - D_l\alpha}{E_l}\right)\beta_u - \frac{D_l}{E_l}\beta_d + \frac{D_l\alpha}{E_l}\beta_d \quad (\text{Formula 1.27 Beta})$$

$$\beta_l = \left(1 + \frac{D_l(1-\alpha)}{E_l}\right)\beta_u - \frac{D_l(1-\alpha)}{E_l}\beta_d \quad (\text{Formula 1.28 Beta})$$

Ahora bien, si asumimos las siguientes afirmaciones:

- a. Una cantidad constante de deuda
- b.  $\beta_d = 0$

Obtenemos entonces,

$$\beta_l = \left(1 + \frac{D_l(1-\alpha)}{E_l}\right)\beta_u \quad (\text{Formula 1.29 Beta apalancado})$$

Si analizamos cuales fueron las hipótesis tomadas para obtener este resultado

- a.  $\beta_s = \beta_d$   
Este resulta ser un punto importante, siendo que asume que los impuestos a las ganancias tienen el mismo riesgo que la deuda. Este punto en particular será explicado en más detalle más adelante
- b. Una cantidad constante de deuda  
En particular resulta poco significativo siendo que normalmente las empresas tienden a tener como objetivo mantener fija la relación de endeudamiento.

c.  $\beta_d = 0$

Esta hipótesis es equivalente a decir que la empresa no paga prima por riesgo, es decir, que puede obtener préstamos a una tasa libre de riesgo. Es poco probable que esta hipótesis sea cierta, en especial si consideramos que a medida que aumenta la relación de endeudamiento, aumenta la tasa de endeudamiento. Esto es debido a que los mismos consideran a la empresa más riesgosa. Recordemos que las empresas en sus bonos pagan una prima de riesgo que está determinada por dos parámetros principales:

- Riesgo de default. En general los bonos de las empresas pagan una prima por la posibilidad que la empresa entre en cesación de pagos.
- Riesgo por liquidez. Los bonos corporativos son siempre menos líquidos que los emitidos por el tesoro americano. Por ende las compañías deben pagar a sus acreedores una prima superior para compensar este riesgo.

## 2. ASPECTO DE SIMULACION DE TASAS

Al momento de simular por Montecarlo puedo:

- a. Simular la tasa
- b. Simular el flujo
- c. Simular la tasa y el flujo

Como vimos antes si se decide simular la tasa se debe decidir el modelo a utilizar:

- a. CAPM
- b. APT

### 2.1. SIMULAR LA TASA: CAPM

Si vamos a variar la tasa de descuento del proyecto debemos analizar cuales el objetivo de la simulación. Recordemos que consiste este modelo:

$$K_e = R_f + \beta(R_m - R_f) \text{ (Formula 2.1 CAPM)}$$

#### 2.1.1. Beta de Equity

Un punto interesante a analizar es el Beta, ya que en general al momento de valuar un proyecto no tenemos una certeza con respecto a cuál será el Beta real de nuestro proyecto, por lo cual en general se usa el promedio de la industria. Tomemos por ejemplo de E-Commerce estos son los datos promedios según Damodaran de la Tabla 2.1 :

Industry Name	Number of Firms	Average Beta	Market D/E Ratio	Tax Rate	Unlevered Beta	Cash/Firm Value	Unlevered Beta corrected for cash
E-Commerce	52	1.14	4.58%	17.19%	1.10	8.09%	1.19

Tabla 2.1. Adamoda (<http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar>, 2011)

Entonces si uno estuviera haciendo un proyecto de E-Commerce tomaría como base para su análisis un Beta despalancado de 1.1.

Miremos ahora datos reales de las empresas que generan este promedio de la Tabla 2.2:

Company Name	Ticker Symbol	Exchange Code	3-yr Regression Beta
Odimo Inc	ODMO	NDQ	3.88
Uonlive Corporation	UOLI	NDQ	1.15
The Parent Company	KIDSQ	NDQ	-0.04
Live Current Media Inc	LIVC	NDQ	0.82
CDC Corp.	CHINA	NDQ	2.63
StarTek Inc.	SRT	NYS	2.09
Mercadolibre Inc	MELI	NDQ	1.9
Maydao Corp	MYDO	NDQ	-0.39
Spectrum Group Intl Inc	SPGZ	NDQ	0.65
US Auto Parts Network Inc	PRTS	NDQ	1.4
Bidz.com Inc	BIDZ	NDQ	1.33
RightNow Technologies Inc	RNOW	NDQ	1.02
Imergent Inc	IIG	AMS	1.42
Liquidity Services Inc	LQDT	NDQ	1.44
Hackett Group Inc	HCKT	NDQ	0.86
Shutterfly Inc	SFLY	NDQ	1.41
Akamai Technologies	AKAM	NDQ	0.71
Digital River	DRIV	NDQ	1.52
GSI Commerce	GSIC	NDQ	1.04
Art Technology	ARTG	NDQ	1.26
SuccessFactors	SFSF	NDQ	1.44
SWK Holdings Corp	SWKH	NDQ	1.23
Sapient Corp.	SAPE	NDQ	1.39
salesforce.com	CRM	NYS	1.44
Concur Techn.	CNQR	NDQ	1.41
Websense Inc.	WBSN	NDQ	0.79

Company Name	Ticker Symbol	Exchange Code	3-yr Regression Beta
Constant Contact Inc.	CTCT	NDQ	0.96
Arbinet Corp	ARBX	NDQ	0.56
eLong Inc	LONG	NDQ	0.51
Ariba Inc.	ARBA	NDQ	0.71
Informatica Corp.	INFA	NDQ	0.83
TIBCO Software	TIBX	NDQ	1.27
Open Text Corp.	OTEX	NDQ	0.62
Solera Hldgs.	SLH	NYS	0.92
E-COMMERCE	7372	INDE	1.05
Clarus Corp	BDE	NDQ	0.14
Check Point Software	CHKP	NDQ	0.59 <sup>1</sup>

Tabla 2.2. Adamoda (<http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar>, 2011)

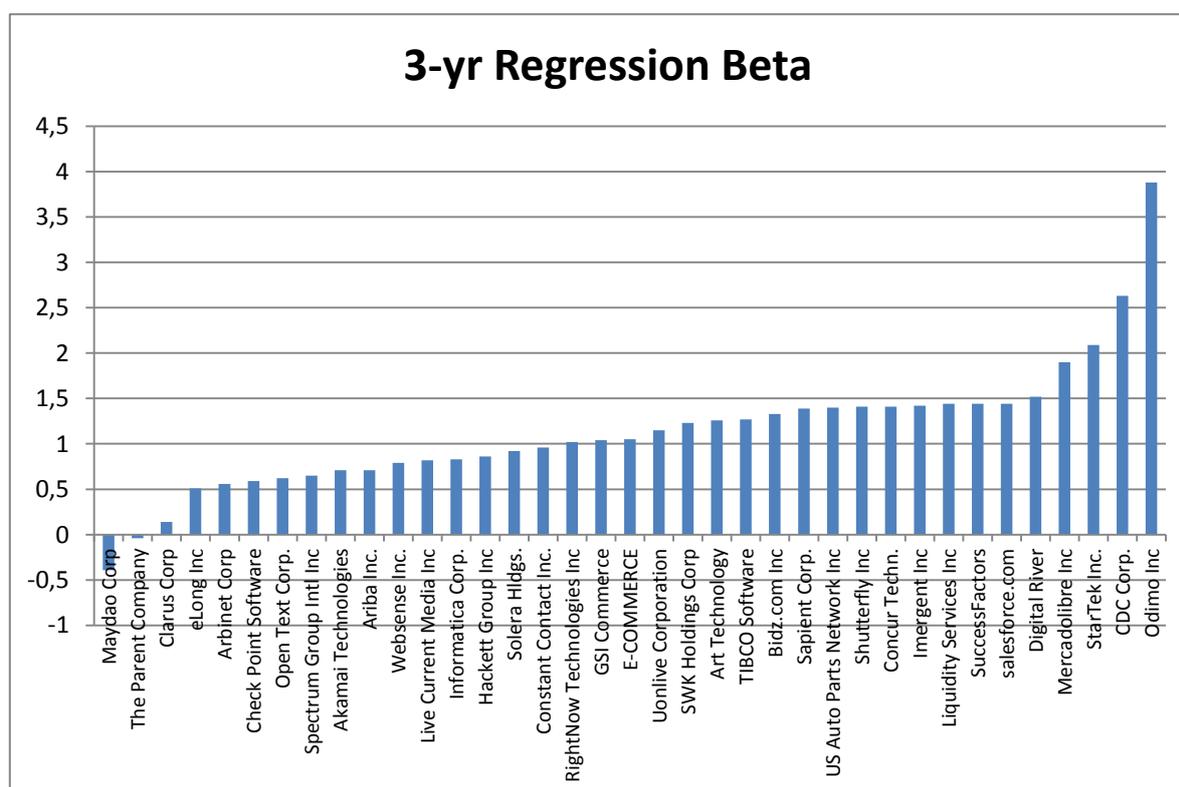


Figura 2.1 Betas

<sup>1</sup> [http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New\\_Home\\_Page/data.html](http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/data.html)

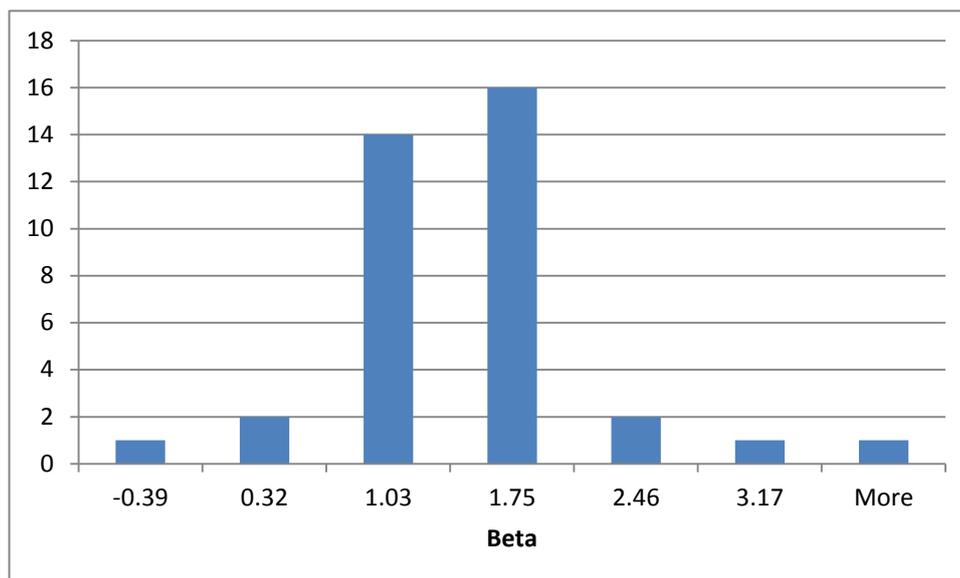


Figura 2.2 Betas

Al calcular la media y la varianza de esta muestra nos encontramos con una media de 1.14 y un desvío de 0.73. Entonces, si tomamos para la evaluación de mi proyecto un beta base de 1.14 puedo estar sobre o sub valuado el mismo. Si analizamos los datos con más cuidado nos encontramos con empresas con Betas negativos. En términos teóricos financieros, esto implicaría una situación imposible, ya que significaría que estas empresas tienen un riesgo menor al que tiene el activo libre de riesgo. En realidad, lo que está pasando en estos casos es que la acción ha tenido un rendimiento negativo. Es decir, la empresa ha tenido en los últimos años un rendimiento por debajo del activo libre de riesgo, lo que genera un Beta negativo. Este es un buen ejemplo de porque no debemos tomar el Beta de una empresa similar a la nuestra, porque correríamos el riesgo de estar incluyendo en el análisis un dato contaminado, que no representa la realidad del proyecto.

Este es un punto muy interesante para destacar porque en general, se suele usar directamente el Beta promedio, pero como vemos los datos los Betas suelen tener varianzas significativas, lo que quiere decir que el promedio puede no reflejar la realidad. Este dato resulta de gran importancia, ya que pequeños cambios en la tasa implican, en general, grandes cambios en el valor de la empresa. Entonces, es importante poder ver qué efecto tendrá esta diferencia de Betas en nuestro proyecto, dado que una mayor tasa puede significar que el proyecto tenga un VAN menor a cero y por ende este destruyendo valor.

Analicemos un ejemplo para comprender como este cambio en el Beta puede afectar el valor de un proyecto. Asumamos que tenemos un proyecto con el siguiente flujo de fondos fijo y conocido desde el principio.

Periodo	0	1	2	3	4	5
Flujo de fondos	-110	20	20	30	30	40

Tabla 2.3 Flujo de fondos

Asumamos los siguientes datos para la tasa de descuento.

Primero pensemos un proyecto sin deuda, es decir donde el WACC sea igual al costo del Equity. Tomemos como base los siguientes datos:

$$\text{Beta} = 1.13$$

$$R_f = 3\%$$

$$R_m = 5\%$$

De esta manera el  $K_e$  del proyecto que es igual al WACC del proyecto es = 5.26%. si descontamos el flujo a esta tasa obtenemos que el valor del proyecto es de 8.17 \$.

Incluyamos ahora una distribución para el Beta. Asumamos que es una distribución normal con media 1.13 y desvió 0.73. Debemos compensar esta distribución de tal manera que no tome valores negativos, ya que como analizamos anteriormente esto no tiene sentido económico. Si corremos una simulación con estos datos y 100000 corridas obtenemos el siguiente resultado para el NVP

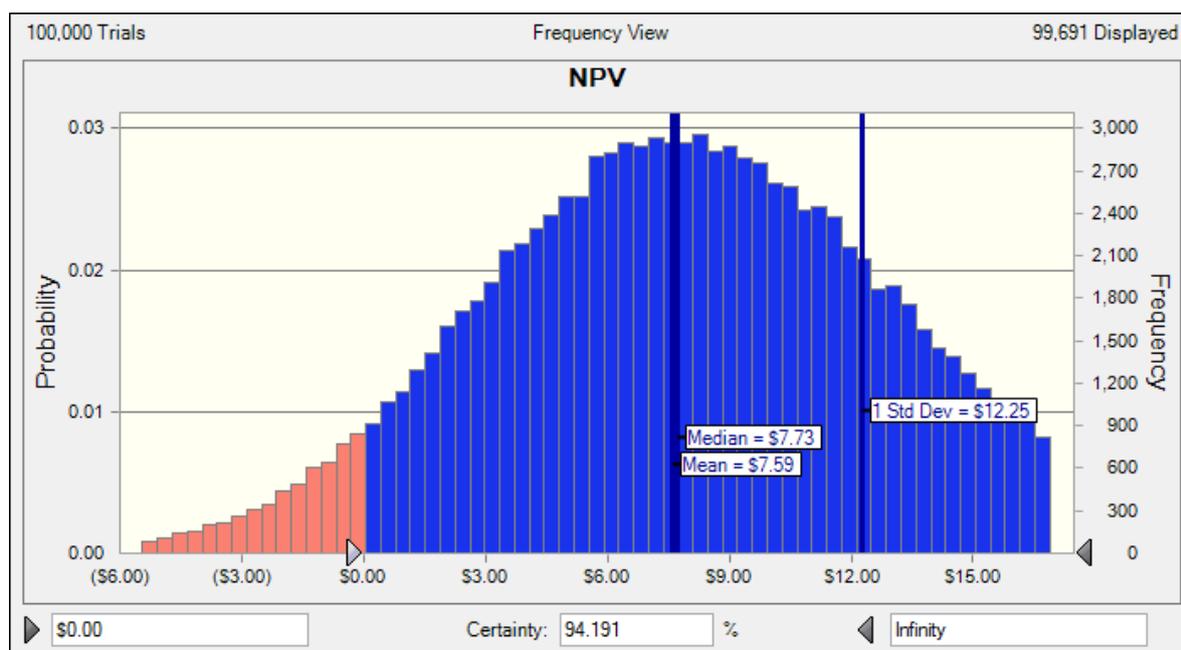


Figura 2.3 Frecuencia Montecarlo

Como vemos obtenemos una curva de resultados. Esta situación nos permite observar que en el caso de usar el promedio, estaríamos aceptando el proyecto, porque el mismo tiene una NPV mayor a cero, pero al agregar la varianza vemos que en algunos resultados estamos obteniendo un NPV negativo, que implica que el proyecto destruye valor. Esta simulación nos muestra también, la sensibilidad de este flujo ante cambios de tasa.

Entonces con esta prueba, podemos mostrar la importancia que tiene incluir en el análisis del proyecto la variabilidad del Beta, ya que se utilizo solo el promedio podemos aceptar un proyecto sin saber que existen posibilidades de que este proyecto destruya valor. Sería posible hacer un análisis similar, sin tener que utilizar Montecarlo, podríamos tomar valor extremos de la distribución, como ser tomar un desvío para la derecha y un desvío para la izquierda en el Beta generando lo siguiente tabla.

Beta	NPV
0.35	14.08
1.13	8.17
1.91	2.67

Tabla 2.4 NPV

Sin embargo de esta manera no podremos ver la distribución de probabilidades de la variable en la que estamos interesados, es decir, el valor presente de proyecto. Al

ejecutar la simulación de Montecarlo podemos ver la distribución que tendrá el proyecto. Por ejemplo, en el caso de la simulación corrida anteriormente, sabemos que hay solo un 5.8% de probabilidades de que este proyecto nos dé un VAN negativo, es decir que destruya valor. Entonces la simulación de Montecarlo nos genera un conjunto de información útil para poder decidir cual es el impacto de esta variable en el proyecto.

Esta idea de que los Beta tienen distribución, es intrínseca a como se calculan los mismos. Recordemos que los Beta se obtienen de la regresión entre los retornos de mercado y los retornos de la industria. Como cualquier coeficiente de una regresión, los Betas tienen una distribución que dependerá del modelo utilizado para correr la regresión y a la distribución de los datos.

### 2.1.2. Beta de la deuda

Como se explico previamente, al momento de apalancar y desapalancar los Betas de los proyectos, el Beta de la deuda es uno de los parámetros a considerar, por simplicidad se suele usar un Beta igual a 0.

$$\beta_l = \left(1 + \frac{D_1(1-\alpha)}{E_1}\right)\beta_u - \frac{D_1(1-\alpha)}{E_1}\beta_d \quad (\text{Formula 2.2 Beta})$$

En general esta aproximación es cierta para grandes compañías donde las tasas pagadas por las mismas son similares a la tasa libre de riesgo. Sin embargo, en otros casos la aproximación no resulta ser cierta. Recordemos que el Beta de la deuda tendrá una correlación con el nivel de endeudamiento de la compañía, es decir la relación D/E. A medida que esta relación aumenta, aumentara el costo de la deuda, porque la empresa es más riesgosa.

La simulación de Montecarlo resulta ser muy útil para poder descubrir cual es el verdadero impacto de esta variable en nuestro proyecto. Podemos analizar una relación D/E fija, la incertidumbre es en este caso, que Beta nos cobrará el mercado por la deuda y que impacto tendrá este evento en el proyecto.

Analicemos el primer caso. Por simplicidad utilicemos el mismo flujo que en el ejemplo anterior

Periodo	0	1	2	3	4	5
---------	---	---	---	---	---	---

Flujo de fondos	-110	20	20	30	30	40
-----------------	------	----	----	----	----	----

Tabla 2.5 Flujo de fondos

Supongamos ahora que seguimos utilizando los datos de la industria de Ecommerce en Estados Unidos

Industry Name	Number of Firms	Average Beta	Market D/E Ratio	Tax Rate	Unlevered Beta	Cash/Firm Value	Unlevered Beta corrected for cash
E-Commerce	52	1.14	4.58%	17.19%	1.10	8.09%	1.19

Tabla 2.6 Beta

Si utilizamos los datos promedio de la industria

$$B_u = 1.1$$

$$D/e = 4.58$$

$$\text{Alpha} = 17.19\%$$

Pensemos ahora que el Beta de la deuda tiene una distribución uniforme entre 0 y 0.6. Esto implica que la compañía paga por su deuda entre 3% a 4.2%. Lo que queremos comparar es el error cometido si se consideraría que el Beta de la deuda es cero versus considerar el Beta real. Para lo cual, generamos una simulación de Montecarlo de 10000 corridas y obtenemos el siguiente resultado.

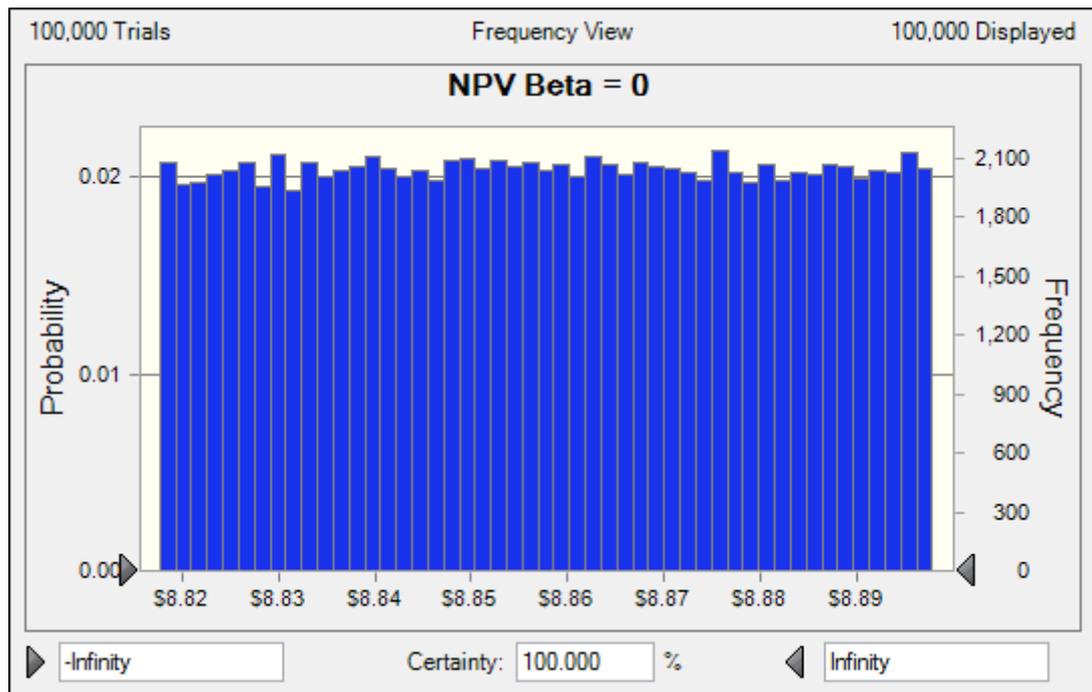


Figura 2.4 Beta deuda

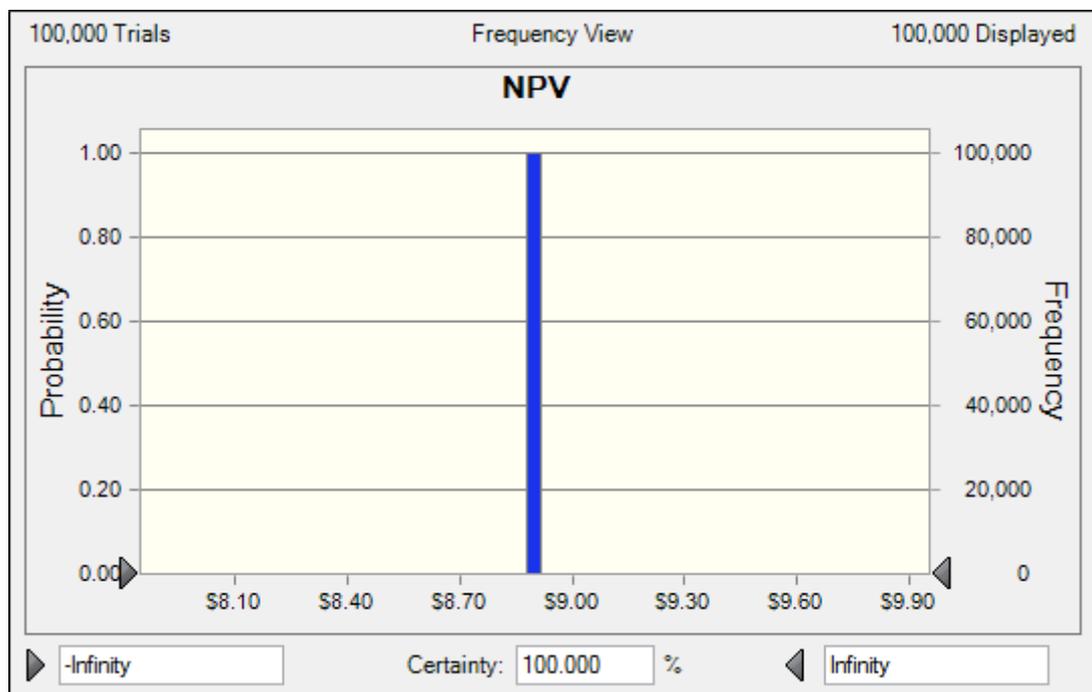


Figura 2.5 Beta deuda

Como vemos al utilizar el Beta correcto el proyecto no cambia de valor, pero si dejamos el Beta igualado a cero, el valor del proyecto cambia a medida que cambia el costo de la deuda. Al utilizar un Beta distinto de cero estamos compensando el Beta del Equity de tal manera que el WACC se mantenga constante. Es decir, a medida que aumenta el

costo de la deuda, baja el costo del Equity, de tal manera que el costo total del capital de la empresa se mantiene constante. Cuando en un proyecto asumimos que el Beta es cero estamos incurriendo en un error. Sin embargo, este error es relativamente pequeño como vemos en el grafico, el valor del proyecto solo cambia en el tercer decimal ante un cambio relativamente grande del Beta. Esto es en parte porque la relación de endeudamiento de esta industria es relativamente baja, entonces el costo de la deuda juega un papel relativamente pequeño. Si pasamos a una industria como ser la eléctrica donde la deuda juega un papel más importante el cambio será más significativo.

Industry Name	Number of Firms	Average Beta	Market D/E Ratio	Tax Rate	Unlevered Beta	Cash/Firm Value	Unlevered Beta corrected for cash
Power	68	1.34	98.86%	7.58%	0.70	10.14%	0.78

Tabla 2.7 Beta industria

En este caso obtenemos el siguiente resultado

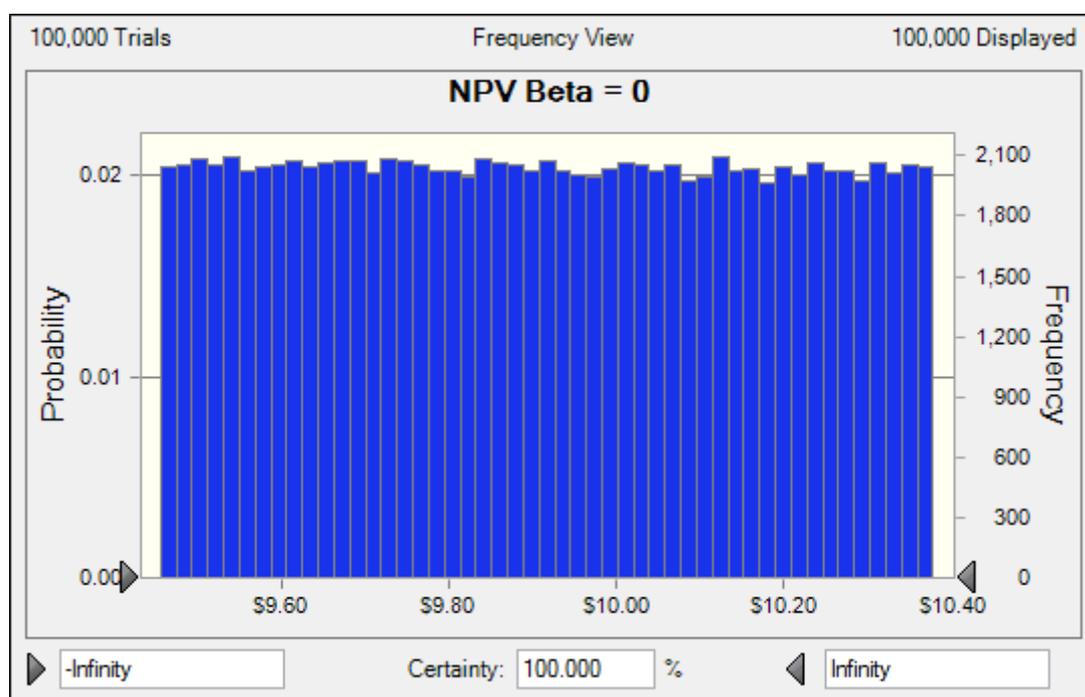


Figura 2.6 Frecuencia

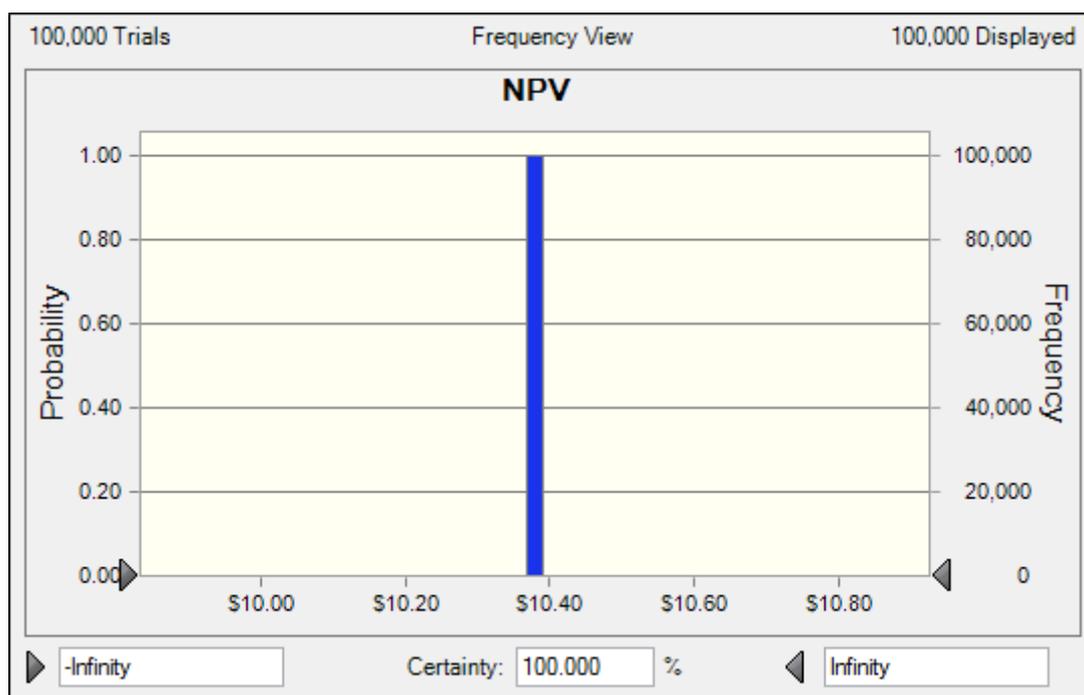


Figura 2.7 Frecuencia

Como vemos en esta industria donde la deuda juega un papel más importante, el cambio del valor generado por no considerar el Beta real de la deuda genera un impacto mayor. En este caso, las diferencias de valores son mucho más significativas, donde el proyecto pasa a valer en sus extremos 9.45 a 10.38.

### 2.1.3. Nivel de endeudamiento

Otro punto interesante a discutir es que tasa debemos utilizar al momento de hacer el descuento. Para analizar este tema examinemos el siguiente ejemplo.

Pensemos en una compañía que esta 100% financiada a través de patrimonio neto y tiene el siguiente flujo de fondos:

Años	0	1	2	3
Flujo de fondos	-100	20	40	70

Tabla 2.8 Flujo de fondos

La tasa libre de riesgo es del 4% , la prima de mercado es del 8% y el Beta de la compañía es 0.8. Entonces, si remplazamos en la formula obtenemos un  $Re = 10.4\%$ .

Debido a que no hay deuda entonces el WACC de la compañía es igual al  $R_e$ , si descontamos entonces el flujo presentado obtenemos un resultado de -0.43\$

Sin embargo esta valuación no es del todo cierta dado que si compramos la totalidad de la compañía tendríamos la opción de endeudarnos y por ende cambiar la tasa de descuento de los flujos, cambiando así el valor presente de los mismos.

Veamos ahora que pasaría si cambiamos a una relación de 20% deuda y 80% patrimonio neto. Supongamos que debido a que esta empresa tiene cero deudas y por ende un bajo riesgo, consigue una tasa para el préstamo al 7%. Calculemos entonces el nuevo valor del  $R_e$ , como se explicó con anterioridad, debemos cambiar el valor del Beta dado que la empresa ante los inversores resulta más riesgosa. El nuevo Beta estará dado por:

$$\beta_l = \left(1 + \frac{D_l(1-\alpha)}{E_l}\right)\beta_u \quad (\text{Formula 2.3 Beta})$$

$$\beta_l = \left(1 + \frac{0.2(1-0.35)}{0.8}\right)0.8 \quad (\text{Formula 2.4 Beta})$$

$$\beta_l = 0.93 \quad (\text{Formula 2.5 Beta})$$

Entonces el nuevo  $K_e$  es igual al 7.72%. Calculemos entonces el valor del WACC para la firma una vez endeudada.

$$WACC = (0.8) * 7.72\% + (0.2) * (1 - 0.35) * 7\% \quad (\text{Formula 2.6 WACC})$$

$$WACC = 7.15\% \quad (\text{Formula 2.7 WACC})$$

Entonces el valor presente del flujo de fondos presentado anteriormente resulta ser 10.4\$.

De este resultado se puede observar que la misma valuación de una empresa puede cambiar según como structure su deuda. Es particularmente interesante analizar el concepto de que las empresas en realidad no valen por cómo están financiadas, sino por cuánto podrían valer en el caso de que el financiamiento fuera optimo. En particular, al

momento de valorar la compra de empresas que tiene poca o ninguna deuda o la compra de una porción suficiente que permita ejercer cambios en la financiación, se debe evaluar el nivel de deuda deseado por el inversor y no el comprometido en ese momento por la empresa.

Desde el punto de vista del nuevo inversor, existe cierto nivel de incertidumbre de la que tasa a la que podrá endeudarse. Es decir, antes de realizar la operación es difícil predecir cuales serán las condiciones de mercado al momento de finalizar la operación y poder realmente endeudar a la compañía. En esta instancia, se puede utilizar la simulación de Montecarlo para dimensionar este riesgo. Analicemos nuevamente el proyecto desde este punto de vista. Supongamos que al momento en que podemos generar el endeudamiento la tasa será:

$$K_d(t-1) = K_d(t) + S \quad (\text{Formula 2.8 KD})$$

Es decir el costo de la deuda será, el costo actual más un shock normal con cierta media y cierto desvío. Este modelo es una simplificación de un modelo clásico para tasas de interés, el modelo de Vasicek . En este modelo se afirma que los cambios de tasa responden a esta ecuación:

$$dr = k(\mu - r)dt + \sigma dz \quad (\text{Formula 2.9 Vasicek})$$

Es decir, el cambio de tasas esta dado por un componente deterministico  $k(\mu - r)dt$  y un componente aleatorio  $\sigma dz$ .

Donde

$\mu$  Corresponde a la media de largo plazo de la tasa de interés.

$\sigma$  Es la varianza de este parámetro

$K$  es la velocidad de convergencia de la tasa actual a la tasa promedio.

La ventaja de este modelo es que sus parámetros son bastante intuitivos, la tasa actual converge a la tasa promedio a la velocidad  $K$  .

El componente  $dr$  se convierte en cero si  $\mu = r$ . En este caso, las tasas siguen una random walk. El único problema de este modelo es que, como está definido, la tasa puede volverse negativa porque los shocks, al ser distribuciones normales, pueden tomar valores negativos y si el valor tomado es mayor que el valor de la tasa actual, obtenemos una tasa negativa, lo cual en condiciones normales no tiene sentido financiero. De todas maneras, este es uno del modelo simple más usado en simulación de Montecarlo para derivados financieros.

Si tomamos para la simulación los mismos datos que el ejemplo anterior, pero pensamos que el shock al que está expuesta la tasa es un shock normal con media 0.005 y desvió 0.0005 obtenemos los siguientes resultados.

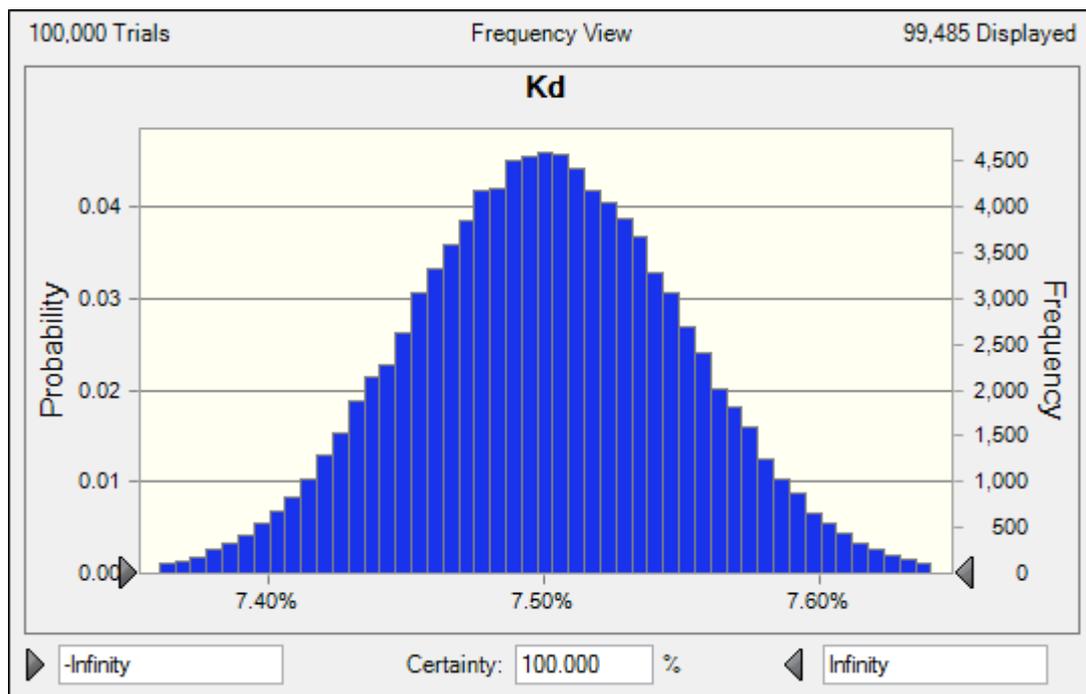


Figura 2.8 KD

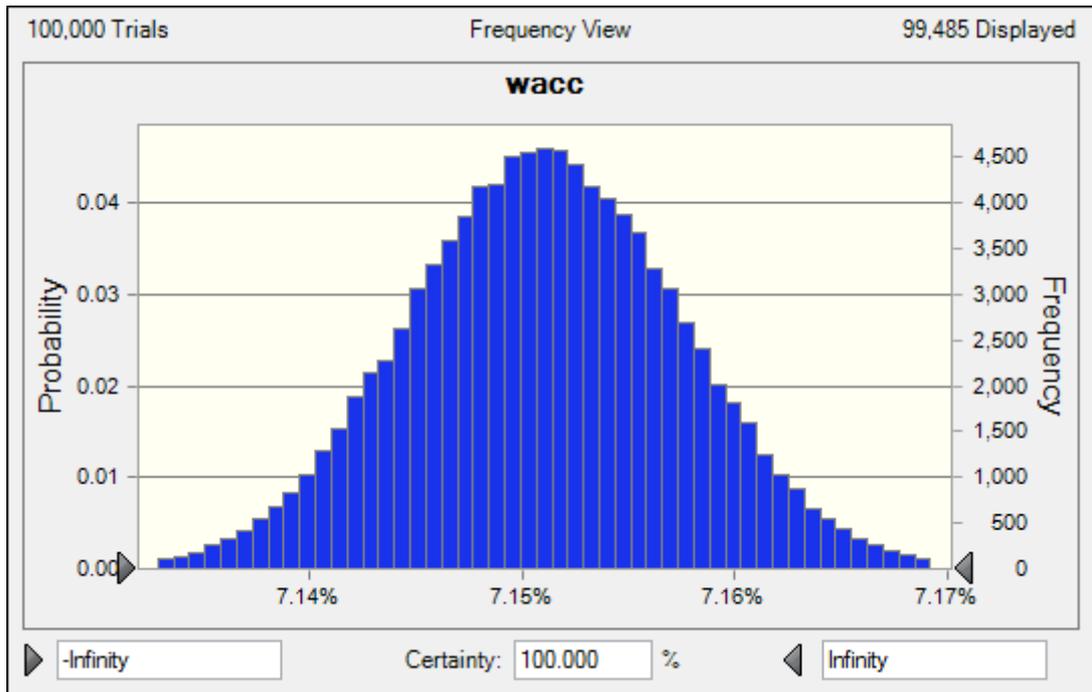


Figura 2.9 WACC

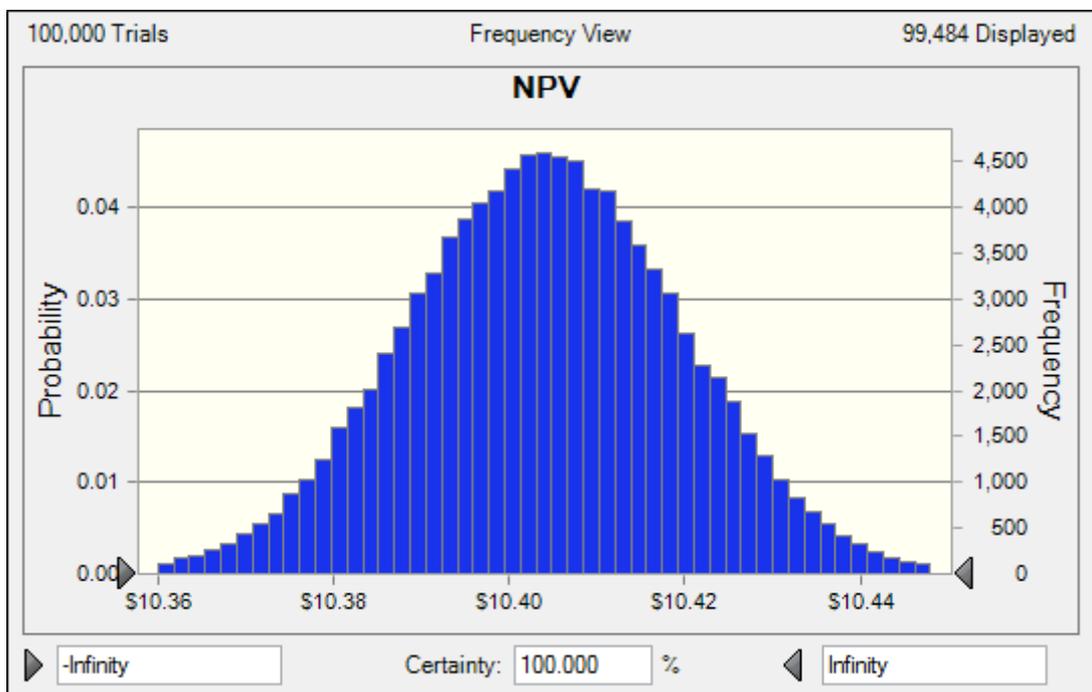


Figura 2.10 NPV

Como vemos el efecto de cambio de tasa genera un efecto similar en el cambio del valor presente del proyecto. El cambio de la tasa de interés a la cual podemos financiar el proyecto afecta el valor del proyecto.

Lo más significativo en este caso, es que el impacto es relativamente pequeño, principalmente debido por dos puntos, primero el proyecto tiene una relación D/E baja, por ende, cambios en los costos de deuda no generan el mismo impacto en el WACC del proyecto. Pero a medida que la deuda juega un papel más importante en la financiación del proyecto, los cambios esperados de tasa generarán cambios más significativos en el valor del proyecto. Un ejemplo de esto son los LBO o leveraged buyout, donde la compra de la compañía se realiza principalmente a través de deuda, en estos casos, pequeños cambios en la tasa influirán de manera significativa en el valor del proyecto.

#### **2.1.4. Riesgo país**

Un proyecto en un país emergente, tiende a ser considerado más riesgoso que el mismo proyecto en un país desarrollado.

Para comenzar, el aumento de riesgo se calcula, en general, mediante alguna medición del riesgo país, como ser el índice EMBI. El EMBI corresponde a la prima de riesgo pagado por un grupo de bonos soberanos del país. Esta cartera de bonos denominados en dólares está fijada por JP Morgan. Esta prima de riesgo de alguna manera refleja el nivel de confianza de los inversores hacia este país. Aun que los inversores suelen sumar directamente el EMBI a la tasa de descuento de un proyecto, aunque en términos financieros y económicos no resulta ser del todo correcto. Pereiro and Galli (2000) mostraron que la mayoría de las compañías argentinas incluían directamente el riesgo país a su tasa de descuento.

Se muestra a continuación un gráfico representando los valores del EMBI de Argentina durante la crisis económica.



Figura 2.11 Riesgo país (<http://www.latin-focus.com/latinfocus/countries/argentina/argembisprd.htm>)

Se puede observar que durante algunos periodos el riesgo país de la Argentina superaba ampliamente los 4500 puntos básicos. Claramente este valor no resulta ser de mucha utilidad para un inversor ya que distorsiona los datos de la tasa. Por ejemplo, si usamos el ejemplo anterior donde obteníamos un  $k_e$  de 7.72% el aumento de tasa por riesgo país implica un 582%. Como todo índice de bonos, en circunstancias de default suelen ser poco útiles, principalmente porque las cotizaciones no dependen directamente de los flujos de fondos, sino más bien de las expectativas de pago de los inversores. Además, en épocas de default no suele haber gran actividad de compra y venta lo que acentúa el problema.

El caso anterior es un buen ejemplo extremo donde se ve que sumar el riesgo país puede acarrear algunos problemas. En general se piensa que la exposición a este riesgo varía según cada proyecto. La mejor manera de analizar este tema es pensando en dos negocios, una compañía que está planeando la construcción de un gasoducto, cuyas tarifas estarán reguladas por el estado y otra compañía que analiza la operación de un casino flotante.

Es claro en este ejemplo exagerado que las exposiciones a riesgo local son muy distintas, por un lado la compañía que está construyendo el gasoducto no tiene posibilidades de migrar su proyecto, además su tarifa está fijada por el estado. Entonces un cambio de regulación se traduce directamente a un cambio en el flujo futuro de fondos y por ende su valor actual.

En cambio de manera idealizada la compañía que está considerando el casino podría cambiar de país con relativa facilidad. Como vemos el nivel de incidencia de riesgo país en cada proyecto es muy distinto, lo que lleva a preguntarse ¿es razonable asignarle el mismo riesgo país a los dos proyectos?

Es en este encrucijada es donde podemos usar Montecarlo para ver el impacto que tiene esta variable en nuestro proyecto. Es muy difícil decir cuales es el riesgo país que hay que asignarle a cada proyecto, por ende lo que podemos hacer es generar una distribución de probabilidades del riesgo a asignar, por ejemplo podemos usar una distribución triangular. A partir de la misma logramos obtener el perfil de riesgo real del proyecto con respecto a esta variable.

Analicemos un ejemplo, supongamos que usamos los mismos datos que en el caso anterior:

Años	0	1	2	3
Flujo de fondos	-100	20	40	70

Tabla 2.9 Flujo de fondos

La tasa libre de riesgo es del 4% y la prima de mercado es del 8% y el Beta de la compañía es 0.8. Entonces si remplazamos en la formula obtenemos un  $Re = 10.4\%$ .

Para simplificar el ejemplo pensemos en una compañía que está totalmente financiada por sus dueños, es decir el 100% de la compañía es patrimonio neto. Supongamos ahora que se decide asociarle una distribución al riesgo país triangular con extremos 400 bps y 800 bps y un medio de 600 bps. AL correr las 100000 simulaciones obtenemos.

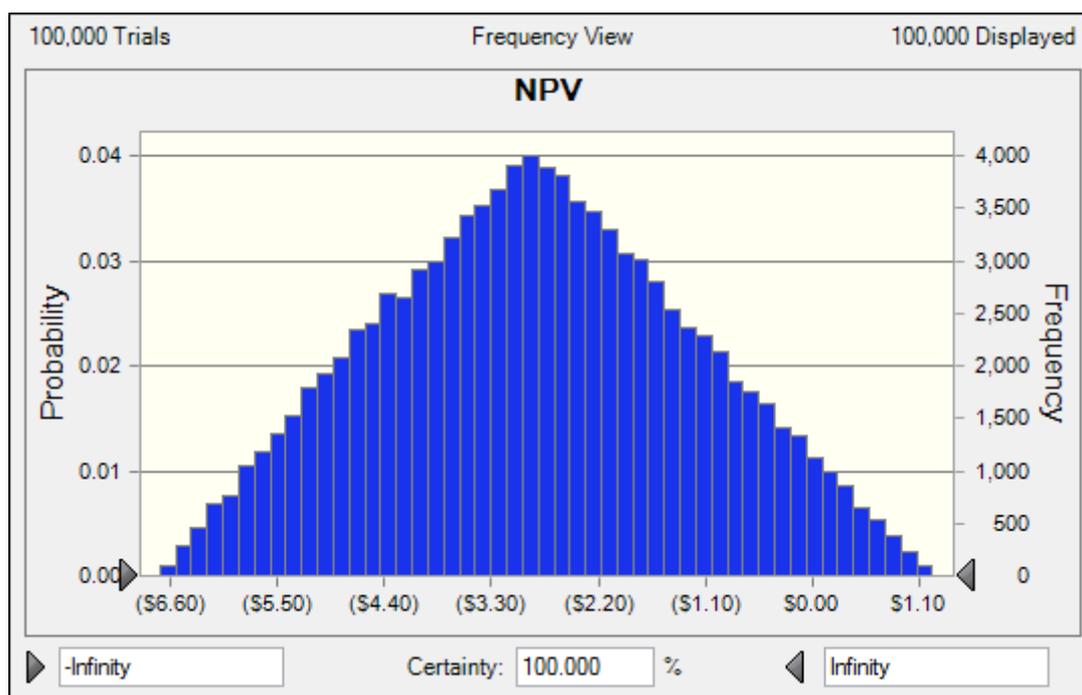


Figura 2.12 NPV

En este caso el efecto de cambio del riesgo país afecta de manera directa al valor de proyecto, esto es por al no tener deuda cualquier cambio en el  $K_e$  es un cambio en el WACC. Podemos ver entonces el efecto que tiene el riesgo país en un proyecto.

Un punto más a destacar sobre agregar el riesgo país dentro de la tasa de descuento es que hay que tomar en cuenta a que duración corresponde esta tasa. Recordemos que la tasa del EMBI proviene de una cartera de bonos, estos bonos por definición tienen una duración y por ende la cartera tendrá una duración que será el promedio ponderado de las duraciones de los bonos que la contienen. Entonces, al momento de hacer el cálculo hay que tomar esta variable en consideración, ya que si la duración de los bonos es muy corta, la prima de riesgo será en general más baja. Entonces lo que tenemos que hacer es ver cuál es la duración de nuestro proyecto y compensar la tasa según este parámetro para lograr igualar los valores. Una opción para hacer esto es utilizar el modelo de Nelson-Siegel para obtener la curva utilizando los bonos que están contenidos en el índice EMBI. El gran problema con esto es que en general no hay suficientes datos para lograr una curva entera.

## 2.2. SIMULAR LA TASA: APT

### 2.2.1. Introducción

El APT tiene varias ventajas ante el CAPM para la simulación de Montecarlo:

- a. El mismo modelo incluye más de un factor de riesgo, lo que hace que podemos entender mejor a que riesgos estamos expuestos y como afectan estos riesgos afectan el valor.
- b. Por definición del modelo cada factor de riesgo es independiente de los demás, es decir todos los factores son ortogonales entre sí. Esto es de gran importancia al momento de simular, ya que o podemos hacer libremente sin tener que preocuparnos por la correlación entre las variables simuladas.

Aunque el APT tiene muchas ventajas tiene un problema fundamental, el modelo no especifica cuales son las variables que tenemos que utilizar en el mismo. Esta es la ventaja principal y lo brillante del CAPM, nos dice que los retornos solo están correlacionados con un factor de riesgo, el portafolio de mercado.

Aunque es cierto que la teoría no especifica cuales son los factores de riesgo en general se suele usar alguna de las siguientes opciones

- a. Factores macroeconómicos
  - Cambios del crecimiento de PBI
  - Cambios en la tasa de T bill ( este es un estimativo de las expectativas de inflación)
  - Cambios entre la tasa de corto plazo y la tasa de largo plazo
  - Prima de riesgo de los bonos corporativos
- b. Análisis estadístico – factores ( componentes principales )
  - Estimar la matriz de covarianzas entre las variables y el retorno del activo
  - Extraer los factores principales

Un caso particular de estos factores son los denominados factores de Fama – French

- Retorno de mercado = retorno de índice de mercado menos su media
- Factor de tamaño = retorno de las compañías pequeñas, menos el retorno de las compañías grandes (SML)
- Valor libros / valor de mercado = retornos de compañías con valores altos de Valor libros / valor de mercado menos retornos de compañías con bajos Valor libros / valor de mercado. (HML)

### Ejemplo Fama – French

Como ejemplo se puede utilizar el modelo de Fama – French. Este modelo nos permite definir un marco teórico donde los factores de riesgo están bien definidos, lo que facilita la generación del modelo.

Se utiliza el mismo flujo de fondos que en los ejemplos anteriores

Años	0	1	2	3
Flujo de fondos	-100	20	40	70

Tabla 2.10 Flujo de fondos

Para poder desarrollar el modelo necesitamos saber cuáles son las primas de riesgo pagadas por cada factor.

Factor	Mercado	SML	HML
Prima	5.4	3.2	5.2

Tabla 2.11 Primas

Lo que se requiere ahora es el Beta de cada industria a cada factor de riesgo.

	$\beta$ Mercado	$\beta$ SML	$\beta$ HML
Aircraft	1.1	0.46	0
Banks	1.12	0.18	0.39
Chemicals	1.15	-0.09	0.12
Computers	0.8	0.18	-0.49
Construction	1.24	0.24	-0.11
Food	0.90	-0.09	-0.05
Petroleum & Gas	0.97	-0.37	0.18

	$\beta$ Mercado	$\beta$ SML	$\beta$ HML
Pharmaseuticals	0.85	-0.29	-0.64
Tobacco	0.89	-0.07	0.24
Utilities	0.79	-0.22	0

Tabla 2.12 Betas

Como sucedía con CAPM, cada Beta tendrá su distribución, supongamos ahora para nuestro ejemplo que el proyecto corresponde a la industria de tabaco y que las distribuciones de estos Betas son normales con los siguientes parámetros.

Beta	Media	Varianza
$\beta$ Mercado	0.89	0.09
$\beta$ SML	-0.07	0.001
$\beta$ HML	0.24	0.02

Tabla 2.13 Beta distribución

Como dijimos antes por definición de APT estos factores son ortogonales entre si lo que implica en la simulación que no debemos incluir una correlación entre las mismas. Si las utilizamos sin tomar en cuenta su distribución obtenemos:

$$K_e = 0.89 * 5.4\% - 0.07 * 3.2 + 0.24 * 5.2 \quad (\text{Formula 2.10 } K_e)$$

$$K_e = 5.88\% \quad (\text{Formula 2.11 } K_e)$$

Para poder simplificar el ejemplo se decidió que el mismo tenga deuda 0, es decir este totalmente financiado por patrimonio neto. Obtenemos entonces que el valor de proyecto es 13.54 \$. Ahora bien si tomamos en cuenta las distribuciones obtenemos:

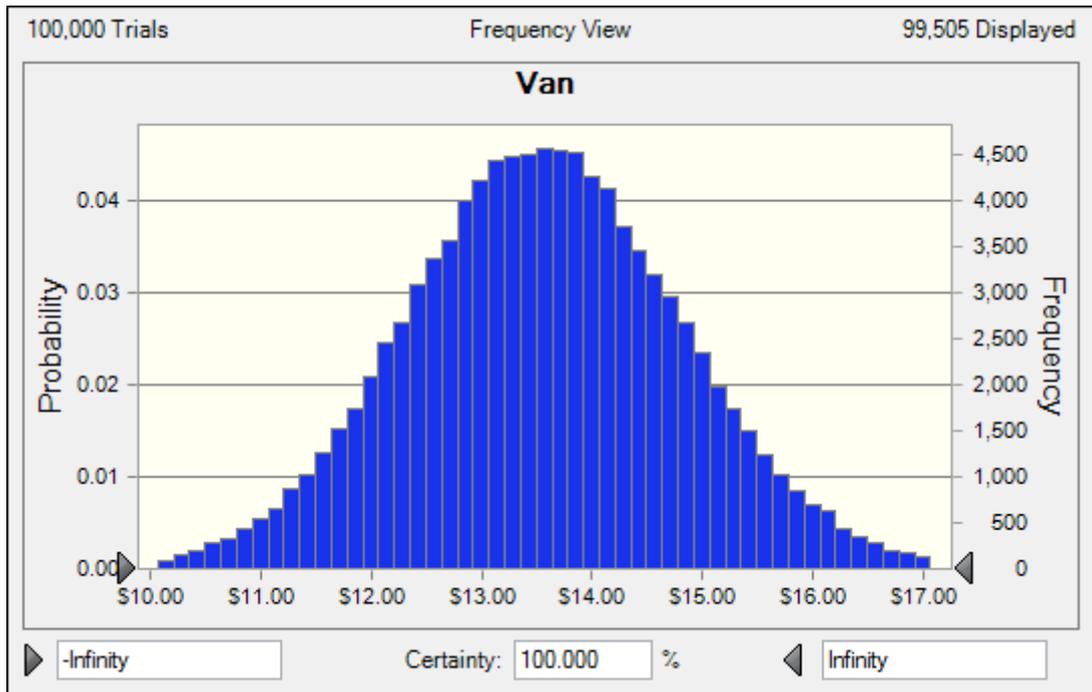


Figura 2.13 VAN

Como vemos al introducir las distribuciones de los Betas, el perfil de riesgo que se obtiene es mucho más interesante para el análisis que obtener solo el valor promedio. Es importante, ahora que tenemos más de una variable, comprender que impacto tiene cada una de ellas. Para esto podemos realizar el siguiente grafico.

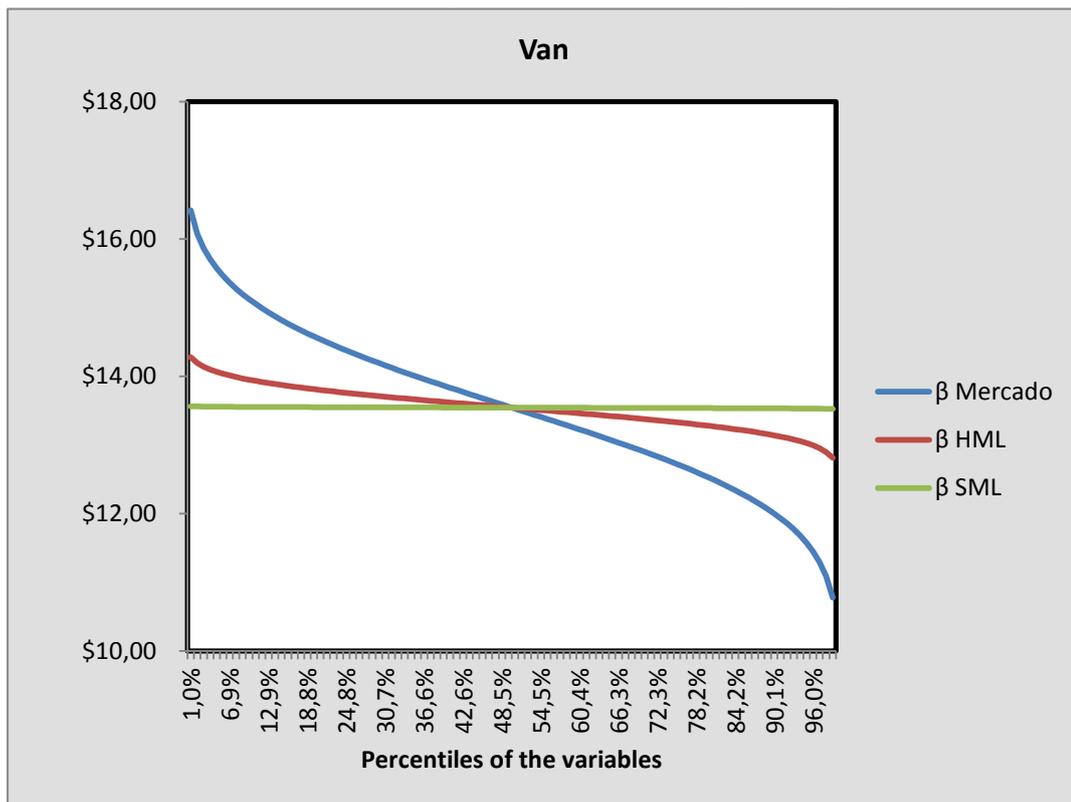


Figura 2.14 VAN

En el gráfico podemos ver el efecto de cada variable en el plan del proyecto. En este caso la variable que representa el mayor impacto es el Beta de mercado, esto es debido a su variabilidad resulta ser, en comparación con el resto de las variables, mucho mayor.

A esto se suma que esta variable tiene la prima de mercado más grande, lo que hace aumentar el impacto de la variabilidad. Esta seguida de cerca por Beta HML, en este caso hay una combinación de una menor variabilidad y una menor prima de mercado, lo que hace que el impacto global sea menor. En última instancia encontramos Beta SML que, como vemos, tiene poco impacto. Esto se debe principalmente por su muy baja variabilidad con respecto a las otras variables

Un punto más a analizar es que los Betas de este modelo pueden ser negativos, esto implica una simplificación al momento de simular, ya que no requiere que modifiquemos la distribución para incorporar esta necesidad. Este problema si se presenta con el CAPM, donde no se puede pensar en un Beta negativo, porque implicaría una prima de riesgo menor que la prima de riesgo del activo libre de riesgo.

### 2.2.2. Factores macroeconómicos

Una de las ventajas del APT es que nos permite incorporar factores macroeconómicos a nuestra tasa de descuento. Esto nos habilita a analizar la exposición del proyecto a los factores macroeconómicos, sin necesidad de trabajar sobre los flujos.

Para poder comprender mejor analicemos el siguiente ejemplo.

Determinamos que los factores para nuestra compañía son:

- a. Mercado
- b. Crecimiento del PBI
- c. Cambio de la tasa de corto plazo
- d. Cambio entre la tasa de largo plazo y la tasa de corto plazo
- e. Cambio en las primas pagados por los bonos corporativos
- f. Cambio en el consumo de petróleo, este es en general un buen proxy del consumo.

A partir de estos factores obtenemos las primas de riesgo correspondientes

Factor	Mercado	PBI	Tasa	Pendiente Tasa	Prima de bonos	Petróleo
Prima	5.4	1.2	0.8	0.6	0.44	0.36

Tabla 2.14 Primas

Necesitamos entonces obtener los Betas para nuestra empresa correspondiente a cada factor de riesgo

Beta	Media	Varianza
Mercado	0.89	0.09
PBI	-0.07	0.01
Tasa	0.1	0.01
Pendiente Tasa	0.15	0.01
Prima de bonos	0.18	0.02
Petroleo	0.16	0.04

Tabla 2.15 Betas

Ahora que tenemos todos los datos podemos pasar a simular. Como en los casos anteriores corremos una simulación de 100000 eventos y obtenemos los siguientes datos.

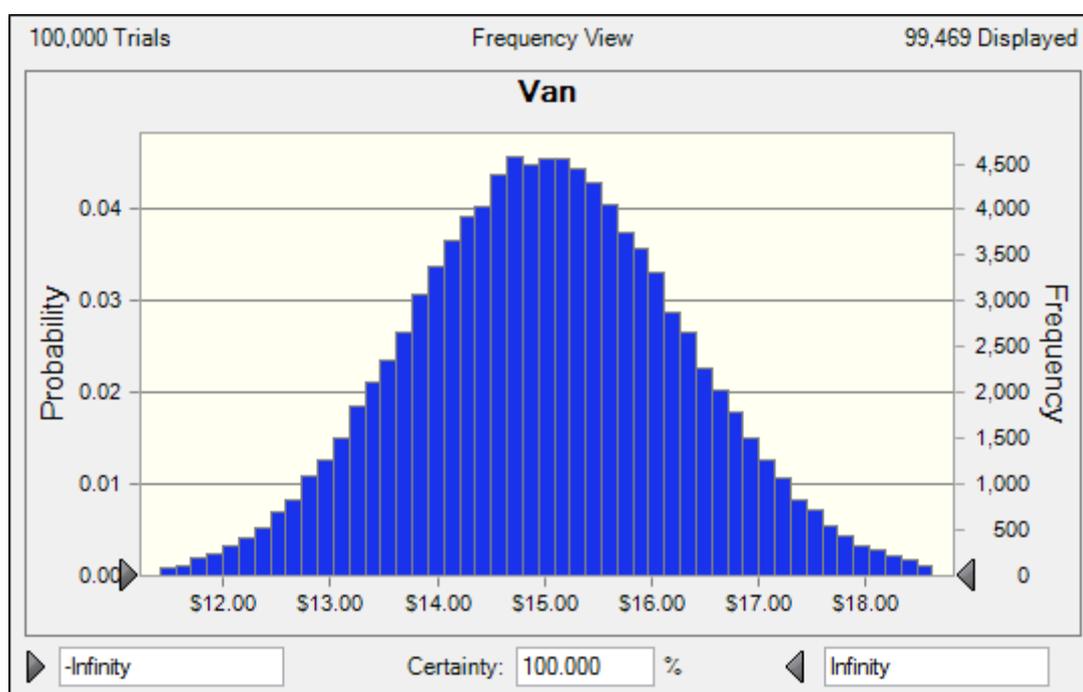


Figura 2.15 VAN

Si hacemos un análisis para obtener las variables más relevantes obtenemos:

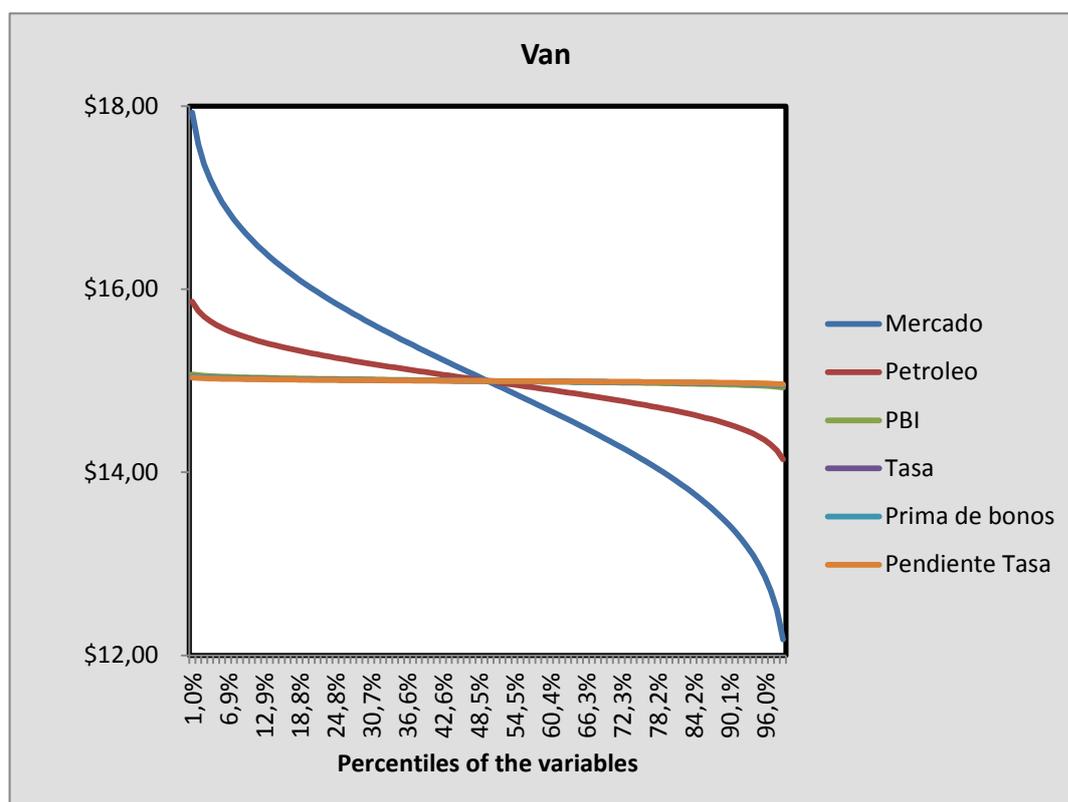


Figura 2.16 VAN

Como vemos en el gráfico el parámetro más importante es la prima de mercado, seguido por el cambio del precio de petróleo. Podemos ver también que las demás variables son poco significativas, ya que en comparación, el cambio que representan sobre el valor presente del proyecto es insignificante.

Este método tiene la ventaja de identificar las fuentes de riesgo, lo que nos permite tomar medidas preventivas. Para lograrlo, necesitamos sumar a nuestra cartera la misma cantidad de activos como fuentes de riesgo queramos eliminar. Por ejemplo, si estamos pensando en eliminar el riesgo proveniente del petróleo necesitaría sumar a mi cartera otro activo. Si yo puedo vender en corto, es decir ir Short, el signo del Beta es indiferente. En cambio, si yo solo puedo tomar una posición larga en el activo, requiero que el Beta tenga signo opuesto al de mi cartera actual. Por ejemplo, pensemos en otro proyecto con el siguiente Beta:

Beta	Media	Varianza
Mercado	1.2	0.09
PBI	0.34	0.01
Tasa	0.12	0.01
Pendiente Tasa	0.17	0.01
Prima de bonos	0.12	0.02
Petroleo	-0.2	0.02

Tabla 2.16 Betas

Queremos calcular ahora como debemos dividir el porfolio de tal manera que la exposición al riesgo proveniente del petróleo sea cero. Planteamos entonces el problema de la siguiente manera, si yo tengo  $W$  en el activo original y  $(1-W)$  en el activo nuevo obtengo:

$$K_e = (0.89 * W + 1.2 * (1 - W)) + (-0.07 * W - 0.34 * (1 - W)) + (0.1 * W + 0.12 * (1 - W)) + (0.15 * W - 0.17 * (1 - W)) + (0.18 * W - 0.17 * (1 - W)) + (0.16 * W - 0.2 * (1 - W)) \quad (\text{Formula 2.12 } K_e)$$

Lo que queremos lograr ahora es elegir un  $W$  de tal manera que

$$(0.16 * W - 0.2 * (1 - W)) = 0 \quad (\text{Formula 2.13 } K_e)$$

Si  $W$  es igual a 0.56 mi exposición al riesgo proveniente del petrolero es cero. Ahora bien, como dijimos antes los Betas tienen una distribución, lo que implica que en la realidad no estamos perfectamente protegidos. Es en este punto es donde podemos aplicar nuevamente Montecarlo para identificar la exposición al riesgo.

Se introduce entonces una distribución normal para cada una de las variables dado su media y varianza. Simulamos entonces 100000 exposiciones, donde el valor destino es el Beta total de este portafolio con respecto a el petróleo.

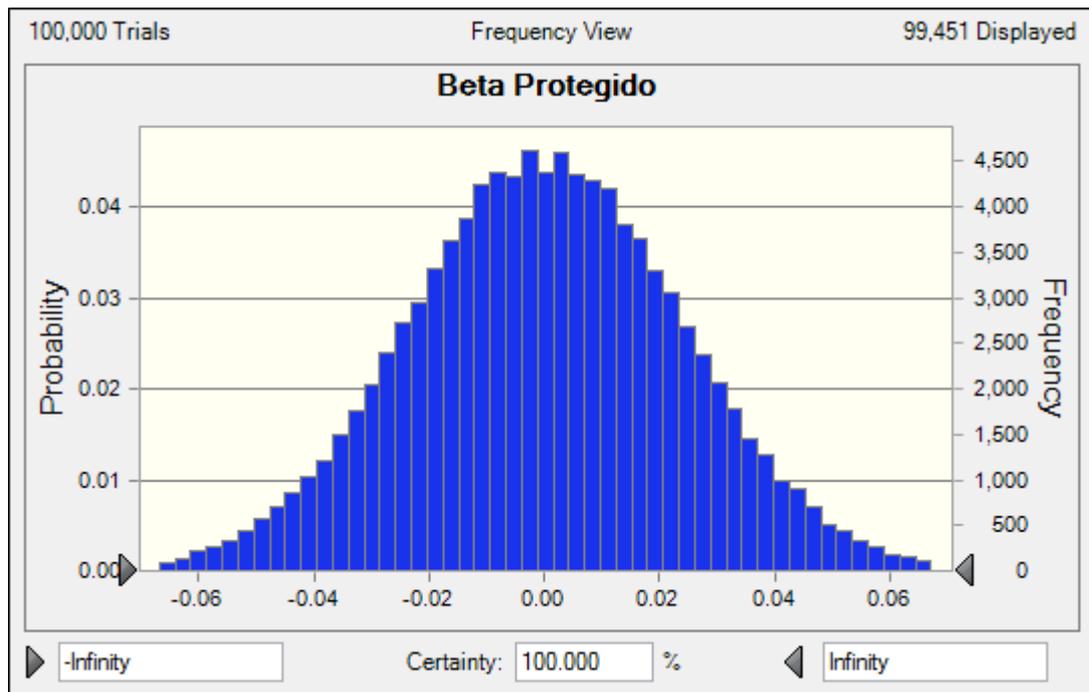


Figura 2.17 Beta protegido

Se puede ver como al introducir la distribución de los Betas es evidente que la protección no es tan perfecta como nos hacía suponer la primera ecuación. Entonces, al introducir la variabilidad vemos que ya no estamos perfectamente protegidos, pero de todas maneras reducimos considerablemente la exposición con respecto a esta variable. Esto es simple de ver si comparamos el gráfico con la nueva distribución protegida versus la distribución original.

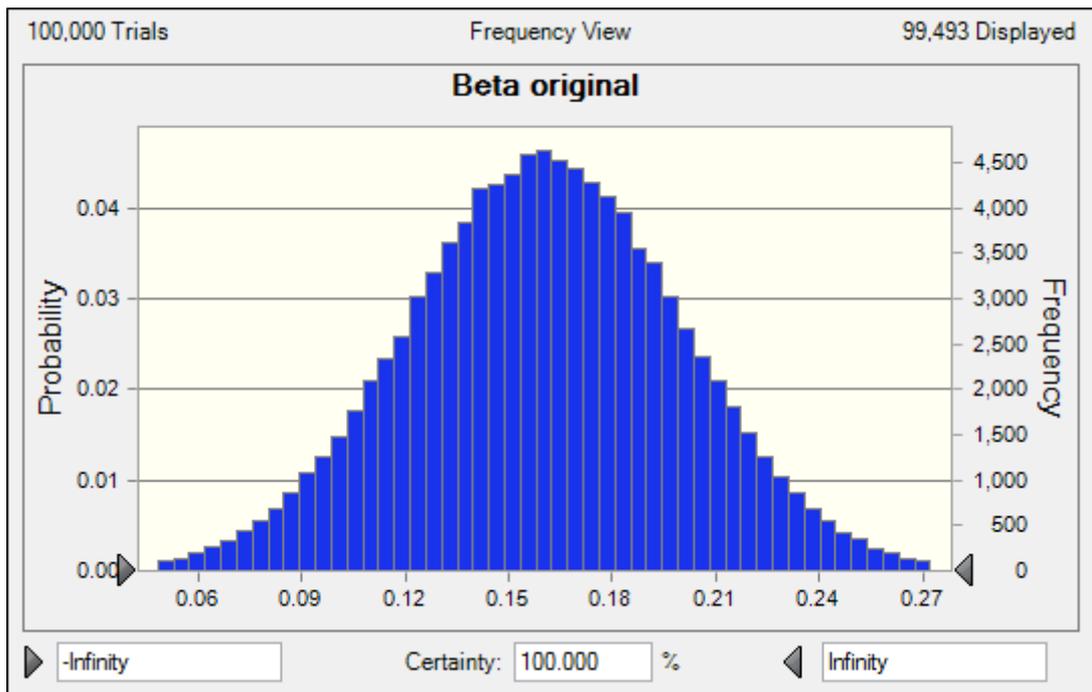


Figura 2.18 Beta original



### 3. ASPECTO DE SIMULACION DE FLUJOS

#### 3.1. CORRESPONDENCIA DE FLUJOS Y TASAS

Un aspecto fundamental de la simulación es decidir que tasa usar para descontar los fondos, en especial cuando lo que estamos simulando son variables que afectan los flujos. Esto es porque no queremos duplicar los riesgos, es decir, si estamos descontando con alguna tasa según el CAPM o APT, partes de los riesgos están incluidos en los mismos, esto quiere decir que si incluimos estos riesgos también en los flujos, lo estaríamos haciendo dos veces en el modelo, lo que llevará a una subvaluación del proyecto.

Para poder entender que está incluido en la tasa tenemos que analizar las bases de CAPM. En términos teóricos el CAPM tiene 3 componentes principales.

- a. Markowitz
- b. Inversores racionales
- c. Activo libre de riesgo

Esto se traduce en los siguientes supuestos

- a. Los inversores son racionales y deciden basados en  $E(R)$  y el riesgo que esta medido por  $\sigma(R)$ . Un supuesto que genera este resultado es que los rendimientos están distribuidos normalmente
- b. Expectativas homogenizas todos los inversores concuerdan en sus estimación de  $E(r_i)$  y  $\sigma(R)$  para un dado horizonte temporal
- c. Se puede invertir en un activo libre de riesgo
- d. No hay fricciones me mercado

Entonces los inversores utilizan la teoría de Markowitz para hallar portafolios eficientes. Cada inversor genera su propio portafolio que depende de su aversión al riesgo.

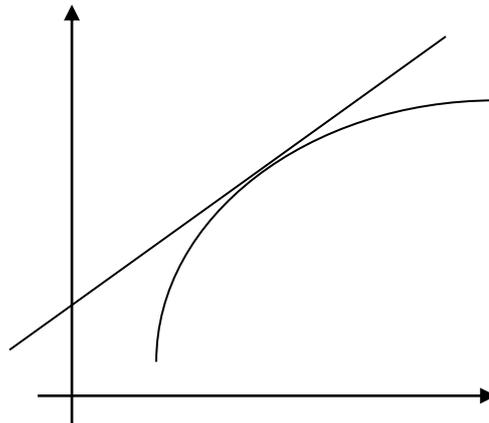


Figura 3.1 Markowitz

Markowitz dice que existe una frontera de mínima varianza, donde podemos encontrar los portafolios que generan cierto retorno a la menor varianza posible para ese retorno. Existen entonces dos clases de riesgo:

- a. Riesgo Diversificadle
- b. Riesgo no diversificadle

Cuando eliminamos todo el riesgo diversificadle nos encontramos sobre la frontera de mínima varianza. Cualquier incremento de riesgo que nos lleve fuera de esta frontera, no está acompañado por un mayor retorno. Este es el punto fundamental para entender que riesgos podemos agregar a nuestro modelo sin generar una doble imputación del mismo.

Para entender mejor este punto pensemos en dos ejemplos extremos.

Primero un riesgo claramente diversificadle. Por ejemplo, pensemos en un proyecto que opera una plantación de arándanos en Argentina. El riesgo que caiga granizo sobre la cosecha y se arruine es claramente un riesgo diversificadle. Entonces, este riesgo no está incluido en el Beta de la industria.

Por otro lado un el riesgo de una recesión global que afecte a todos los activos existentes es un riesgo sistemático, ya que afectara de alguna manera a todos los activos del portafolio de mercado.

Una manera de ver cual es la diferencia entre el riesgo sistemático y el no sistemático es ver las diferencias entre el Beta y el Beta total en las distintas industrias. Recordemos que es el Beta de una compañía

$$\beta = \rho_m \frac{\sigma_c}{\sigma_m} \quad (\text{Formula 3.1 Beta})$$

Si ahora dividimos ambos miembros por  $\rho_m$  obtenemos

$$\frac{\beta}{\rho_m} = \frac{\sigma_c}{\sigma_m} \quad (\text{Formula 3.2 Beta})$$

Esta es una media relativa de desvió estándar, es decir, estandariza el desvió estándar del proyecto con respecto al desvió estándar del mercado. A este nuevo Beta se lo llama Beta total ya que nos da una mejor idea de la volatilidad total de la empresa. A continuación, se muestra los datos de los Betas y Betas totales para cada industria de Estados Unidos.

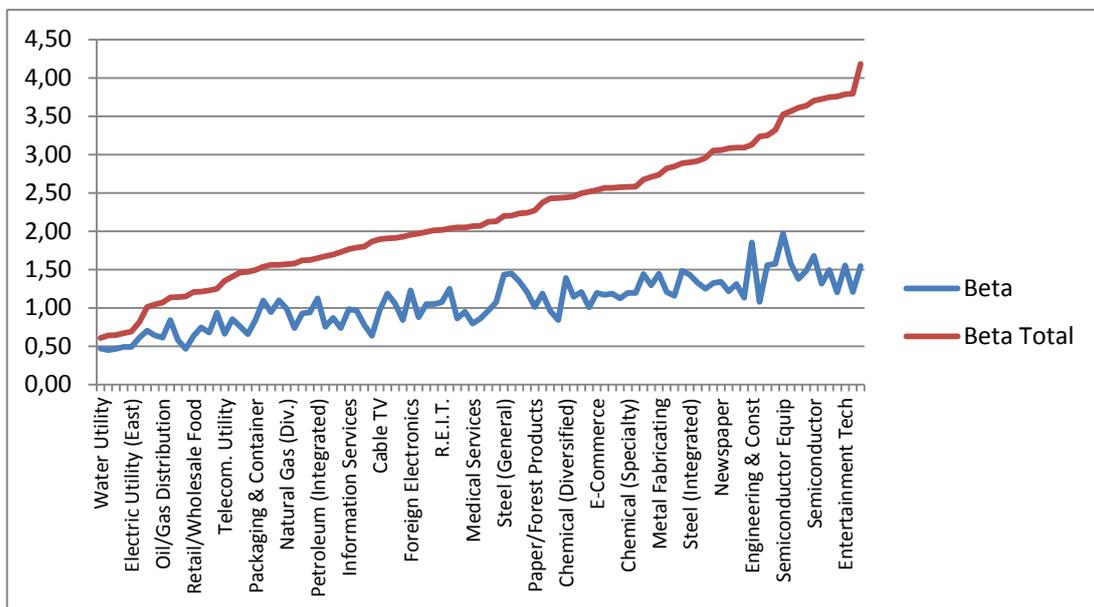


Figura 3.2 Beta total

La diferencia entre estas dos Betas representa los riesgos no diversificables, en algunos casos la diferencia de Betas es mayor que el mismo Beta de mercado.

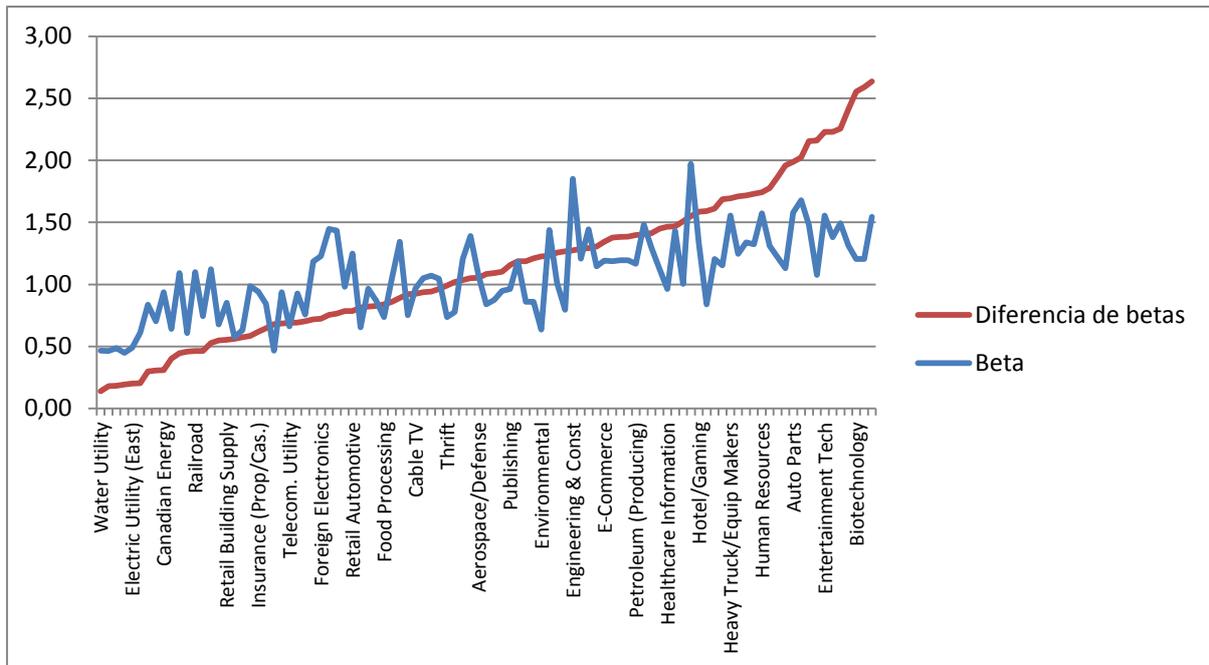


Figura 3.3 beta total

Toda esta variabilidad que no es captada por el CAPM, ya que según vimos el mercado no paga por riesgos diversificables, es en muchos casos mayores a la variabilidad que el mercado nos está pagando. Es aquí donde comenzamos a entender el Valor de la simulación de Montecarlo, ya que nos deja incluir riesgos reales, a los cuales está sujeto nuestro proyecto, pero que no están incluidos en la tasa de descuento.

Cuando valuamos derivados financieros los descontamos a la tasa libre de riesgo. Ahora bien si ya incluyera todos los factores de riesgo dentro del modelo ¿podría hacer lo mismo para proyectos reales?

Para poder contestar esta pregunta debemos analizar porqué descontamos a la tasa libre de riesgo en los derivados financieros. Pensemos en un Call que podría ser valuado por medio de simulación de Montecarlo, aunque rara vez se hace, ya que en este caso tenemos la formula de Black y Soles. Supongamos que como en este modelo estamos pensando que los activos se mueven de manera Binomial, entonces si queremos reproducir este movimiento con dos activos, un bono libre de riesgo y una cantidad delta del activo subyacente, debemos imponer que

$$u\Delta + rB = C_u \quad (\text{Formula 3.3 Binomial})$$

$$d\Delta + rB = C_d \quad (\text{Formula 3.4 Binomial})$$

Donde  $C_u$  y  $C_d$  son los payoffs de un Call en el nodo up y en el nodo down. La solución a estos valores resulta en los siguientes valores

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{(U-d)S} \quad (\text{Formula 3.5 Delta})$$

$$B = \frac{uC_d - dC_u}{(U-d)r} \quad (\text{Formula 3.6 B})$$

El valor del portafolio dado por los bonos y los activos resulta ser igual al valor de Call

$$C = \frac{\frac{r-d}{u-d} C_u + \frac{u-r}{u-d} C_d}{r} \quad (\text{Formula 3.7 Call})$$

Con algo de imaginación podemos darnos cuenta que los términos delante de cada resultado se comportan como probabilidades

$$\frac{r-d}{u-d} + \frac{u-r}{u-d} = 1 \quad (\text{Formula 3.8 Probabilidades})$$

De esta forma el valor del call puede ser expresado como

$$C = \frac{\pi C_u + (1-\pi) C_d}{r} \quad (\text{Formula 3.9 Call})$$

Es importante destacar que este valor de probabilidades  $\pi$ , denominado risk neutral probability, es distinto a la probabilidad real de suba y baja  $q$ . La probabilidad  $q$  proviene del verdadero proceso estocástico de dicho activo. Entonces, ¿por qué esta nueva distribución de probabilidades es tan importante? Pensemos en la variable generada por el precio futuro del subyacente dividido el valor futuro de un plazo fijo.

$$\frac{S_{t+1}}{PF_{t+1}} \quad (\text{Formula 3.10 Martingala})$$

El valor en 0 de esta variable es

$$\frac{S_t}{1} = S_t \quad (\text{Formula 3.11 Martingala})$$

La esperanza de esta variable en  $t+1$  será

$$E\left(\frac{S_{t+1}}{PF_{t+1}}\right) = S_t \quad (\text{Formula 3.12 Martingala})$$

Es decir esta función sigue ahora un proceso estadístico de Martingala. Esto es debido a que se redefinió al distribución de probabilidades cambiando las variables de tal manera de pasar de  $q$  a  $\pi$ .

Al forzar la distribución tal manera, que el valor esperado de  $t+1$  del ratio entre el precio del subyacente y el valor en  $t+1$  de un plazo fijo creado en  $t$  sea igual al valor de este ratio hoy, entonces podemos valorar el call mediante valor presente esperado. Como vemos para lograr usar la tasa libre de riesgo tuvimos que generar una nueva distribución de probabilidades que es independiente de la distribución original del subyacente. Entonces replicar esto en un modelo más complejo sería muy complicado.

Por lo que es más fácil pensar en trabajar con tasas de descuento que provienen del CAPM, donde solo estamos incluyendo los riesgos sistemáticos, que incluir en los flujos todos los riesgos no sistemáticos. Esto es cierto en casi todas las situaciones, sin embargo en algunos casos es más simple incluir el riesgo en la tasa. Por ejemplo, si el riesgo país tuviera que ser simulado implicaría un verdadero problema. En este caso podemos usar la simulación de Montecarlo para comprender que implica el aumento de la tasa de descuento en términos de flujo.

Supongamos que tenemos el mismo flujo que en los casos anteriores

Años	0	1	2	3
Flujo de fondos	-100	20	40	70

Tabla 3.1 Flujo de fondos

Ahora bien asumamos como riesgo país, el único riesgo de expropiación del proyecto, es decir que una vez que hice la inversión inicial de 100, cada año tengo un 20% de probabilidad de que el estado se quede con mi proyecto y yo reciba 0. Lo queremos averiguar es cuál es la tasa de riesgo país que genera la misma perdida en el promedio del VAN.

Se realizan entonces las 100000 simulaciones y se obtienen los siguientes datos

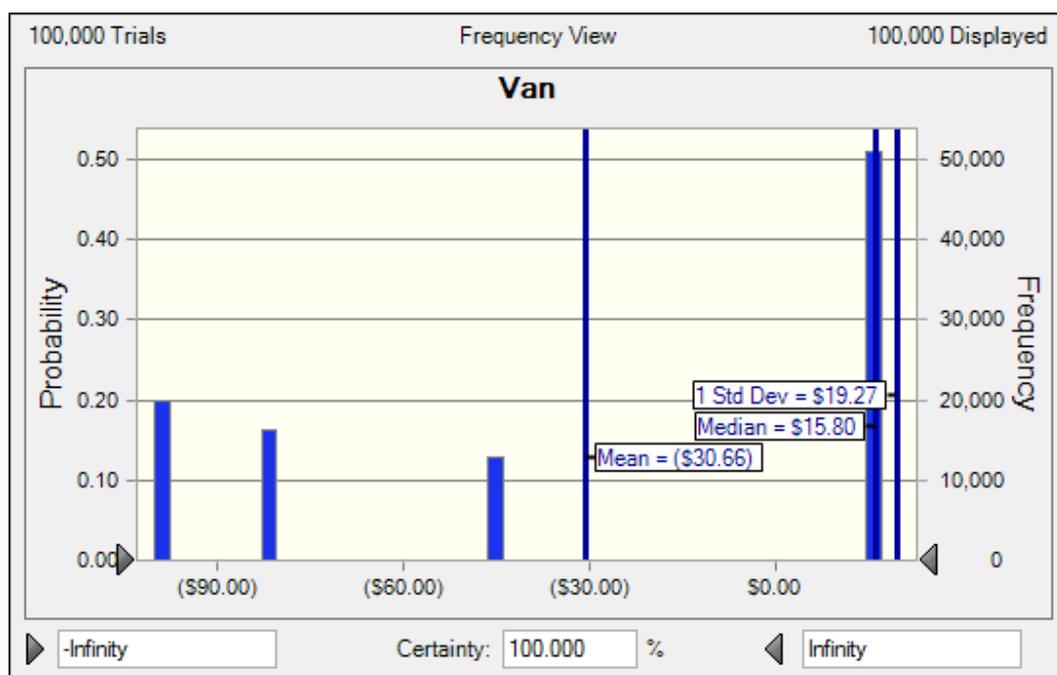


Figura 3.4 VAN

Vemos entonces que la media de este proyecto es -30.66. Si calculamos ahora cual sería el riesgo país que generaría el mismo el mismo efecto en el valor presente obtenemos un riesgo país del 26.31 % o más precisamente 2631 puntos básicos. Este es un riesgo país muy alto, sin embargo el modelo está asumiendo una probabilidad de expropiación muy alta de un 48.8%, compuesta de 20% de que sea expropiado el primer año, más 16% de que sea expropiado el segundo año y un 12.8% de que sea expropiado el tercer año. Cada una de estas probabilidades está representada por una de las barras. La cuarta barra representa la probabilidad de no ser expropiado, que corresponde obviamente al 51.2% restante.

Si cambiamos ahora el riesgo de expropiación a un 5% anual obtenemos los siguientes resultados:

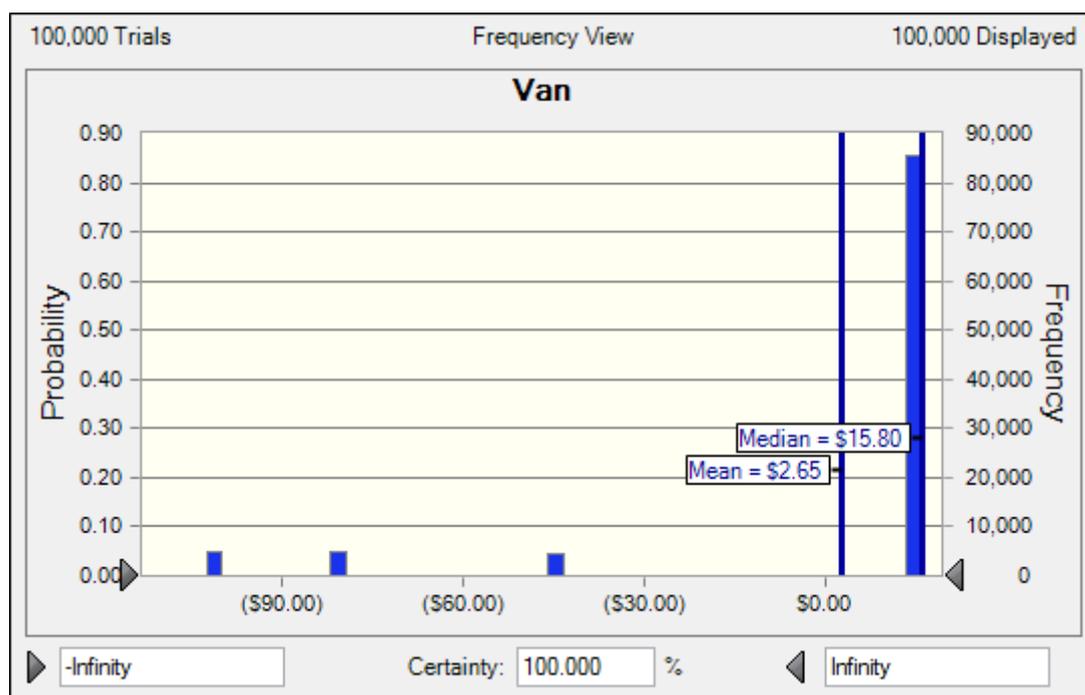


Figura 3.5 VAN

Vemos como ahora la media se ha corrido hacia el vértice positivo. Pasando a ser la media 2.65.

Nuevamente calculamos la tasa de riesgo país equivalente a esta probabilidad de expropiación y obtenemos 5.54% o más precisamente 554 puntos básicos, esto ya es una tasa más habitual para países emergentes. Las probabilidades de expropiación son las siguientes 5% para el primer año, 4.755 para el segundo y 4.51% para el primero, siempre visto desde el año 0. A la probabilidad total de expropiación será entonces 14.26%.

De los datos anteriores podemos sacar una conclusión interesante que ya habíamos discutido con anterioridad. En este caso muy simplificado de un proyecto real y considerando como único riesgo país la expropiación vemos como los valores obtenidos son significativos. Como discutimos antes el riesgo país que debe ser asignado a cada proyecto es distinto y depende de los factores que afectan al proyecto. No sería lógico suponer que la probabilidad de expropiación es igual para un proyecto de servicio público, como un gasoducto, que para una empresa donde el estado tiene poco o nada de intervención. Recordemos nuevamente que el riesgo país es un conjunto de riesgos asociados, no es solo el riesgo de expropiación.

### **3.2. METODOLOGIA PARA LA SELECCIÓN DE FLUJOS A SIMULAR**

Uno de los puntos más importantes al momento de simular mediante Montecarlo es que tenemos que pensar que variables queremos agregar en el modelo. Tenemos que tener en cuenta varios factores:

- a. La importancia de cada factor en los flujos de la empresa
- b. La volatilidad de cada factor
- c. La distribución de cada factor
- d. La correlación con otros factores
- e. Es una variable endógena o exógena
- f. Tiene correlación con el mercado

Analizaremos a continuación cada factor

#### **3.2.1. La importancia de cada factor en los flujos de la empresa**

Al simular siempre debemos tener en cuenta el principio de Parsimonia, si tenemos que elegir dos modelos donde ambos explican lo mismo, el modelo más simple es más probable que sea el correcto. Esto quiere decir, que tenemos que seleccionar las variables que a priori pensemos más representativas, para nuestro modelo.

Para lograrlo debemos analizar todas las variables que afecten a nuestro proyecto, analicemos la fuente de flujo de fondos

Ventas	PXQ
-Costo de ventas	Origen de los costos
=EBITDA	
-Depreciaciones y amortizaciones	
EBIT	
-EBIT * Impuestos	
+ Depreciaciones y amortizaciones	
-Inversiones operativa (capex)	
-Inversiones en Capital de trabajo (OpEx)	
FCFF	

Tabla 3.2 Flujo de fondos

Analicemos ahora punto por punto los posibles variables

a. Ventas

En este caso hay varias fuentes de incertidumbre, primero cuanto vamos a vender, es decir, las ventas provienen de un contrato potencial o de estudio de mercado. Lo mismo sucede con el precio, es una estimación según el mercado actual o proviene de un contrato / licitación. En todos los casos las ventas son un punto importante a considerar ya que en toda empresa son el origen de los ingresos. Posibles nuevos impuestos o subsidios a recibir del estado.

b. Costos

Debemos analizar nuestras fuentes de costos, como ser las materias primas a utilizar en el proyecto, la mano de obra, el costo fijo de operación. Posibles nuevos impuestos o subsidios a recibir del estado.

c. Tasa impositiva

Este puede ser un punto analizar en el caso que se crea que existe posibilidad de que la misma cambie. Lo único distinto de este punto es que, un impacto aquí, debe estar reflejado de igual manera en el escudo impositivo. Para simular este factor también hay que simular cambios en la tasa de descuento.

d. Inversiones operativas

Debemos incluir en este punto los cambios esperados en el costo de las inversiones a realizar, esto puede ser por cambios en los costos de tecnología, por nuevos impuestos o aranceles que esperamos puedan surgir en el futuro.

e. Capital de trabajo

El cambio en el capital de trabajo requerido generara un impacto de manera directa en el flujo de fondos. Por lo general, se piensa como un porcentaje de las ventas. A priori es difícil saber cual es este porcentaje, por lo cual podemos introducirlo como variable.

f. Factores macroeconómicos

En el caso que fuera relevante debemos incluir algunos factores macroeconómicos, por ejemplo la inflación y el tiempo de cambio. Estos factores pueden llegar a jugar un papel importante en nuestro proyecto y deben ser considerados.

Esto es solo una guía de puntos a analizar para buscar variables que sean relevantes. No quiere decir que no existan más variables particulares a cada proyecto que debamos ver.

### 3.2.2. La volatilidad de cada factor

Un factor puede ser muy importante, pero si el mismo no tiene volatilidad asociada, no tiene sentido simularlo.

Una vez que hemos encontrado cada variable debemos entender su variabilidad. El objetivo de la simulación es encontrar las fuentes de riesgo del proyecto y entender su perfil de riesgo. Entonces no solo necesitamos saber que variables son importantes para el proyecto, sino también la variabilidad de las mismas.

Para poder entenderlo mejor, analicemos un ejemplo simple. Supongamos que tenemos dos fuentes de costos que son dos materias primas. La primera A representa el 90% del costo de nuestro producto, la segunda B representa el 10% restante. A primera vista uno supondría que la variable A representa la mayor fuente de riesgo. Sin embargo esto no es cierto, supongamos que la variable A puede tomar valores extremos 2% por arriba

y por debajo de la media. En cambio la variable B puede tomar valores extremos 100% por arriba y 50% por debajo. Analizamos entonces que implicaría esto:

### Variable 1

Variable A	91.8	88.2
Variable B	10	10
Costo total	101.8	98.2

Tabla 3.3 Variable 1

### Variable 2

Variable A	90	90
Variable B	20	5
Costo total	110	95

Tabla 3.4 Variable 2

Como vemos, la variable B tiene un impacto mucho mayor que la variable A. La idea de este ejemplo es mostrar que no solo importa cuanto afecta la variable en términos de media, sino también hay que verificar que impacto tendrá la variabilidad.

Aunque a primera vista esto parece ser un ejemplo un poco exagerado, podemos encontrarnos con situaciones similares. Por ejemplo, en la Argentina hay muchos productos que están regulados por el estado, lo que hace que sean menos volátiles. Entonces al momento de elegir las variables debemos prestar atención no solo a la media sino también la desvió, ya que si una variable tiene una alta incidencia en el flujo pero muy baja variabilidad no tendrá sentido agregarla al modelo. Al momento de simular debemos prestar mucha atención a la variabilidad de cada variable, porque a partir de este punto se obtiene el valor de análisis. Si todas las variables fueran estáticas la simulación no tendría sentido.

Para poder hacer un análisis de importancia de las variables podemos pensar en hacer un modelo que contenga todas las variables potenciales, utilizando alguna distribución aproximada en caso de no conocerla con certeza. En este modelo podemos no considerar la correlación de las variables, ya que la idea es poder identificar cuáles son las variables que más nos afectan. No es necesario correr una simulación, sino simplemente ir colocando distintos valores para cada variable y graficando el resultado

obtenido en la función objetivo que en general es el VAN del proyecto. Una vez que hagamos esto con todas las variables podemos elegir las más significativas.

### **3.2.3. La distribución de cada factor**

Una vez que encontramos las variables que queremos simular debemos ver cual es la distribución de la variable. Esta distribución deberá cumplir con dos puntos, primero deberá adaptarse a los datos. Para asegurarnos existen varios test estadísticos según la distribución que queremos ajustar.

Además de esto la distribución seleccionada deberá ser lógica con la variable, es decir, por más que la distribución elegida explica los datos, si la misma no está basada en una realidad económica, no será válida

### **3.2.4. Tiene correlación con el mercado**

El próximo paso que debemos determinar es si este riesgo no está ya incluido en la tasa de descuento. Para esto debemos ver si el activo esta correlacionado o no con el retorno de mercado.

Lo primero que podemos observar es si la variable es endógena o exógena al modelo. Las variables endógenas son propias de proyecto, lo que implica no tienen correlación con el mercado. Por ejemplo, la cantidad de unidades vendidas en un proyecto es interna al mismo. Es decir podemos incluir la variable en el modelo ya que la misma no está incluida en la tasa de descuento. Esto es porque mas allá de cambios en la demanda producidos por situaciones de mercado, la variabilidad de las ventas está dada por nuestra propia incertidumbre, a priori no sabemos con exactitud cuánto vamos a vender más allá de la situación económica del mundo.

Lo mismo sucede con el precio de venta, este es un resigo interno del proyecto, lo cual hace que debamos incluirlo en la simulación. Como en el caso anterior, no debemos incluir cambios de precios relacionados con una situación económica mundial, ya sea una recesión o auge económico, ya que esto está incluido en la tasa de descuento y Beta.

Al pasar a las materias primas podemos generar dos categorías distintas:

- a. Materias primas regidas por el mercado internacional
- b. Materias primas regidas por oferta y demanda local

Esta distinción es muy importante, ya que las materias primas donde el precio se forma en un mercado global pueden o no estar correlacionadas con la prima de mercado. Esto no es cierto para las materias primas donde el mercado se forma a nivel local. Un ejemplo de la primera sería el maíz, donde el precio se forma a nivel internacional, en este caso uno podría pensar que existe alguna correlación entre el retorno de este activo y el retorno de mercado. Para saber si existe correlación, se corre una regresión entre los mismos. Analicemos ahora los precios históricos del futuro de maíz de corto plazo. Se suele utilizar futuros en vez que precio spot porque tienen más volumen y liquidez. Al ser de muy corto plazo el precio es muy similar al spot.

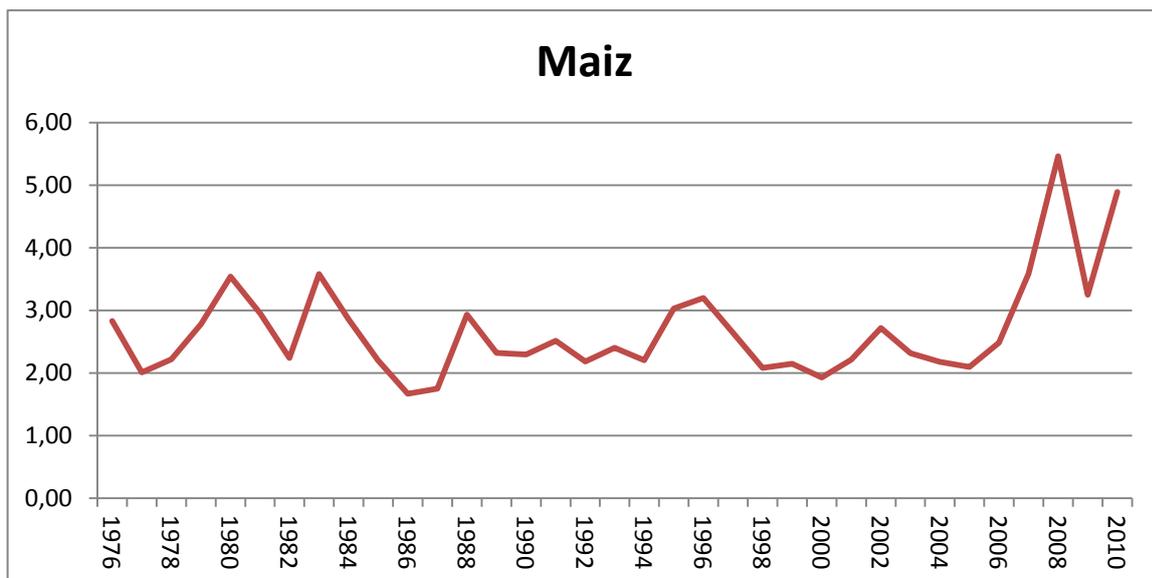


Figura 3.5 Maíz . Datos correspondientes al mes de septiembre  
(<http://www.ers.usda.gov/Data/PriceForecast/>)

Comparemos ahora el retorno de este activo con respecto a la prima de mercado

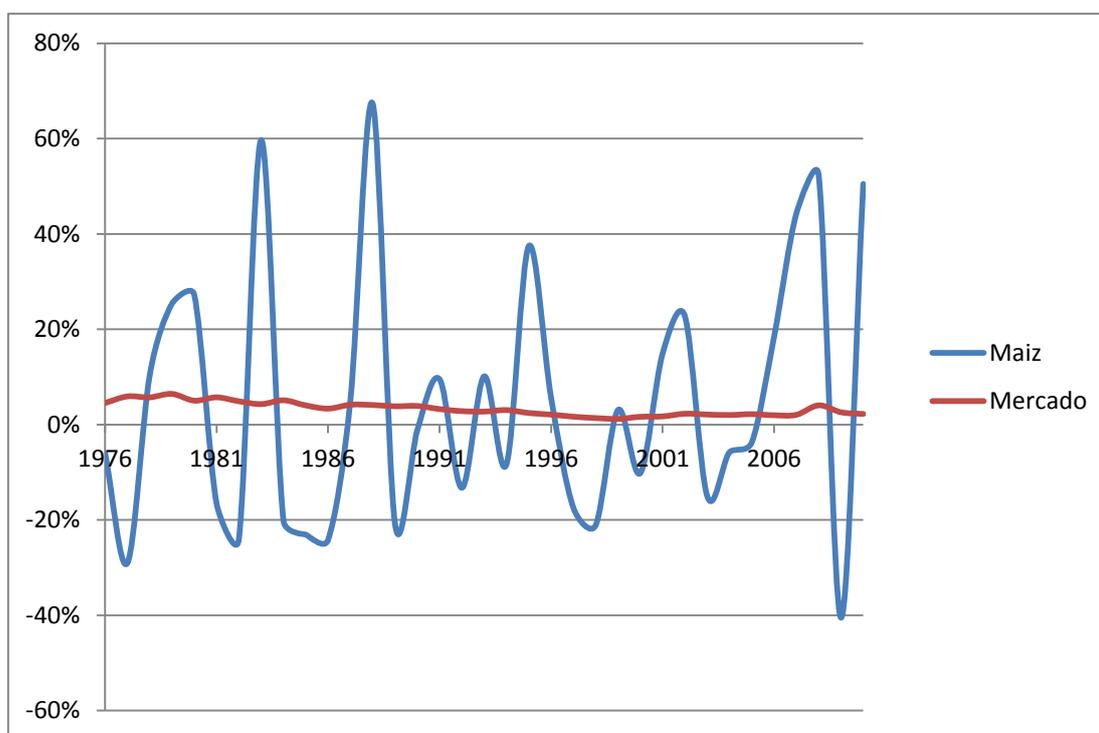


Figura 3.6 Maíz y mercado

Si corremos una regresión entre estos dos valores obtenemos

SUMMARY OUTPUT	
Regression Statistics	
Multiple R	0.002463
R Square	6.07E-06
Adjusted R Square	-0.0303
Standard Error	0.278027
Observations	35

Tabla 3.5 Regresión maíz

Podemos entonces ver en este caso que no hay una correlación entre las variables, lo que quiere decir que podríamos agregar la variable sin peligro de duplicar el riesgo con la tasa de descuento. En el caso que encontráramos una variable que tuviera un alto grado de correlación con el mercado, no deberíamos incluirla en el modelo, porque estaríamos incorporando un riesgo ya considerado en la tasa de descuento.

Volviendo a las materias primas regidas por el mercado local, podemos ver que no tienen relación con el rendimiento de mercado local. Un ejemplo es el descarte de arándano en la zona de Concordia. Como no hay exportación de este producto y hay exceso de oferta del mismo, el precio está fijado por los compradores que lo utilizan

para hacer mermeladas y jugos. Esta variable puede ser incorporada sin problemas ya que no está relacionada con el mercado internacional. De todas maneras, se podría correr la regresión para tener mayor certeza.

En conclusión, solo debemos incluir variables que no estén correlacionadas con el rendimiento del mercado internacional porque sino su riesgo estaría incluido en la tasa de descuento.

### 3.2.5. La correlación con otros factores

Una vez que tengamos definidas todas las variables procedemos a analizar la correlación entre las mismas. Esto es de vital importancia porque al simular mediante Montecarlo que estamos haciendo es generado estados del universo. Es decir, lo que creamos son futuro factible donde las variables han tomado un valor según la distribución que le incorporamos. Estos futuros factibles deben ser consistentes con la realidad. Por lo cual debemos pensar que si dos variables tienen un alto grado de correlación será necesario introducir la misma en el modelo.

Analicemos el siguiente ejemplo, supongamos que tenemos un proyecto y debemos simular el precio del petróleo y el precio de Maíz.

Obtenemos entonces ambas series de precios

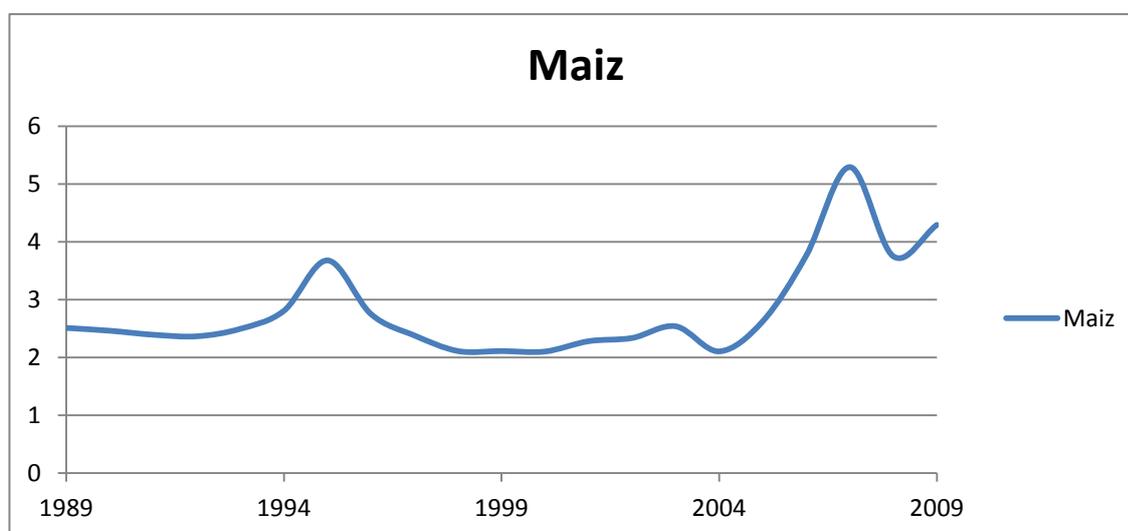


Figura 3.7 Maíz (<http://www.ers.usda.gov/Data/PriceForecast/>)

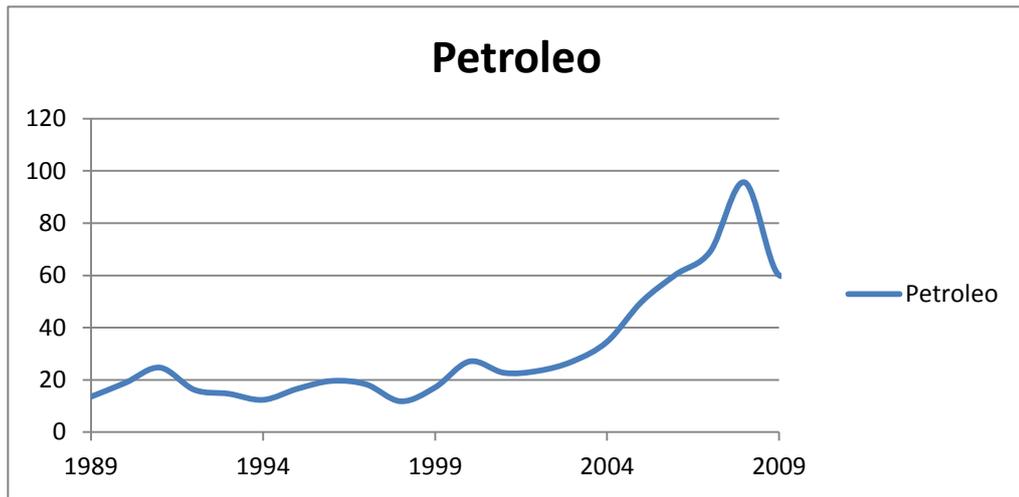


Figura 3.8 Petróleo (<http://tonto.eia.gov/dnav/pet/hist/LeafHandler.ashx>)

Para poder hacer un mejor análisis normalizaremos ambos activos a base 100 para el año 1989. Si los graficamos juntos obtenemos:

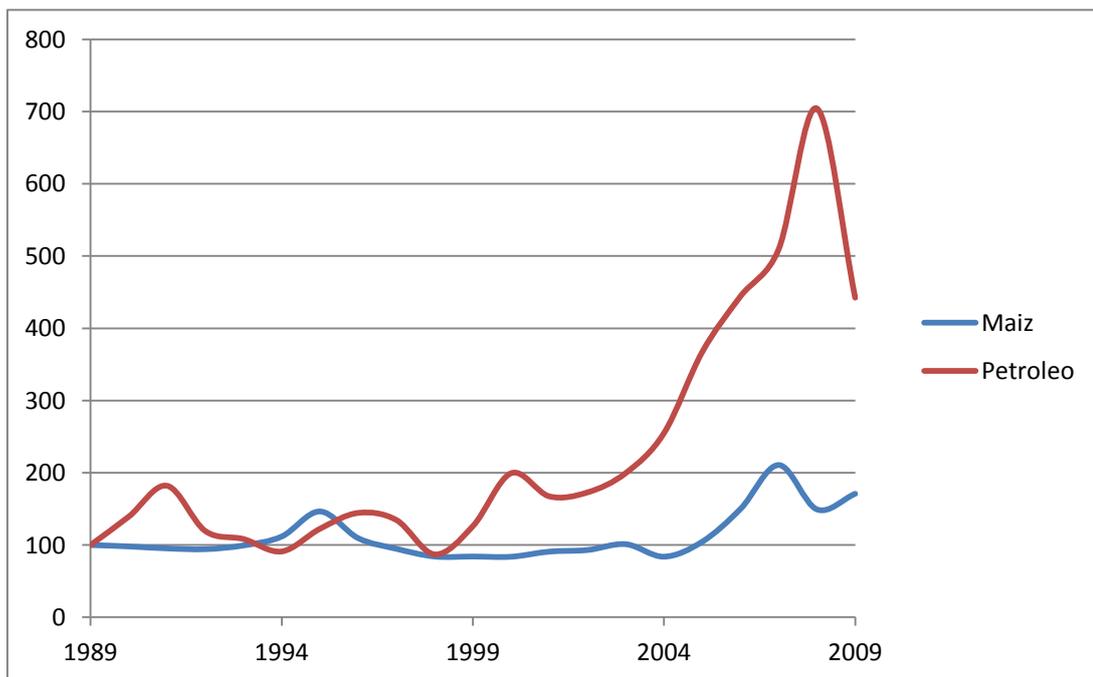


Figura 3.9 Maíz y petróleo

Si corremos una regresión sobre los datos normalizados obtenemos el siguiente resultado

SUMMARY OUTPUT	
Regression Statistics	
Multiple R	0.711399
R Square	0.506088
Adjusted R Square	0.480093
Standard Error	0.24315
Observations	21

Tabla 3.6 Regresión

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95.0%	Upper 95.0%
Intercept	0.79162	0.091731	8.629769	5.34E-08	0.599624	0.983616	0.599624	0.983616
X Variable 1	0.143962	0.032627	4.412301	0.000299	0.075672	0.212252	0.075672	0.212252

Tabla 3.7 Regresión

Como se puede ver, existe una relación relativamente alta entre estas dos variables, identificada por el valor significativo del  $r$  cuadrado. Además, el Beta (x interceptor) tiene un p value muy bajo lo que quiere decir que hay una probabilidad muy baja que el parámetro sea cero. Esto implica que hay una relación fuerte entre el maíz y el petróleo. Por lo tanto, sino no tomamos en cuenta esta relación podemos estar simulando un “futuro” que vaya en su contra, lo que implicaría que estaríamos cometiendo un error al momento de valorar.

Debemos revisar variable por variable su relación con las demás variables del modelo, con el objetivo de verificar sus relaciones. Si la relación es fuerte debemos incluirla en el modelo para evitar un error al simular. El problema radica en que esta tarea implica un trabajo arduo, en especial si tenemos muchas variables en el modelo. Para tener un panorama rápido, podemos elaborar una matriz de varianzas y covarianzas que nos dará la relación entre todas las variables.

Como en el caso de la selección de variables debemos recordar siempre el principio de Parsimonia al tratar de simplificar el modelo lo más posible para no incluir correlaciones innecesarias.

### 3.3. HOMOGENIZACION DE DATOS DE DISTRIBUCION HISTORICOS CON VALORES REALES ACTUALES. COMO GENERAR LA EVOLUCION DE VARIABLES

Una vez que hemos logrado determinar todas las variables que queremos incluir en nuestro modelo debemos analizar como incluirlas en el mismo. Tomemos como ejemplo los datos del petróleo y analizamos la evolución de precios de los últimos 10 años.

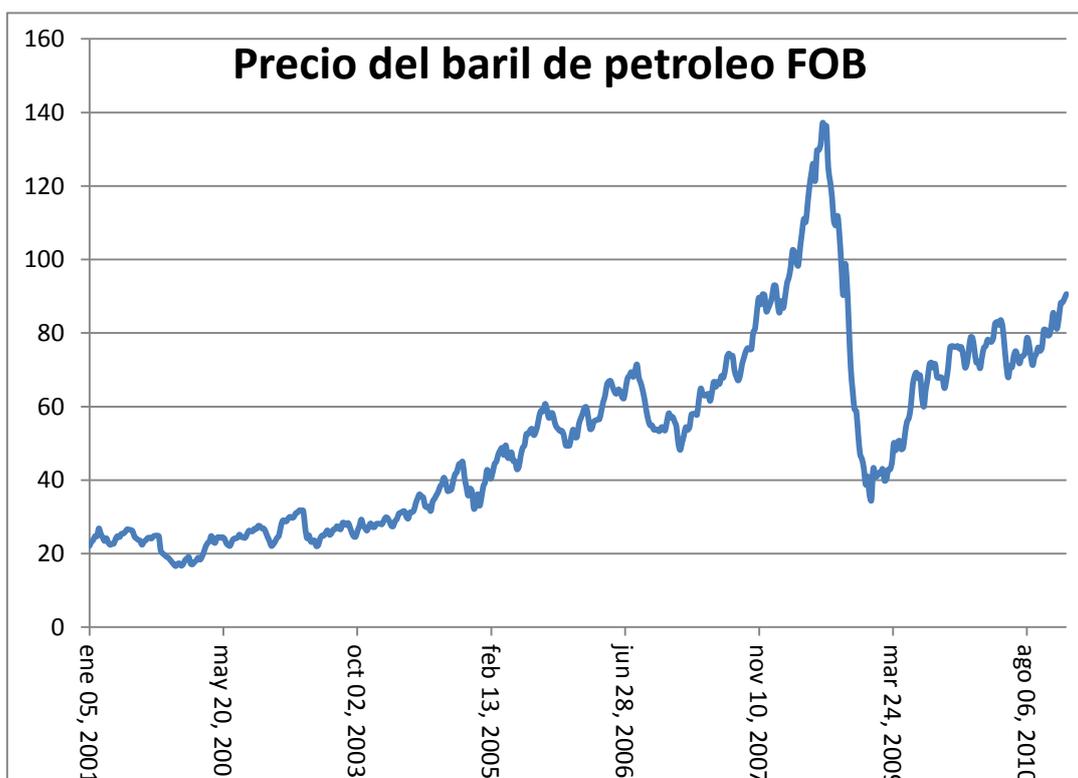


Figura 3.13 Precio del barril FOB del petróleo ( <http://tonto.eia.gov/dnav/pet/hist/LeafHandler.ashx>)

En muchos libros se sugiere el siguiente procedimiento:

- a. Obtener el promedio y desvió de la distribución

Promedio = 52.083

Desvió estándar = 26.064

- b. Obtener la distribución que siguen estos datos

- Realizamos un histograma para analizar la forma de la variable

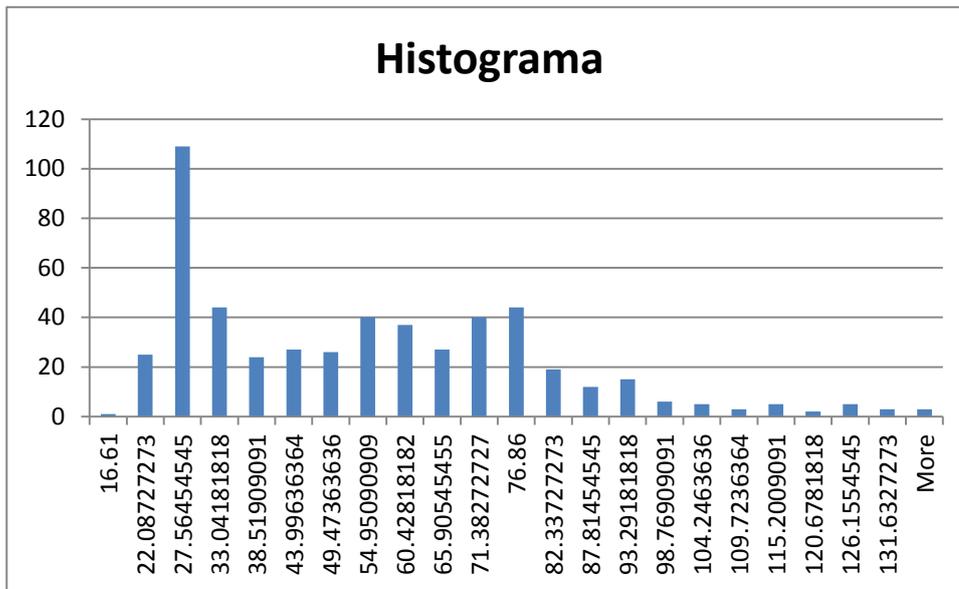


Figura 3.14 Histograma del petróleo

- Ahora analizamos que distribución estadística se ajusta mejor a los datos obtenidos

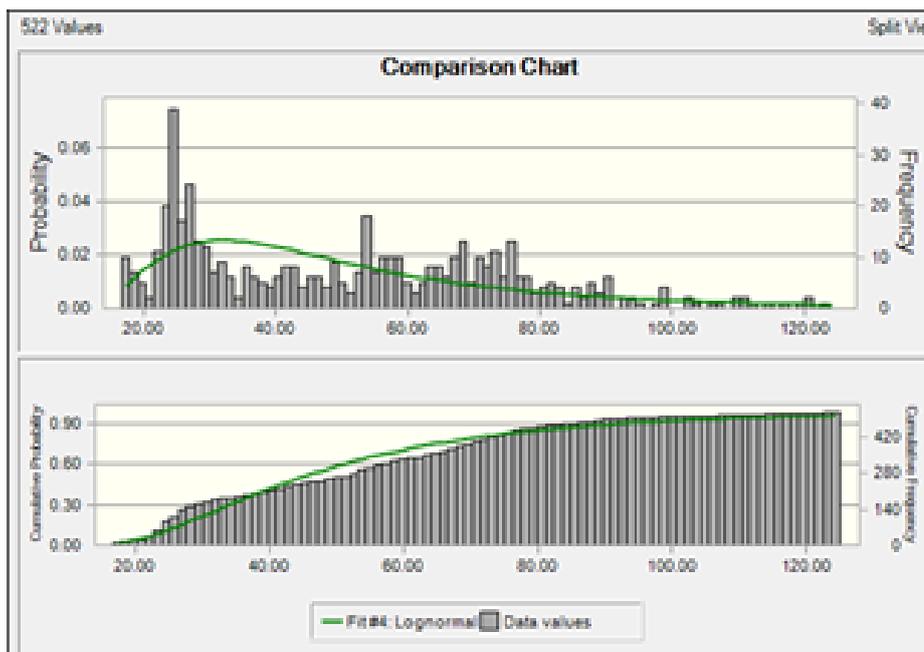


Figura 3.15 Ajuste de distribución de petróleo

En este caso vemos que la distribución se ajusta a una log normal.

- c. Introducimos en el modelo un solo parámetro que representa el precio del petróleo, este parámetro sigue la distribución que encontramos anteriormente.

Este método es muy popular debido a su simplicidad, sin embargo, estamos cometiendo varios errores.

Por empezar, estamos asumiendo un precio promedio para todo el periodo de simulación debido a que estamos generando un único precio para este parámetro. Esta premisa se contradice con la realidad, ya que generalmente los precios fluctúan y son distintos a lo largo del tiempo. Al asumir un único precio estamos utilizando un precio promedio para todo el periodo, la idea es que en algún punto estamos estimando por defecto y en otro por exceso, con lo cual los errores se compensan.

Esto puede generar errores en la valuación, para poder analizarlos consideremos el siguiente ejemplo: un proyecto con una sola fuente de costos y con los siguientes flujos

	0	1	2	3	4	5
Ventas		120	120	120	120	120
Costos	-70	-70	-70	-50	-50	-50
Flujo	-70	50	50	70	70	70

Tabla 3.10 Flujo de fondos

Si descontamos los flujos al 10% obtenemos un valor presente de 160.64\$.

Supónganos el mismo proyecto pero invirtiendo al estructura de costos, es decir, comenzando con un costo más bajo y luego incrementando el mismo.

	0	1	2	3	4	5
Ventas		120	120	120	120	120
Costos	-70	-50	-50	-50	-70	-70
Flujo	-70	70	70	70	50	50

Tabla 3.11 Flujo de fondos

Este flujo descontado al 10% genera un valor presente de 169.28\$

Analicemos el mismo proyecto, pero ahora utilizando el promedio de los costos, que en ambos casos es igual.

	0	1	2	3	4	5
Ventas		120	120	120	120	120
Costos	-70	-58	-58	-58	-58	-58
Flujo	-70	62	62	62	62	62

Tabla 3.12 Flujo de fondos

En este caso el valor presente del flujo descontado al 10% es 165.03\$

El objetivo del ejemplo es explicar que en la mayoría de los proyectos los valores presentes son dependientes del camino que siguieron las variables. Es decir, no es igual generar el cambio de costos al principio o la final del proyecto, esto se ve en el ejemplo, el cambio de momento en el cambio de costos genera una diferencia del valor de 8.63\$. Al utilizar el promedio estamos calculando incorrectamente el valor del proyecto, en un caso por defecto y en otro por exceso. Al analizar el valor utilizando promedio estamos incurriendo en un error, porque perdemos la temporalidad del evento, al estar valuando por valor presente, la pérdida de la temporalidad nos genera un error en el valor.

Otro punto a destacar es como se homogeniza los parámetros de la distribución con los precios actuales. Por ejemplo, con el caso del petróleo, el precio spot para la última semana de 2010 fue 90.61, sin embargo, la media fue de 52.08 dólares por barril. La pregunta es como homogeneizar esos dos valores, en algunos casos se sugiere desplazar al distribución hasta el valor spot, es decir asumir que la distribución actual tiene parámetros media = 90.61 y desvió = 26.064. Esta modificación va en contra del concepto de precio promedio, porque al cambiar la distribución de esta manera estamos cambiando los precios posibles que puede tomar la distribución.

El precio actual del petróleo es solo un valor dentro de la distribución histórica de precios, por lo cual correr la distribución implica que ya no estamos representando el movimiento de precios del petróleo, sino de una distribución nueva que no representa la historia de precios.

La pregunta entonces es ¿cuál es la mejor manera de simular el cambio de las variables?

Lo que tenemos que lograr es encontrar un modelo que nos muestre como es el movimiento de los parámetros a lo largo del tiempo. Este concepto fue utilizado cuando vimos el modelo de Vasicek. En este modelo se dice que los cambios de tasa siguen esta ecuación:

$$dr = k(\mu - r)dt + \sigma dz \quad (\text{Formula 3.13 Vasicek})$$

Ahora tenemos que encontrar es cuál es el modelo correcto para este activo. Asumamos que el petróleo sigue un modelo de Random Walk.

Es decir el movimiento de la variable puede ser escrito de la siguiente manera.

$$K_{n+1} = K_n + Z_t \quad (\text{Formula 3.14 Random Walk})$$

Es decir el valor  $K_{n+1}$  de la variable depende del valor  $K_n$  más un shock  $Z_t$ . Por simplicidad analicemos los datos de 2010.

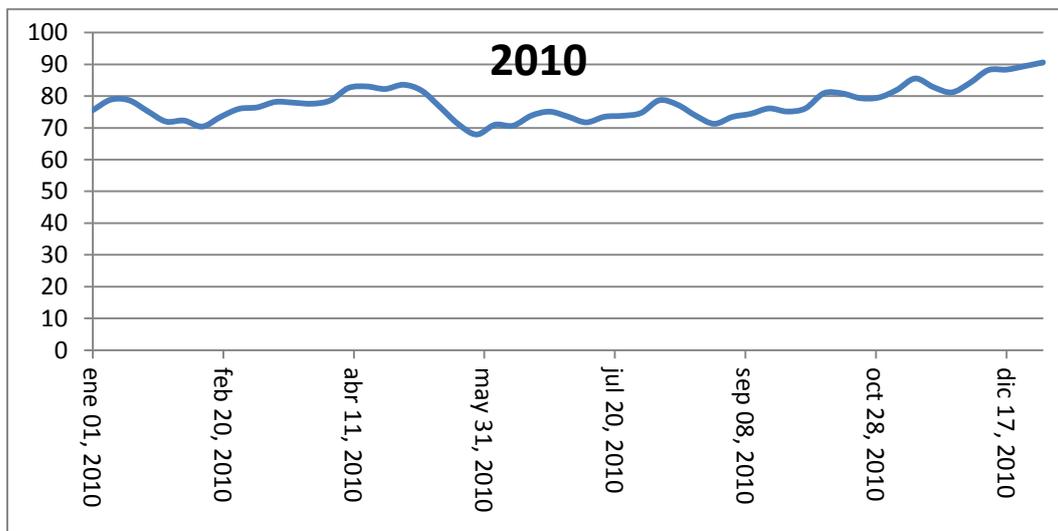


Figura 3.13 Precio del petróleo 2010

Si analizamos los shocks solamente obtenemos el siguiente grafico

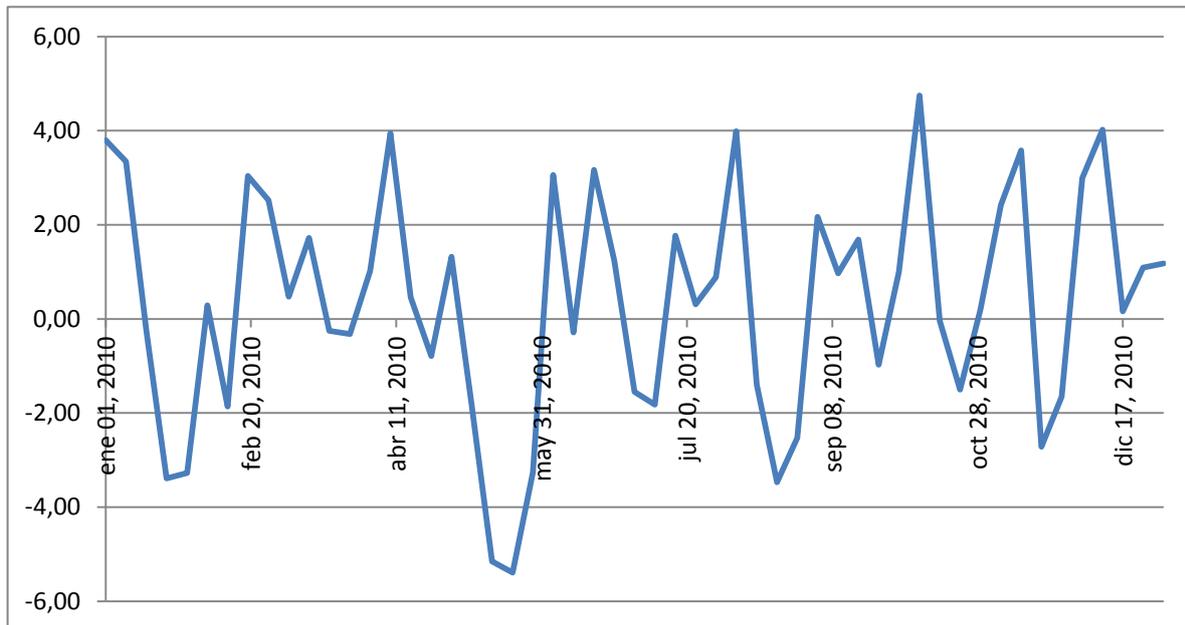


Figura 3.14 Shocks

Obtengamos ahora los parámetros del modelo

Media= 0.36

Desvío estándar = 2.44

Necesitamos entonces saber que distribución siguen los shocks, para esto generamos un histograma de los resultados:

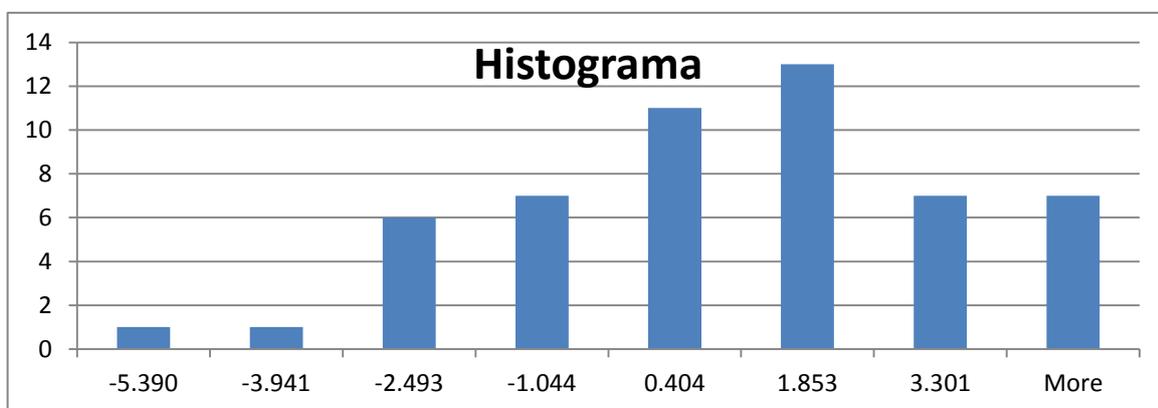


Figura 3.15 Histograma shocks

A partir de estos datos corremos un análisis para determinar la distribución de los datos y obtenemos los siguientes datos:

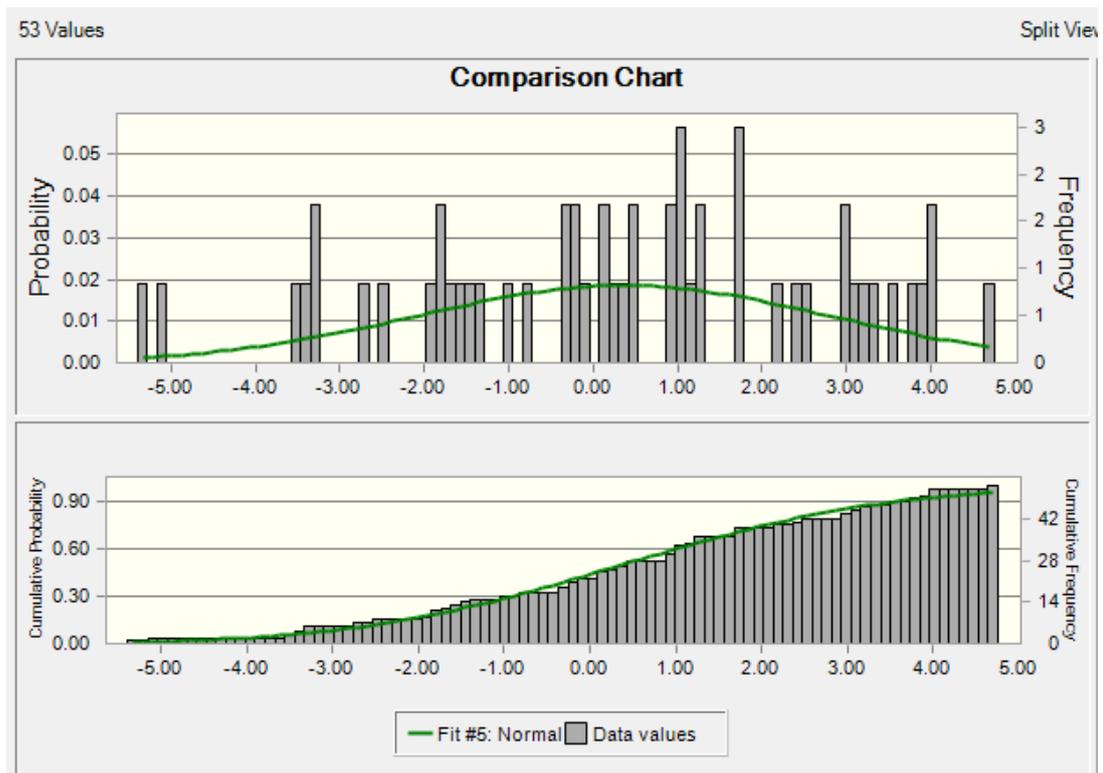


Figura 3.16 Distribución shocks

Obtenemos entonces que la distribución de los shocks es normal. Tenemos ahora, todos los componentes necesarios para poder correr una simulación para los precios del petróleo para 2011. Luego de correr 50 y se obtuvieron los siguientes resultados.

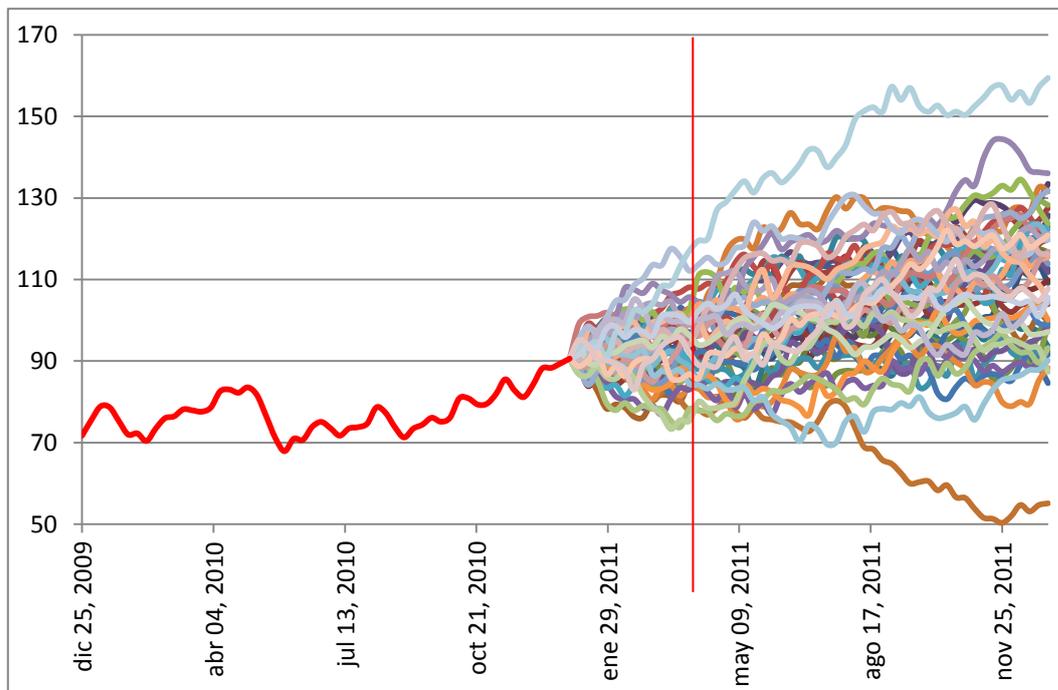


Figura 3.17 Simulación evolución precio del petróleo

En el gráfico podemos ver a la derecha de la línea colorada todos los caminos tomados en cada una de las 50 simulaciones por el precio del petróleo. Como se puede ver, hay dos simulaciones que están muy alejadas del resto, una donde el precio termina 159 dólares y una segunda donde el precio termina en 54 dólares. El resto de los escenarios terminan bastante compactados en el centro de la distribución, como vimos este modelo tenía un leve drift hacia arriba dado por el hecho que la media de la distribución no era cero y esto se ve reflejado en los resultados.

Podemos observar además, que existe una continuidad perfecta entre la línea roja que representa los datos históricos reales contra las demás simulaciones, esto evita entonces el problema que discutimos previamente, donde había que adecuar las distribuciones históricas a los datos actuales.

Esta técnica de generación de variables tiene la gran ventaja de simular toda la evolución de la variable, es decir, no estamos usando un promedio para todo el periodo sino que estamos generando la evolución semana a semana, esto es importante para entender correctamente el efecto de cada variable a lo largo del tiempo. Además, podemos generar cambios en las tendencias y evaluar las consecuencias que podrían tener para el proyecto.

Supongamos que utilizamos los mismos datos que para el petróleo, pero ahora generamos en el modelo un cambio de tendencia a los seis meses, donde la media pasa a ser  $-0.72$ . Obtenemos entonces los siguientes resultados:

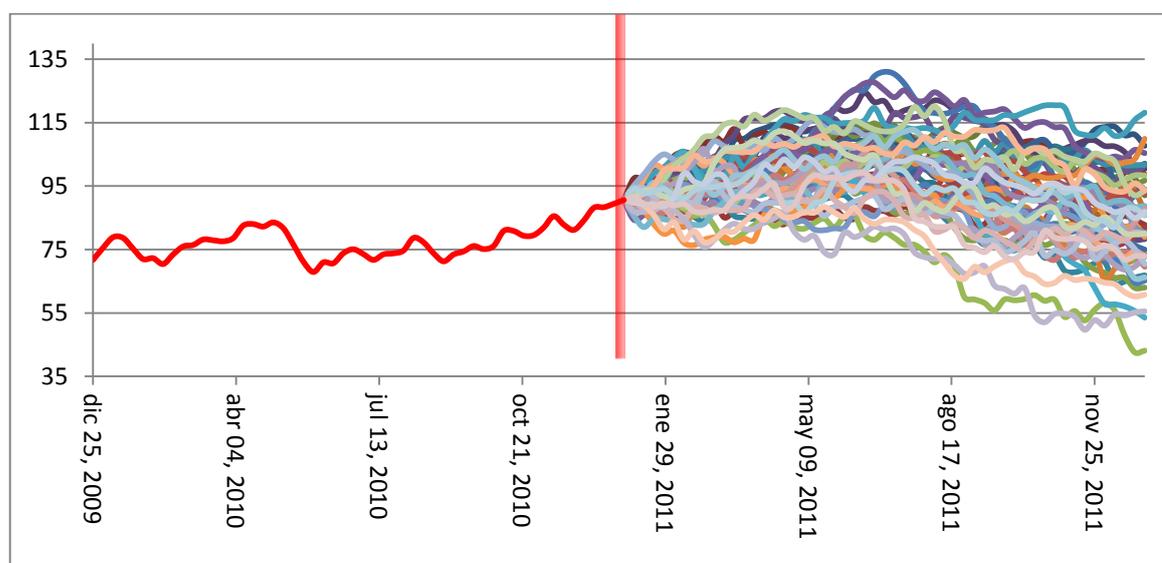


Figura 3.18 Simulación evolución precio del petróleo

Vemos en los resultados, como los 6 meses hay un cambio de la dinámica de precios, donde en general la distribución de los distintos escenarios empieza a cambiar con una tendencia negativa. Los precios al final del año están distribuidos muy cerca del precio de principios de 2010 y algo por debajo de los precios de fines de 2010. De todas maneras vemos un espectro relativamente amplio de precios futuros.

Esta capacidad de incluir expectativas de mercado en la simulación nos permite determinar los riesgos hacia cambios en las tendencias de los factores que afectan nuestro proyecto. Esto puede ser de gran importancia si nosotros vemos un cambio en la dinámica actual de los valores y queremos ver el impacto en el proyecto, de tal manera de cuantificar este riesgo. También podemos ir aumentando la volatilidad a medida que pasa el tiempo con el propósito de incorporar el incremento de la incertidumbre de nuestras mediciones. Es decir que a medida que aumenta el plazo que estamos mirando aumenta la portabilidad de que haya cambios en la manera que se comporta la variable.

Si el objetivo es hacer una evolución a más largo plazo tenemos dos opciones:

Una opción es repartir el proceso anterior, en vez que con datos semanales con datos anuales, obtenemos entonces los datos para los últimos veinte años

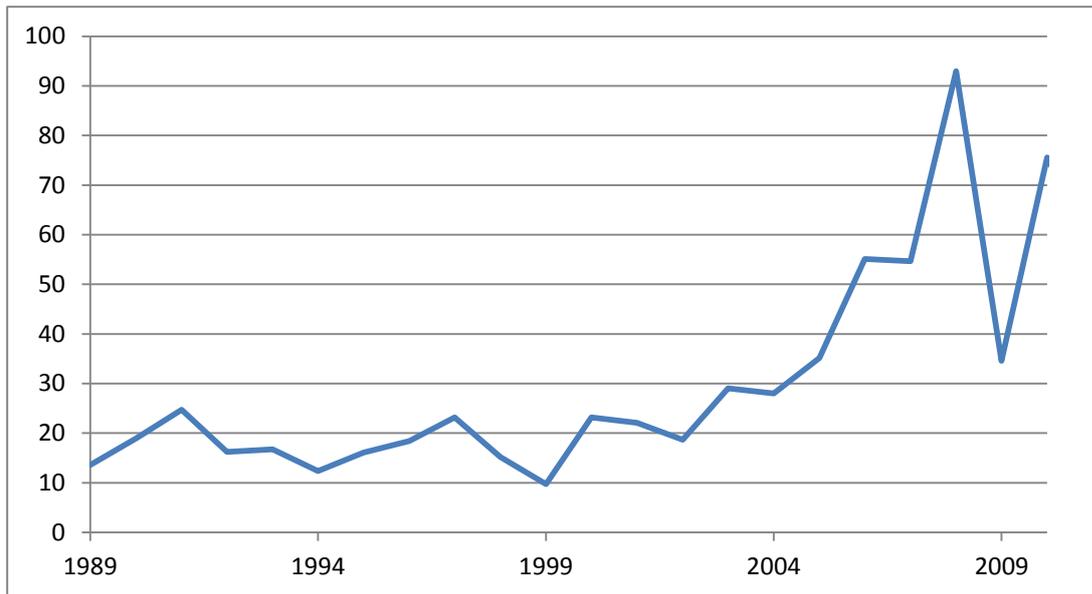


Figura 3.19 Evolución del precio del petróleo anual

Como en el caso anterior proponemos la misma dinámica siguiendo la formula

$$K_{n+1} = K_n + Z_t \quad (\text{Formula 3.14 Random Walk})$$

Generamos entonces la distribución de los shocks

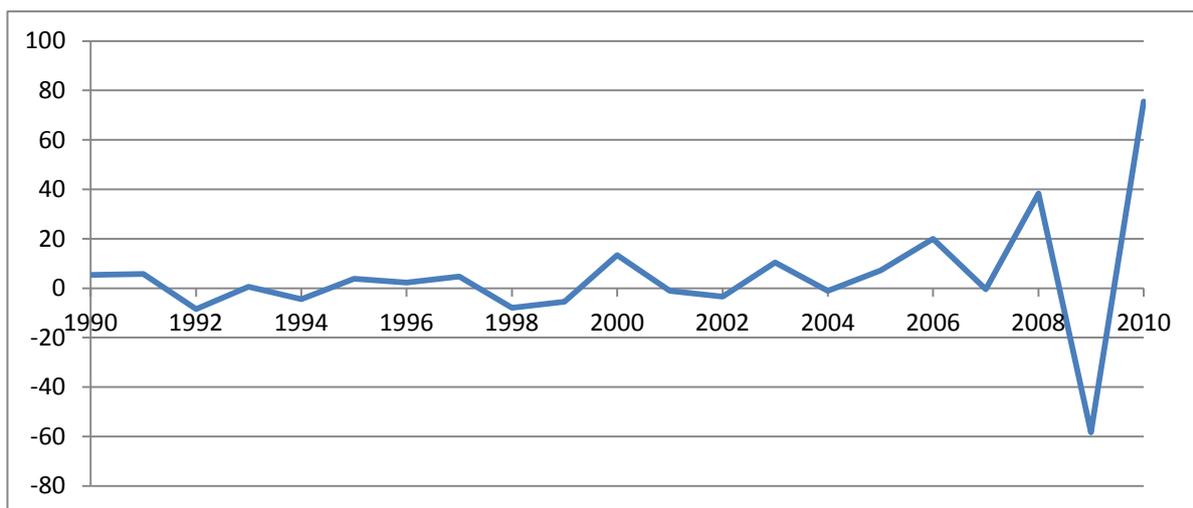


Figura 3.20 Shocks

Obtenemos a partir de estos datos la media y el desvió estándar

$$\text{Media} = 2.95$$

Desvió estándar =19.24

Asumimos una distribución normal de los shocks, a partir de estos parámetros pasamos a generar la simulación para un periodo de 10 años, obtenemos entonces luego de 20 simulaciones:

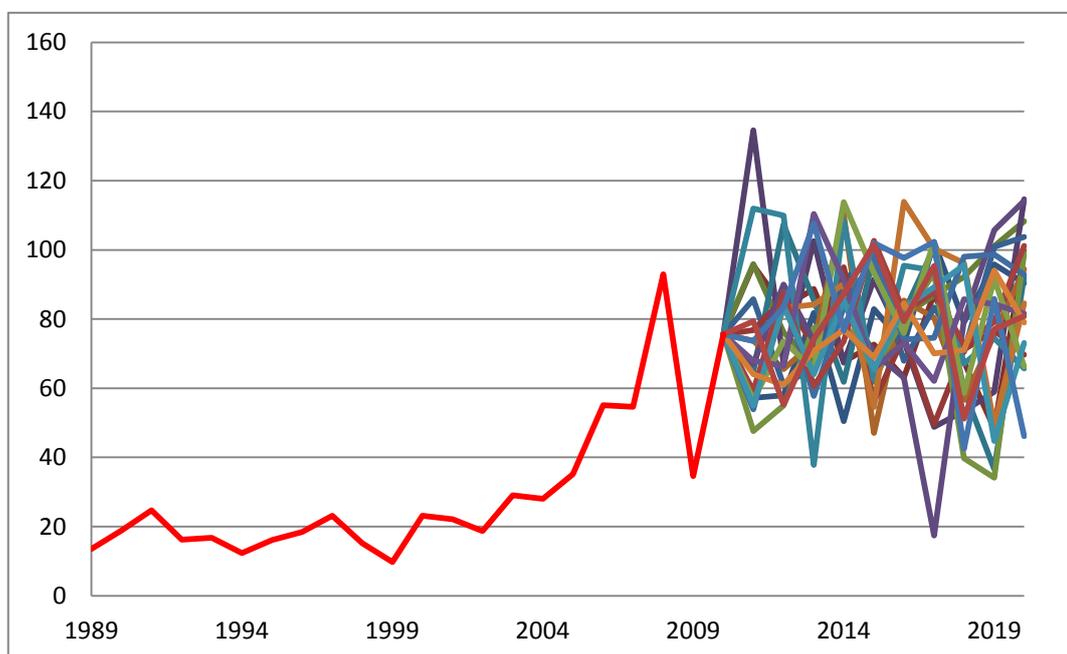


Figura 3.21 Simulación evolución precio del petróleo

Como vemos el resultado es similar a los casos anteriores, podemos ver que cada línea en el gráfico representa un camino seguido por los precios según la distribución actual. Como vemos, los caminos son muy variados en su movimiento, por ejemplo, hay casos donde el precio supera los 120 dólares por barril y escenarios donde el precio baja nuevamente hasta los 20 dólares por barril.

La pregunta que uno tiene que hacerse ahora es, ¿debemos usar datos históricos de precios?

Esta es una pregunta muy válida, dada principalmente por el hecho que al mirar los datos de los shocks vemos como los últimos 4 años son claramente distintos a los años anteriores, por lo tanto si queremos utilizar esta volatilidad ya no podemos hacer utilizando datos anuales, porque con solo 4 datos es imposible pensar en armar una distribución, debemos entonces convertir los datos semanales en datos anuales. Para hacer esto debemos primero analizar los datos de los últimos 4 años.



Figura 3.22 Evolución del precio del petróleo

Si analizamos el gráfico de precios de los últimos 3 años vemos que hay dos comportamientos muy distintos. El primero termina el 12 de diciembre de 2008 y corresponde a la etapa de la crisis financiera internacional. El segundo comienza a partir de dicha fecha donde el movimiento es distinto al visto previamente. De todas maneras, consideraremos todos los datos con el objetivo de incluir el movimiento real de la variable porque si eliminamos la caída tendremos una distribución muy sesgada positivamente, este sesgo no es independiente de la caída anterior, con lo cual debemos incluir todo el panorama para comprender el movimiento de las variables.

$$\text{Media} = 0.16$$

$$\text{Varianza} = 10.82$$

Estos son datos semanales, para hacer la simulación anual necesitamos datos anuales, es decir que debemos hacer la transformación necesaria. Recordemos que cada shock es una distribución normal independiente de la anterior, por lo tanto para sacar la nueva media y varianza necesitamos multiplicar los parámetros por la cantidad de semanas en el año, obtenemos entonces

$$\text{Media} = 8.62$$

Varianza= 562.77

Esto implica que el desvió estándar es igual a 23.72

Si comparamos estos datos con los obtenidos mediante los datos anuales podemos observar como hay una media mayor. Este dato es consistente con el movimiento del precio en los últimos años donde estamos viendo un sesgo importante a la suba. En el caso del desvió estándar, también estamos viendo un valor más alto, pero en este caso la diferencia no es tan significativa como con la media.

A continuación mostramos los datos de una corrida de 20 simulaciones utilizando los datos anteriores:

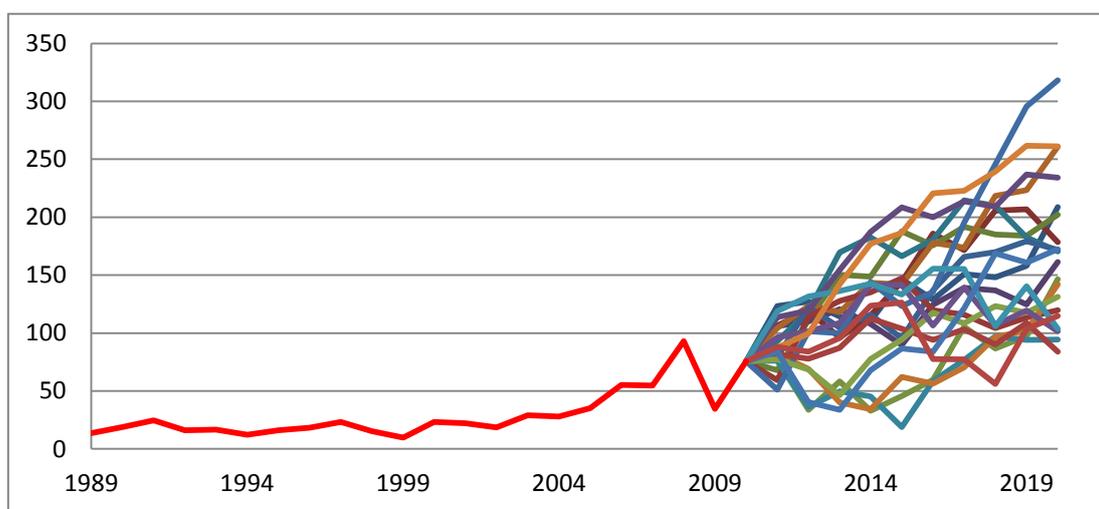


Figura 3.23 Simulación evolución precio del petróleo

Vemos entonces un cambio significativo en la distribución de las simulaciones, en este caso, como era de esperarse, vemos un sesgo mas fuerte hacia la suba, pero también estamos viendo una mayor volatilidad de precio, lo que implica que los precios finales a 2020 están en un rango mayor que el correspondiente al rango de la simulación anterior. Para poder hacer un análisis del movimiento en general, tomemos el promedio para cada año de cada simulación, de esta manera obtenemos:

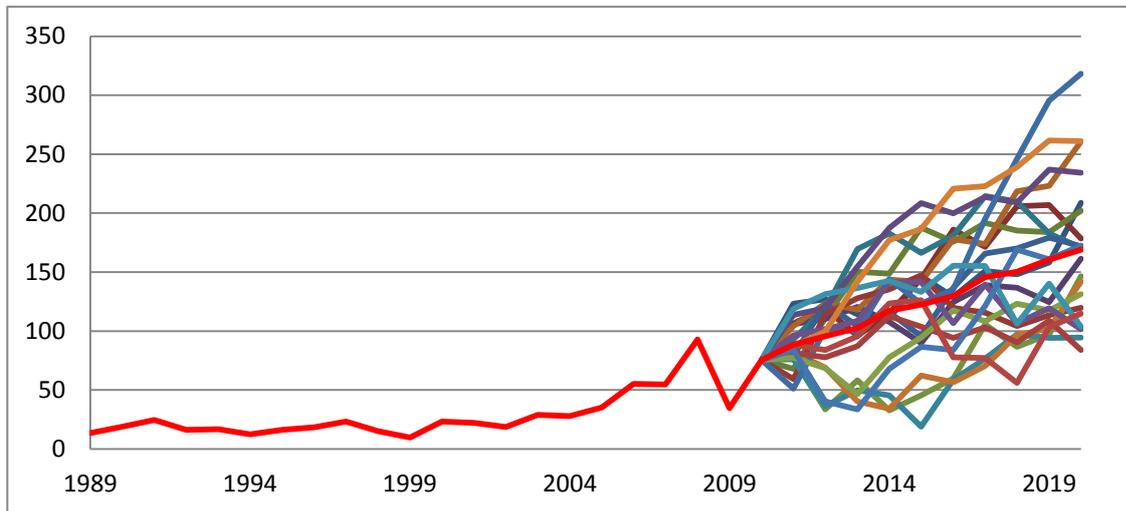


Figura 3.24 Simulación evolución precio del petróleo

Como vemos el resultado resulta ser una curva que sigue la tendencia alcista de los últimos años, llegando a un máximo de 168 dólares por barril para 2020, esto resulta ser muy factible si consideramos que en julio de 2008 el barril llegó a los 137 dólares.

La siguiente opción que podemos analizar es cambiar la frecuencia de la estimación. El objetivo es simplificar el modelo eliminando variables. Para lograrlo podemos considerar periodos de dos años, es decir, simularíamos el precio de 2011, luego de 2013 y así sucesivamente, los precios intermedios se obtienen por interpolación. Nuevamente debemos reajustar la media y la varianza.

Obtenemos entonces los nuevos parámetros

$$\text{Media} = 17.24$$

$$\text{Desvío} = 1125.54$$

Lo que implica un desvío estándar de 33.54, si generamos la simulación obtenemos

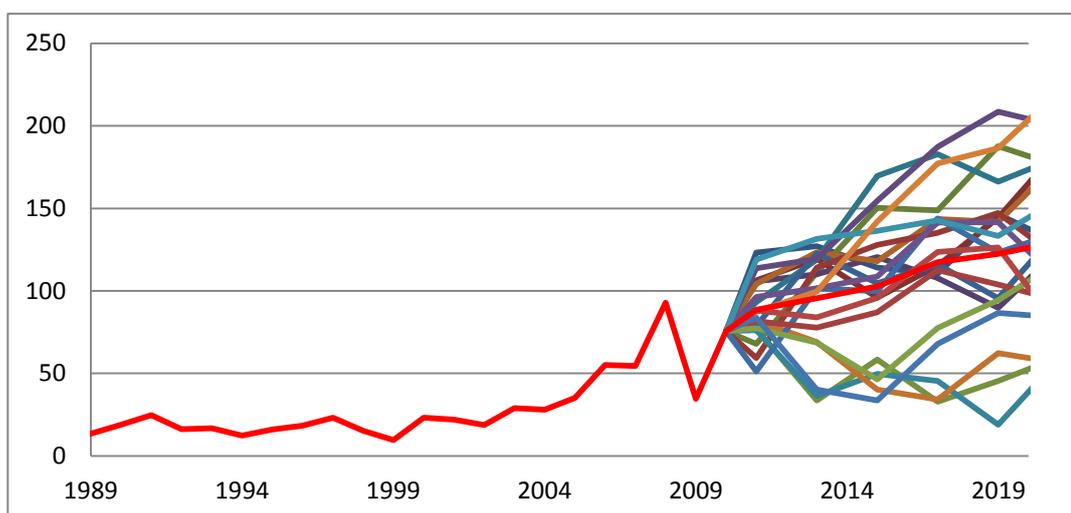


Figura 3.25 Simulación evolución precio del petróleo

Como vemos este resultado es muy similar al anterior, sin embargo, su simulación implicó la mitad de operaciones. Es en este punto donde debemos analizar que se prioriza, es decir, se está buscando mayor precisión o mayor velocidad de cálculo. De esta decisión dependerá que precisión le daremos al modelo. De igual manera, podemos trabajar a la inversa disminuyendo el tiempo entre simulación a menos de un año, generando así caminos más reales y precisos.

Un punto importante a destacar de este modelo es que permite que la variable tome valores negativos, lo cual no resulta ser económicamente real. Para prevenirlo podemos generar un piso a la distribución futura de precios. Es decir, puedo asumir que la variable no puede tomar valores por debajo de determinada marca.

Para poder verlo con claridad, analicemos el siguiente ejemplo.

Pensemos en la distribución del maíz pero aumentando la volatilidad de la misma al doble, el objetivo de aumentar la volatilidad es hacer que el pase a negativo sea más probable. Pensemos entonces en una distribución con

Media = 0.03

Desvío estándar = 0.566

Luego de correr algunas simulaciones nos encontramos con este caso

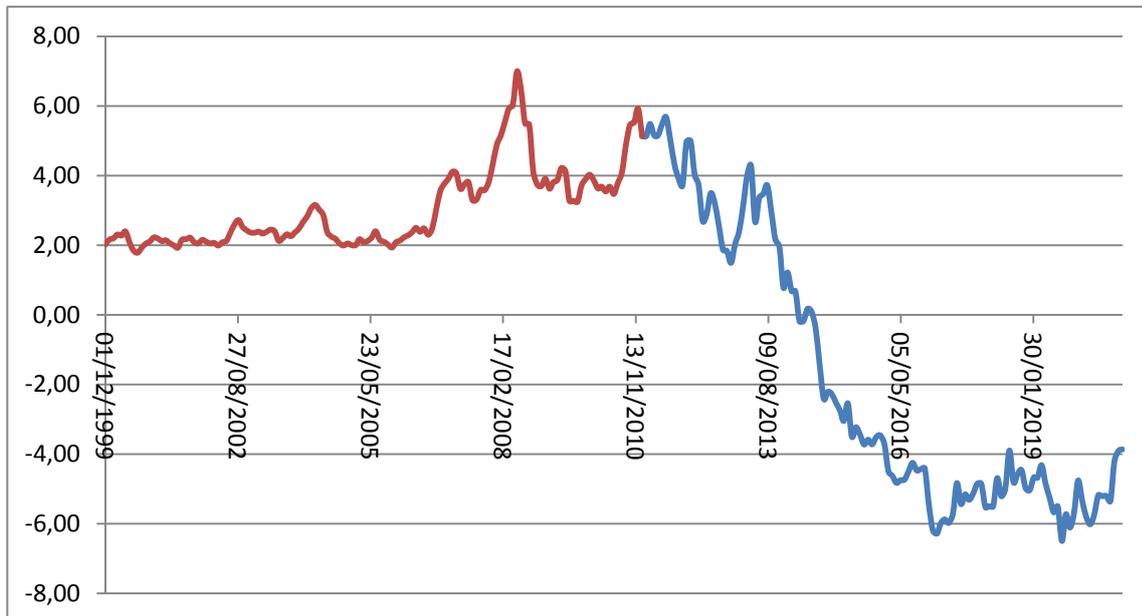


Figura 3.26 Simulación evolución precio del Maíz

Este es el tipo de distribuciones que nosotros queremos evitar, porque como vemos la variable termina con valores negativos que no representan un futuro factible. Lo que podemos hacer es incorporar un condicional en la simulación, donde si el precio baja por debajo de un histórico mínimo la volatilidad se invierte. De alguna manera, el mínimo histórico funciona como una barrera para evitar que la función tome valores no reales

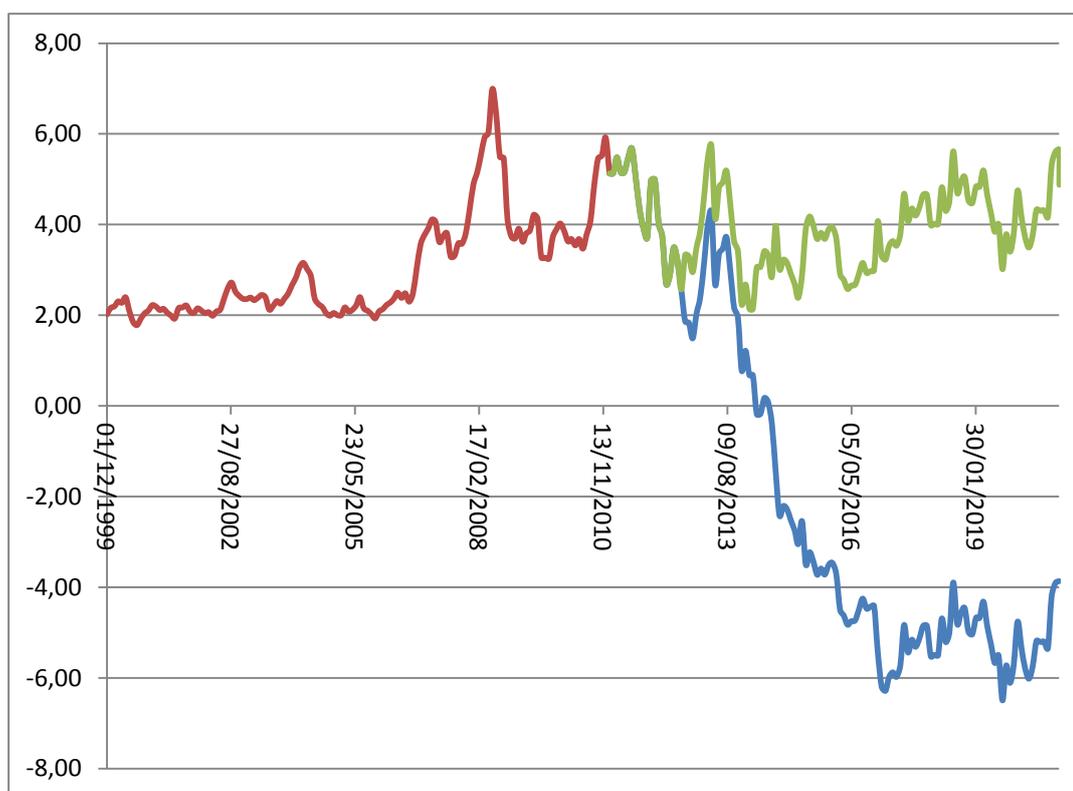


Figura 3.27 Simulación evolución precio del Maíz

Lo importante a destacar en este evento es que la barrera solo se “activó” dos veces, es decir, que los parámetros de la distribución casi no fueron afectados, con lo cual existe una consistencia entre los datos reales y los datos simulados. Esto es de gran importancia ya que de no ser así la simulación dejaría de tener sentido, porque no nos representaría correctamente los riesgos.

Como explicamos al principio, esta es una de las ventajas del modelo de Montecarlo, podemos hacer adecuaciones sin necesidad de aplicar una gran cantidad de matemática. Generar un modelo matemático con las mismas reglas implicaría una gran cantidad de trabajo, en cambio con Montecarlo, lo podemos hacer simplemente cambiando una condición de simulación

Esta misma lógica puede ser aplicada para generar un tope superior, es decir podemos querer que la distribución no supere cierto valor. Para lograrlo generamos la misma lógica pero invertida.

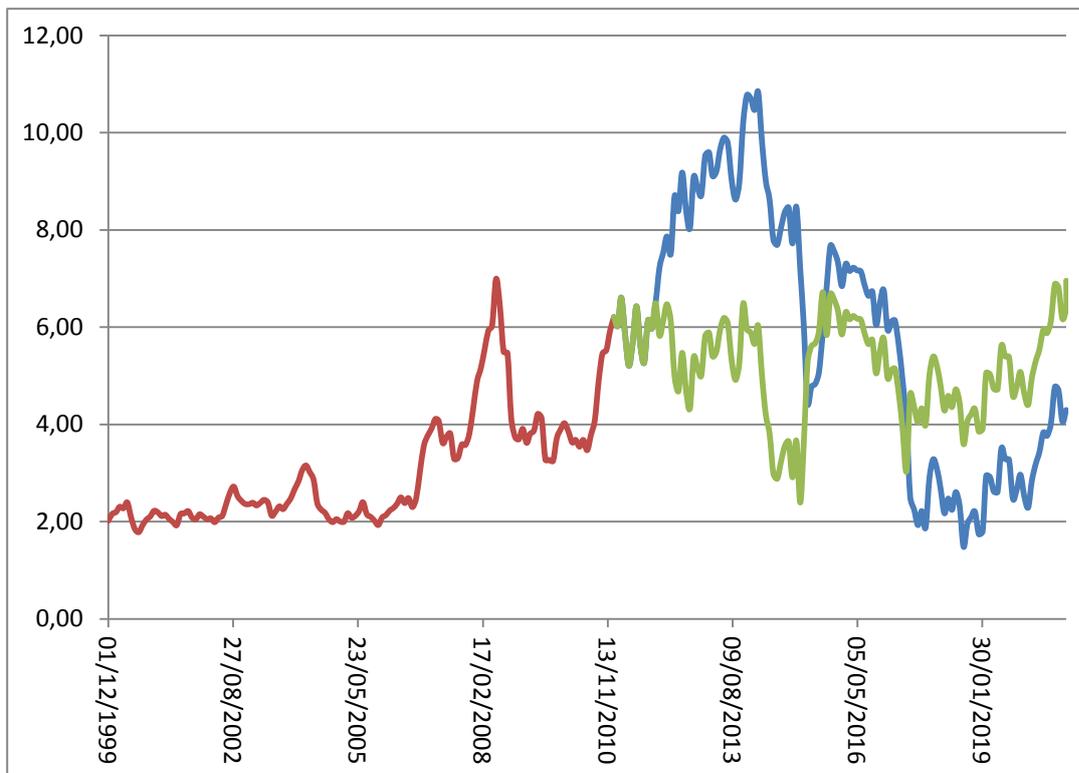


Figura 3.28 Simulación evolución precio del Maíz

En este caso tenemos aplicada ambas reglas donde la distribución no puede salirse de un límite superior de 7 y un límite inferior de 2. Como en el caso anterior la regla no se aplica más de 5 veces, lo que significa que la distribución sigue siendo consistente con la distribución original.

Como vimos esta solución simple resuelve un problema fundamental del modelo que estamos utilizando. Este es un problema compartido por la mayoría de los modelos simples para la generación de variables. Su eliminación de manera matemática implica una gran cantidad de trabajo. Esto además nos deja acotar escenarios según nuestra visión macroeconómica.

### 3.4. PROCEDIMIENTOS PARA LA INTRODUCCION DE CORRELACIONES ENTRE PARAMETROS

Como se discutió anteriormente es importante introducir las correlaciones entre las variables. Debemos analizar ahora un método para hacerlo de manera simple. Utilicemos los mismos productos que antes, es decir el maíz y el petróleo. Analizaremos los datos correspondientes al periodo diciembre de 1999 a diciembre de 2010. Lo primero que debemos hacer es generar los datos mensuales del petróleo, dado que los datos con los que se cuenta son semanales.

Obtenemos así los siguientes datos:

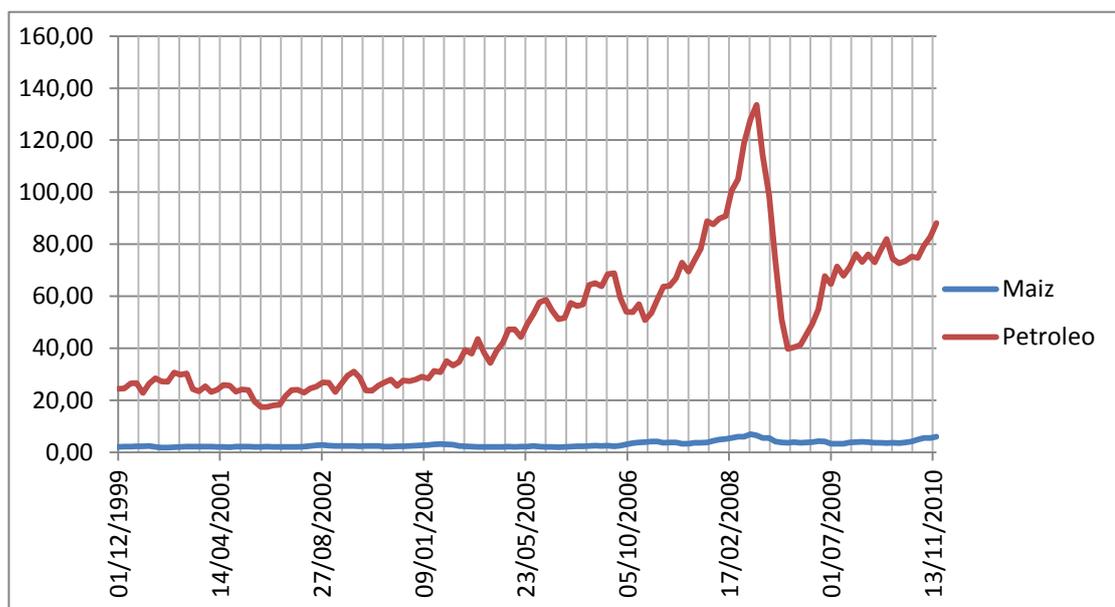


Figura 3.29 Precios Históricos de Maíz y petróleo

Para poder hacer un mejor análisis de la correlación entre las variables normalizamos los datos a base 100.

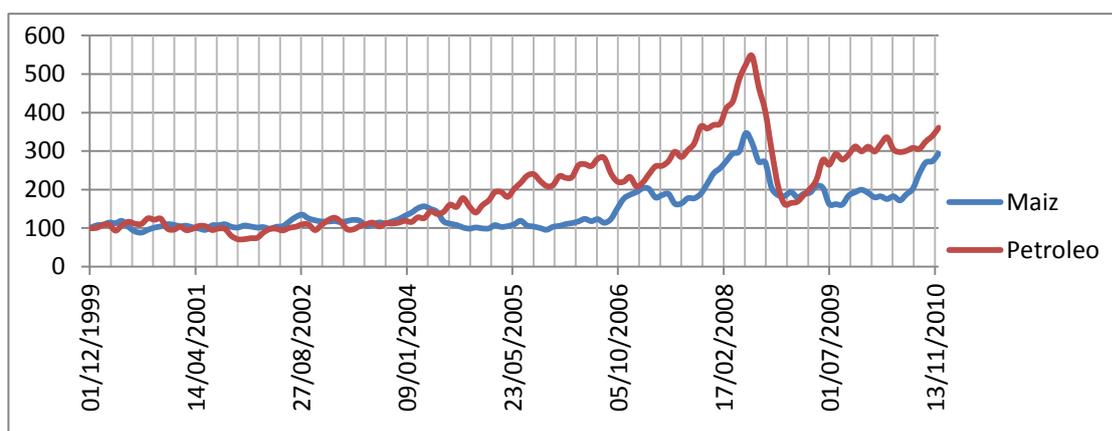


Figura 3.30 Precios Históricos de Maíz y petróleo base 100

Se puede ver que existe una correlación entre las variables, para comprobar la misma corremos una regresión y obtenemos los siguientes resultados

Regression Statistics	
Multiple R	0.839296
R Square	0.704418
Adjusted R Square	0.702162
Standard Error	0.622449
Observations	133

Tabla 3.9 regresión

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95.0%	Upper 95.0%
Intercept	1.176475998	0.117033	10.0525	5.68E-18	0.944957	1.407995	0.944957	1.407995
Petróleo	0.03703249	0.002096	17.669	1.76E-36	0.032886	0.041179	0.032886	0.041179

Tabla 3.10 regresión

Como esperábamos la correlación entre las variables es significativa teniendo un R cuadrado de 0.7. El indicador de Beta correspondiente al petróleo nos da significativamente distinto de cero. Podemos decir entonces, que existe una correlación entre las variables que debe ser incluida en el modelo.

El punto ahora es analizar que debemos hacer para incluir en el modelo la variabilidad no explicada por la regresión. Lo primero que podemos hacer es determinar cual es ese error. Para lo cual generamos la ecuación que nos entrega el valor del maíz a partir del precio del petróleo:

$$\text{Maiz} = 0.03703 * \text{Petróleo} + 1.176 + \varepsilon \quad (\text{Formula 3.15 Maíz en función del petróleo})$$

Debemos conseguir ahora el error generado  $\varepsilon$ . Generamos entonces el grafico de los valores reales y los valores obtenidos mediante la regresión

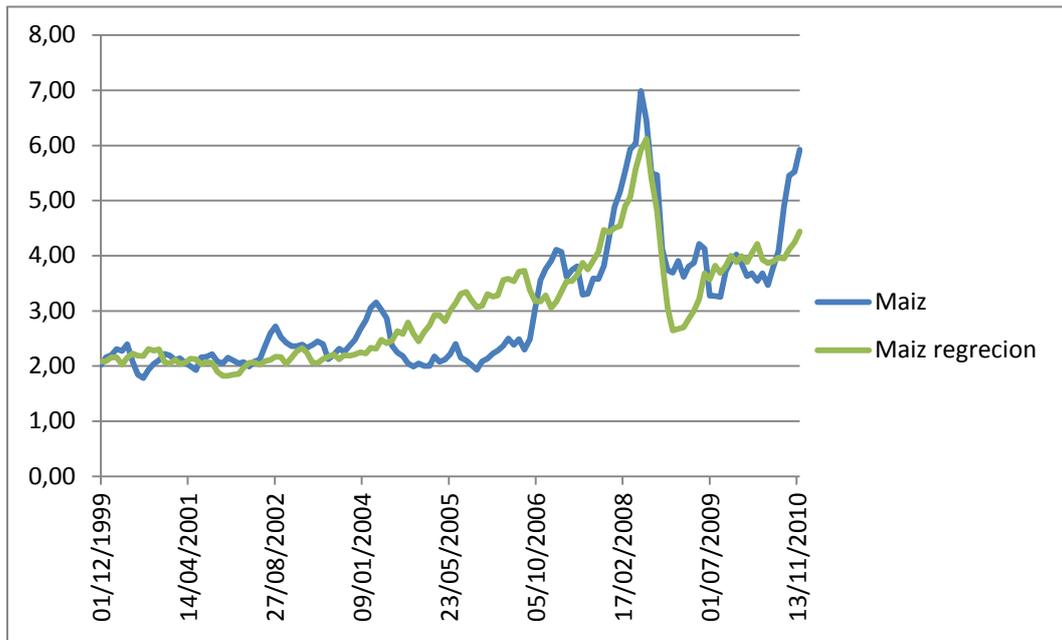


Figura 3.31 Precios Históricos de Maíz y petróleo base 100

La diferencia entre estas dos variables es lo que nosotros necesitamos simular para introducir la incertidumbre propia del maíz.

Grafiquemos entonces esta variable:

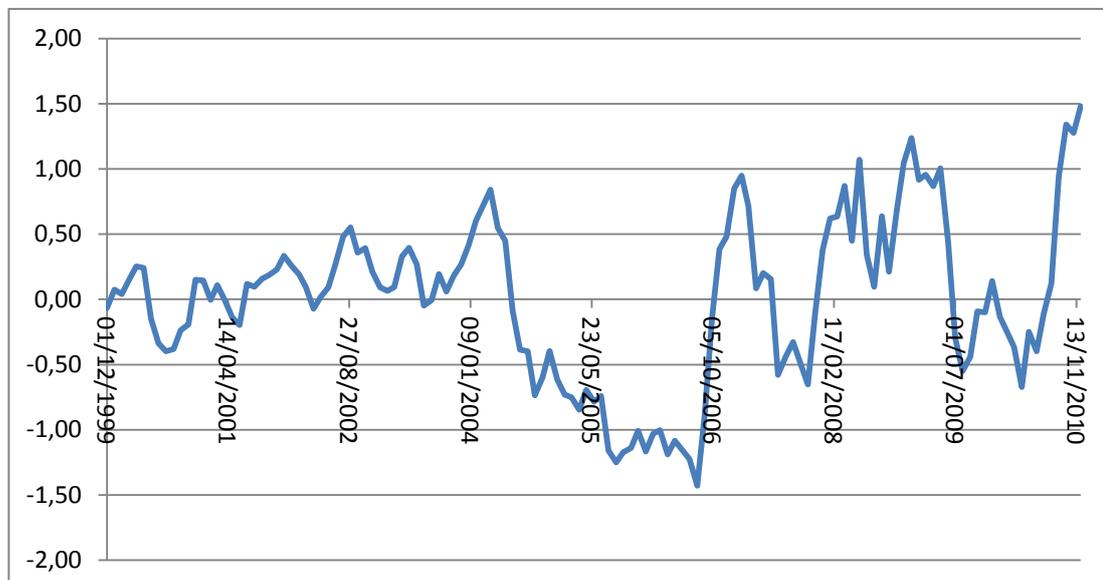


Figura 3.32 Shocks maíz

El próximo paso consiste en determinar los parámetros de esta distribución, se calcula entonces la media y la varianza correspondiente:

$$\text{Media} = 0$$

$$\text{Varianza} = 0.3845$$

Como era de esperar, la media del error es 0, debido al proceso que dio origen a este error: la regresión. Lo que nos interesa en este caso es la varianza. Ahora que tenemos los parámetros necesitamos saber la distribución del error, recordemos que uno de los supuestos de la regresión fue que los errores se distribuyen de manera normal. Usaremos entonces este supuesto para nuestra simulación

Lo que requerimos ahora es generar la simulación del petróleo a partir de la cual, podremos generar la distribución del maíz. Necesitamos entonces, obtener los datos referidos al petróleo.

Los mismos son:

$$\text{Media}=0.45$$

$$\text{Varianza} =5.44$$

Generamos entonces la regresión para el petróleo.

Se muestra a continuación una sola simulación de la variable.

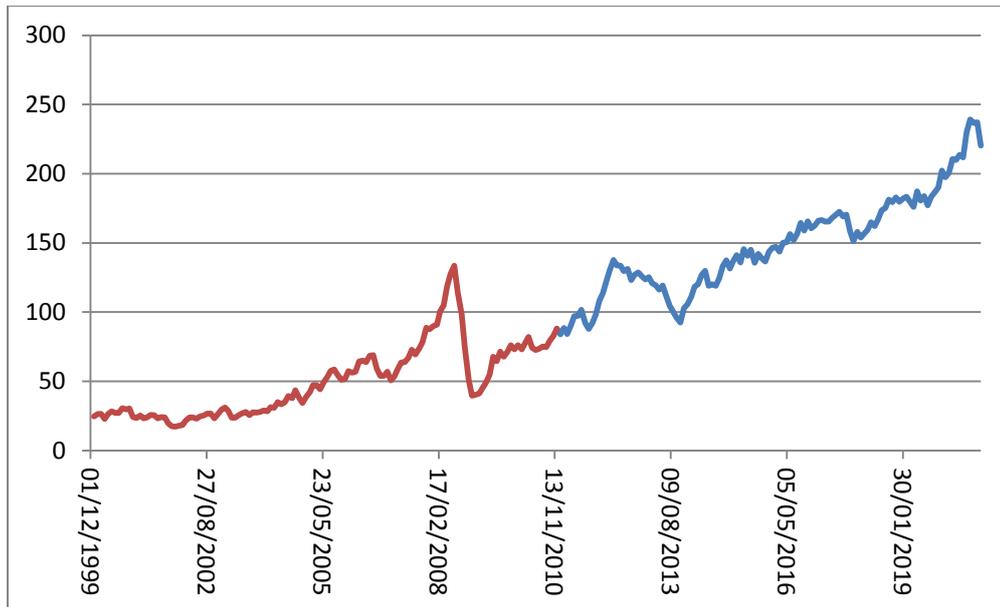


Figura 3.33 Simulación maíz

Generamos ahora la simulación correspondiente al maíz. Para esto debemos generar primero la regresión correspondiente a la correlación con el maíz.

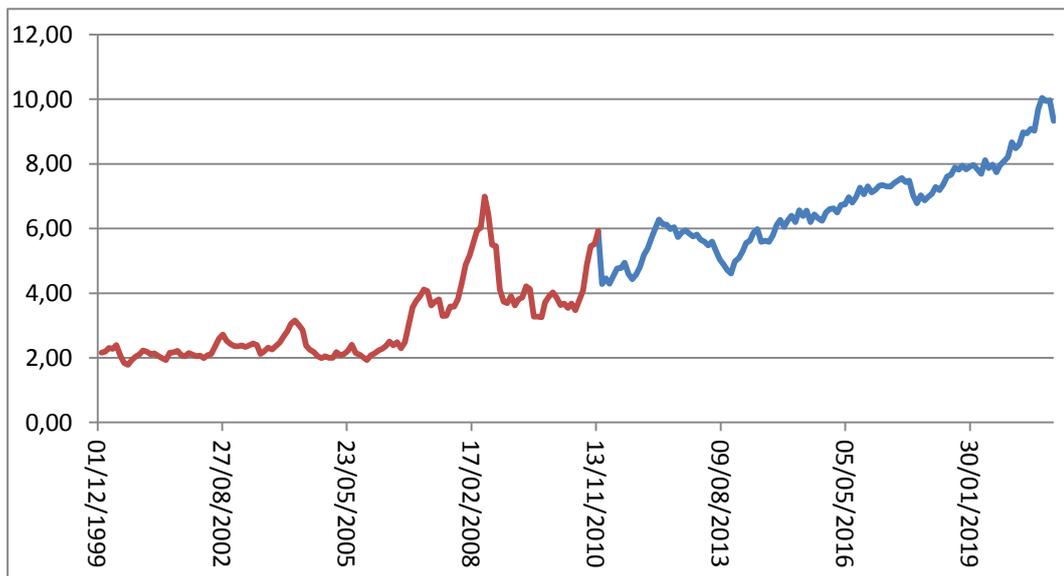


Figura 3.34 Simulación maíz

Ahora a esta regresión debemos sumarle la variabilidad que pertenece al maíz propiamente dicho. Esto se hace sumando la distribución normal con el parámetro previamente determinado.

Obtenemos así:

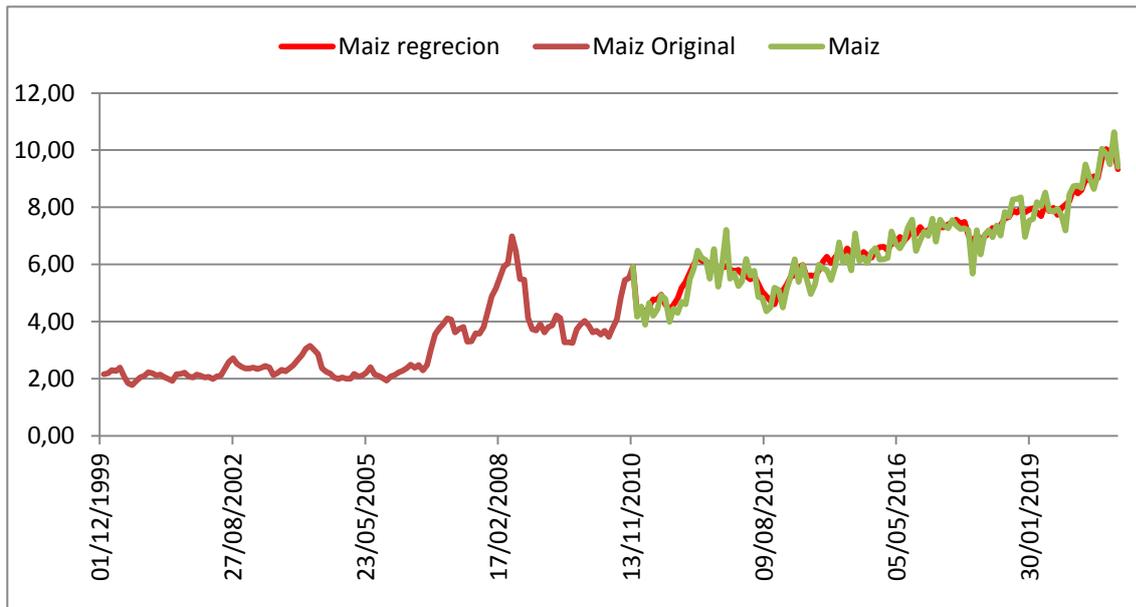


Figura 3.35 Simulación maíz

Mediante este método hemos logrado generar una simulación de la evolución de los precios del maíz correspondientes con su correlación con el petróleo.

A continuación, se muestra una la evolución para 20 simulaciones donde cada simulación de maíz es consistente con una simulación de petróleo identificada por su color.

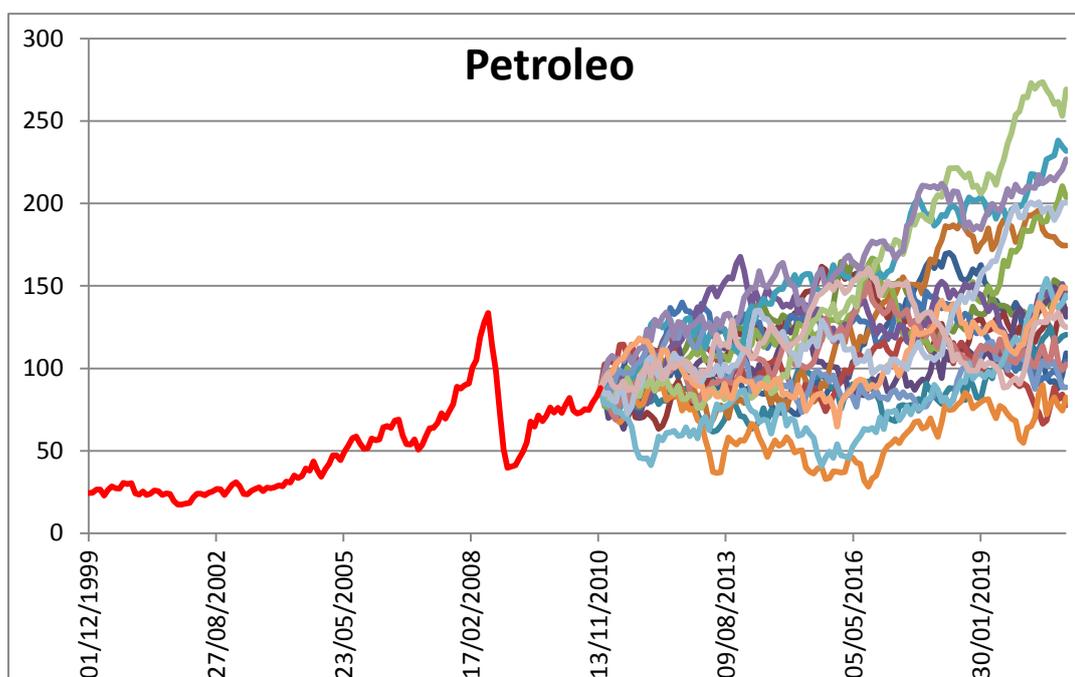


Figura 3.36 Evolución petróleo

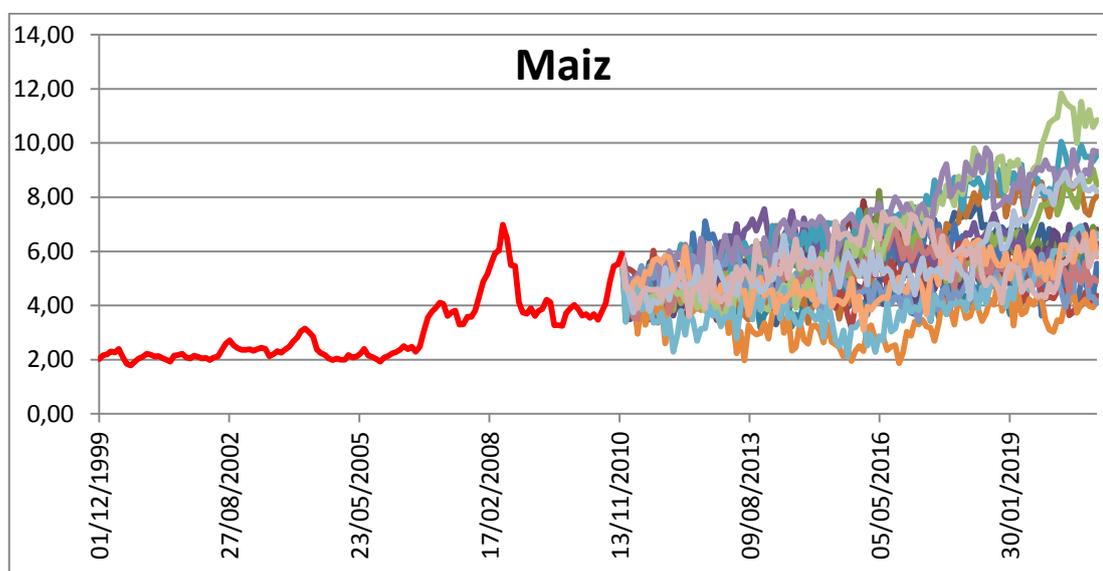


Figura 3.37 Evolución maíz

Como se ven en los gráficos este método nos permitió hacer las simulaciones considerando para cada simulación de los precios de petróleo, una evolución del precio del maíz consistente. Es decir estamos generando evoluciones de precio donde las correlaciones entre los activos se mantienen intactas. Esto es de vital importancia ya que de no ser así estaríamos incurriendo en un error de valuación dado que los datos serían inconsistentes con la realidad, por lo tanto se estaría castigando o beneficiando un proyecto dado un futuro que no va a suceder o por lo menos no con la frecuencia seleccionada.

### 3.5. LA IMPORTANCIA DE LAS VARIABLES BINARIAS Y COMO INTRODUCIRLAS EN EL MODELO

Todos los cambios en flujos expresados hasta ahora provienen de variables continuas como ser las ventas y los costos. Sin embargo, en algunos proyectos podemos introducir variables que no son continuas sino binarias: Si/No. Para comprender como funcionan, se analizaran los siguientes dos ejemplos

#### 3.3.1. Ejemplo de Extracción de petróleo

Este resulta ser el caso más simple, supongamos que nuestro proyecto consiste en extraer petróleo de un determinado campo para luego venderlo. No solo estamos expuestos al riesgo del precio, sino que también estamos expuestos a generar el pozo y no encontrar petróleo. Es decir, estamos expuestos a un riesgo puntal que no está incluido en la tasa de descuento que debemos incluir en el modelo, la manera de hacer esto es mediante una distribución binaria, donde adjudicamos cierta probabilidad de éxito a cada pozo.

Supongamos ahora, que estamos valuando cual debe ser el costo por una licencia para perforar 5 pozos petroleros. Para cada uno de ellos hay un 15% de probabilidades de que no tengan petróleo. Cada pozo se explotará en 1 año, es decir, la terminación de proyecto llevará 5 años.

	1	2	3	4	5
Ventas	100	100	100	100	100
Costos de instalación	-20	-20	-20	-20	-20
Costos de operación	-50	-50	-50	-50	-50
Flujo	30	30	30	30	30

Tabla 3.11 Flujo de fondos

Si corremos una simulación obtenemos el siguiente perfil de riesgo

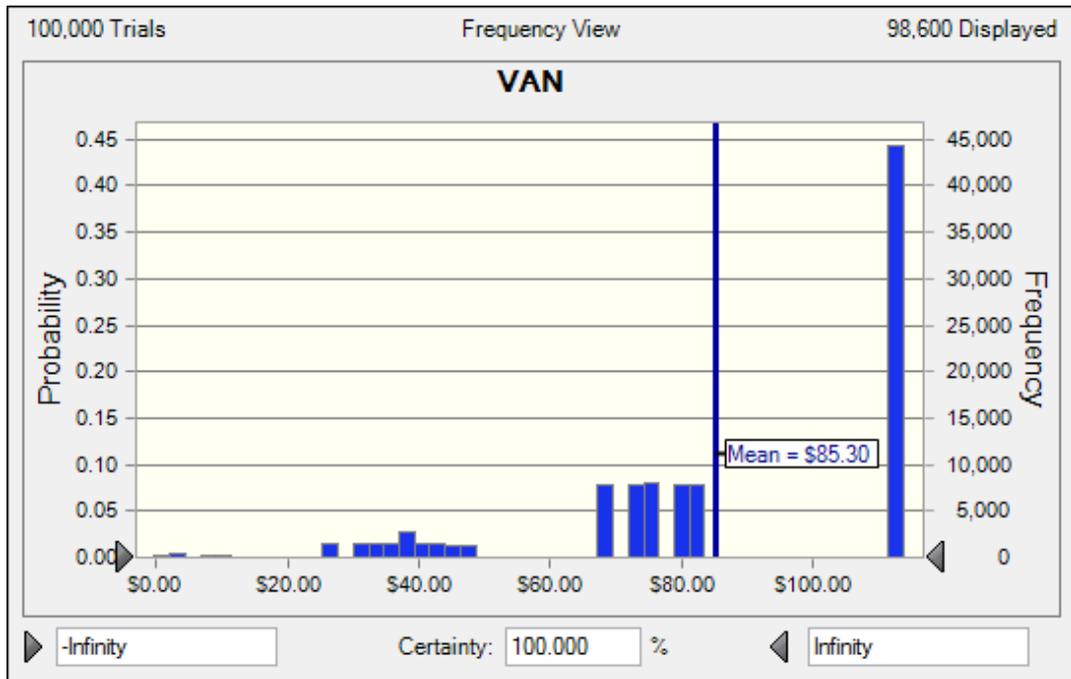


Figura 3.37 VAN

Como vemos el promedio de los resultado es 85.3\$, sin embargo, si pagamos este valor solo tendríamos una VAN positivo el 44.40% de las simulaciones, para asegurarnos un 90% de probabilidad de tener un resultado positivo debemos pagar solo 37.91\$. Podemos analizar también la cantidad de pozos exitosos que tuvimos en cada simulación

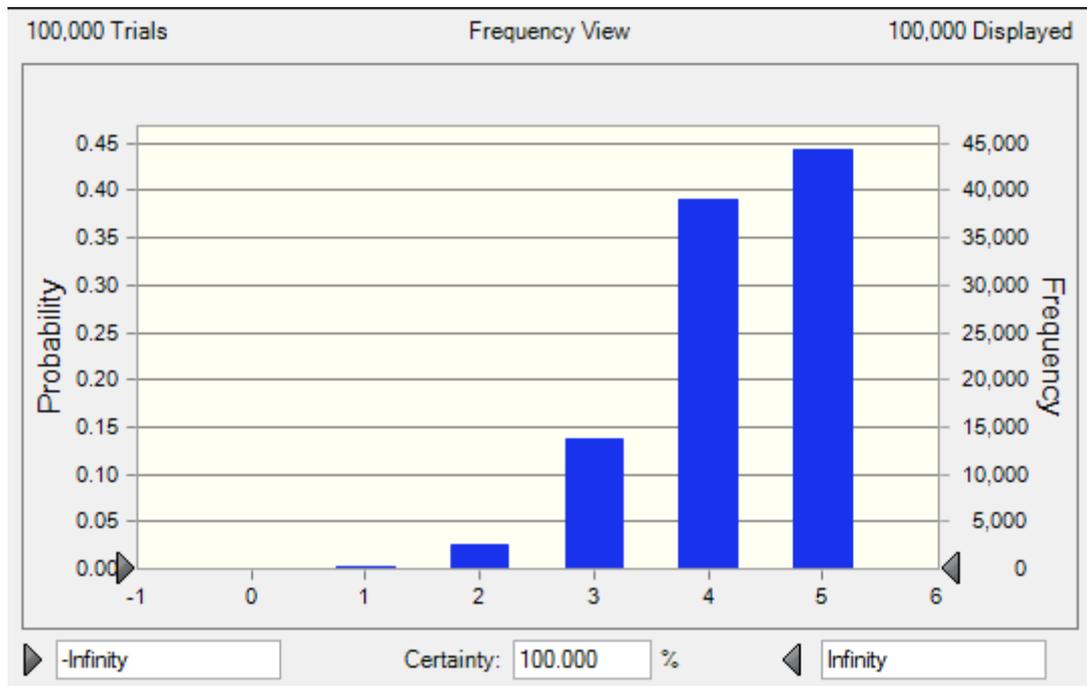


Figura 3.38 Numero de pozos exitosos

Solo el 0.006% de las veces que se simuló, ninguno de los pozos fue exitoso este valor es muy cercano a  $0.15^5$ .

### **3.3.2. Ejemplo de la industria Farmacéutica.**

Como el mercado petróleo, el desarrollo de una nueva droga también esta expuestos a varios riesgos puntuales. Para que una droga sea aceptada debe cumplir un proceso de aprobación complejo, a priori no sabemos si la misma pasará estas prueba, así que al momento de valuar podemos pensar en que cada etapa esta caracterizado por una distribución binaria donde la droga tiene cierto porcentaje de ser aprobada que puede ir variando de etapa en etapa.

## 4. INTRODUCCION DE OPCIONES REALES EN MONTECARLO

### 4.1. DIFERIR

Para analizar esta opción real tomemos el siguiente ejemplo:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ventas		200	240	280	320	360	400	440	480	520	560
Costos		-80	-96	-112	-128	-144	-160	-176	-192	-208	-224
Inversiones	-800	0	0	0	-400	0	0	0	0	0	0
Flujo	-800	120	144	168	-208	216	240	264	288	312	336

Tabla 4.1 Flujo de fondos

Supongamos un proyecto que consiste en vender cierto producto, contamos con una capacidad limitada de planta de 315 unidades, pero tenemos planeado crear una nueva planta en el año 4 con capacidad de 250 unidades más. Los costos totales del producto representan el 40% del precio de venta, el precio de venta es 1 peso. Para la construcción de la planta original necesitamos hacer una inversión de 800 pesos en el año 0, para la construcción de la segunda planta se requiere una inversión de 400 pesos.

Una vez computados todos los costos y las inversiones obtenemos el flujo de fondos, a continuación pasamos a valorar el proyecto utilizando una tasa de descuento del 10%. Obtenemos así que el VAN del mismo es 213.53\$.

Si ahora sumamos variabilidad a las ventas diciendo que, en vez de incrementar constantemente a un ritmo de 40 unidades por año, ahora va a responder a una distribución triangular con media 40 y extremos 32 y 48. En este punto debemos analizar si nos conviene o no hacer la nueva planta el año 4. Si hacemos el análisis utilizando solo los promedios, obtenemos el mismo resultado que antes, ahora bien si incluimos esta opcionalidad en el modelo y luego corremos la simulación, podremos obtener el verdadero valor del proyecto.

Obtenemos entonces

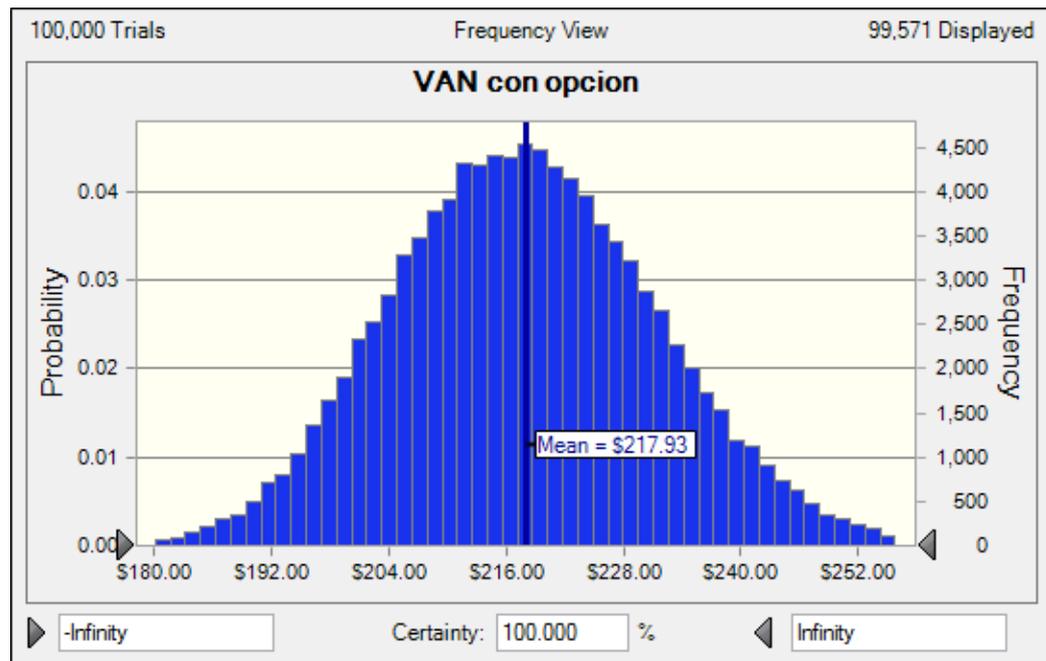


Figura 4.1 VAN

La pregunta que surge ahora es, ¿qué diferencia de valor fue creada por la incorporación de la opcionalidad en el modelo? Para poder responderla podemos volver a correr la simulación, pero ahora dejando fijo el momento de la inversión.

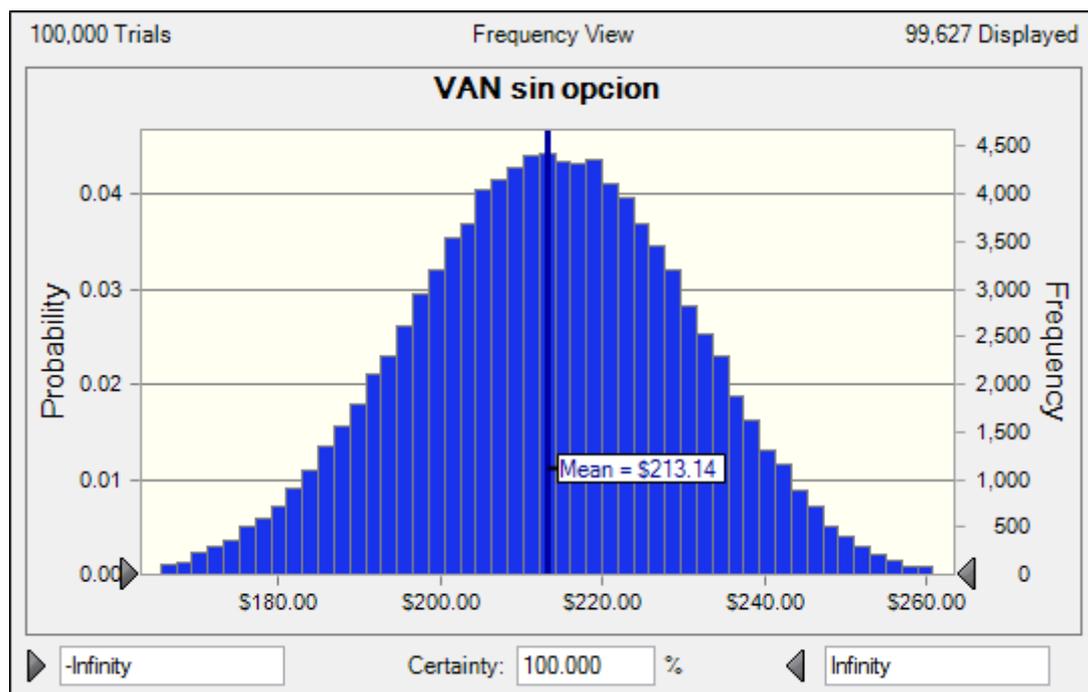


Figura 4.2 VAN

Como vemos la diferencia de valor creada por la incorporación de esta opcionalidad en el proyecto es 4.79\$. Para analizar más profundamente el origen de este aumento del valor generamos el siguiente gráfico:



Figura 4.3 Valor de la opción

El gráfico muestra la diferencia de valor entre el proyecto con la opcionalidad y el proyecto sin la opcionalidad. Como vemos el valor está generado cada vez que el proyecto se posterga, esta situación se da el 19.27% de las veces. Cada vez que se ejecutó la opción tuvo un valor de 24.60\$.

Podemos analizar ahora que pasa si aumentamos la volatilidad de los cambios de flujo. Supongamos que ahora aumentamos la volatilidad de los flujos al doble.

Obtenemos los siguientes resultados

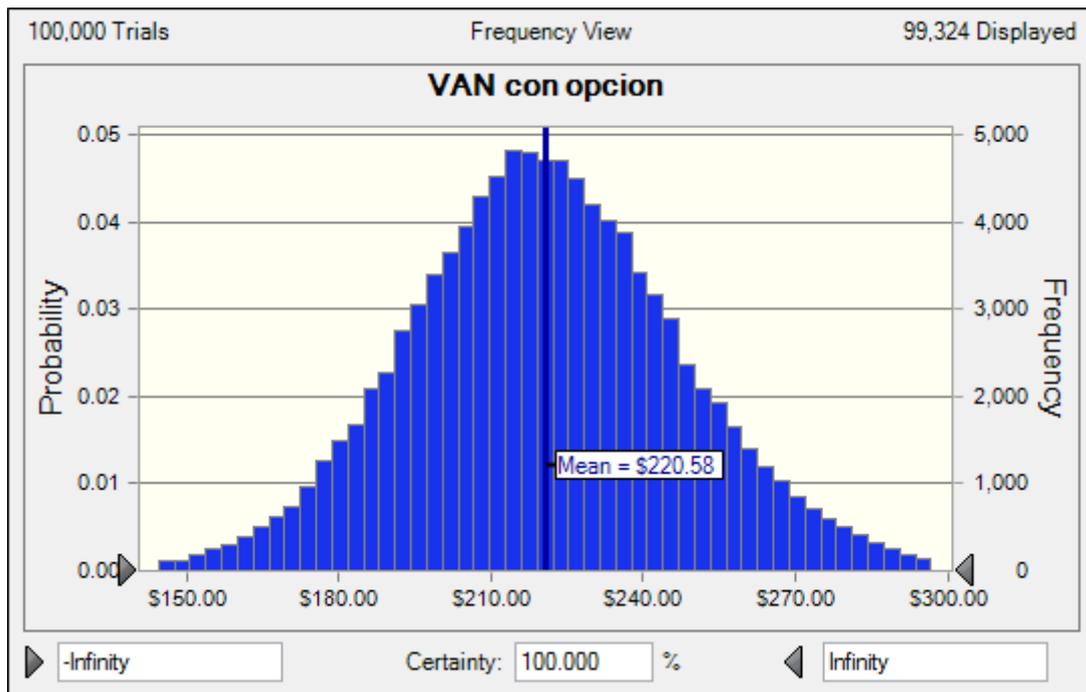


Figura 4.4 VAN

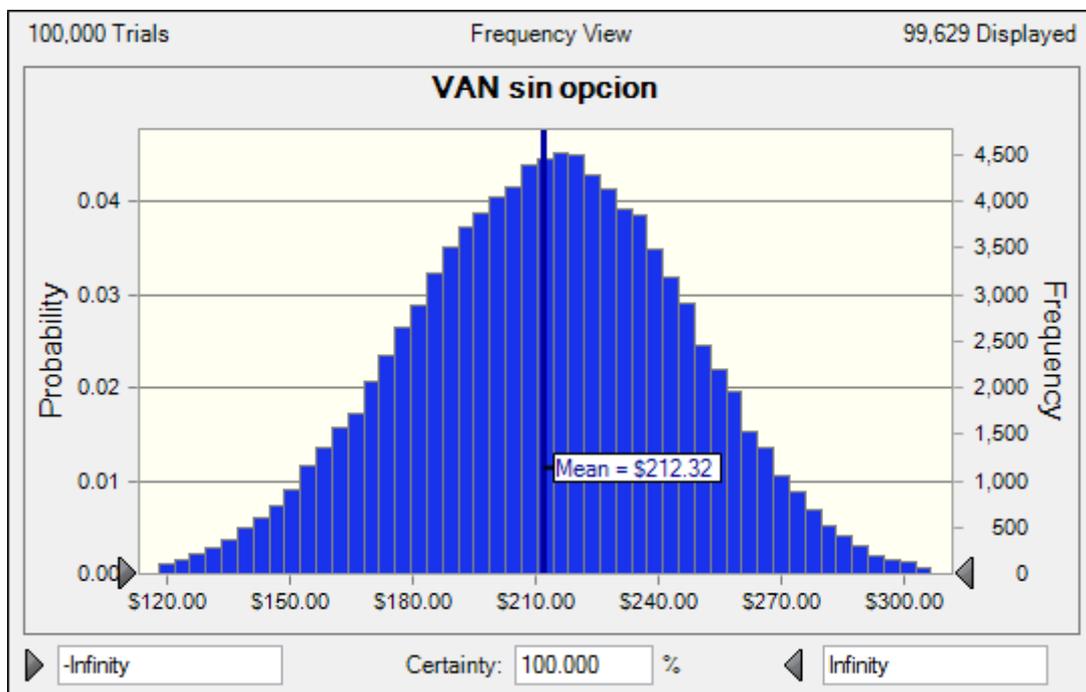


Figura 4.5 VAN

Como era de esperar, al aumentar la volatilidad, aumentó el valor de la opción, pasando a ser ahora 8.26\$. El aumento del valor estuvo dado principalmente por la cantidad de veces que se ejecutó la opción.

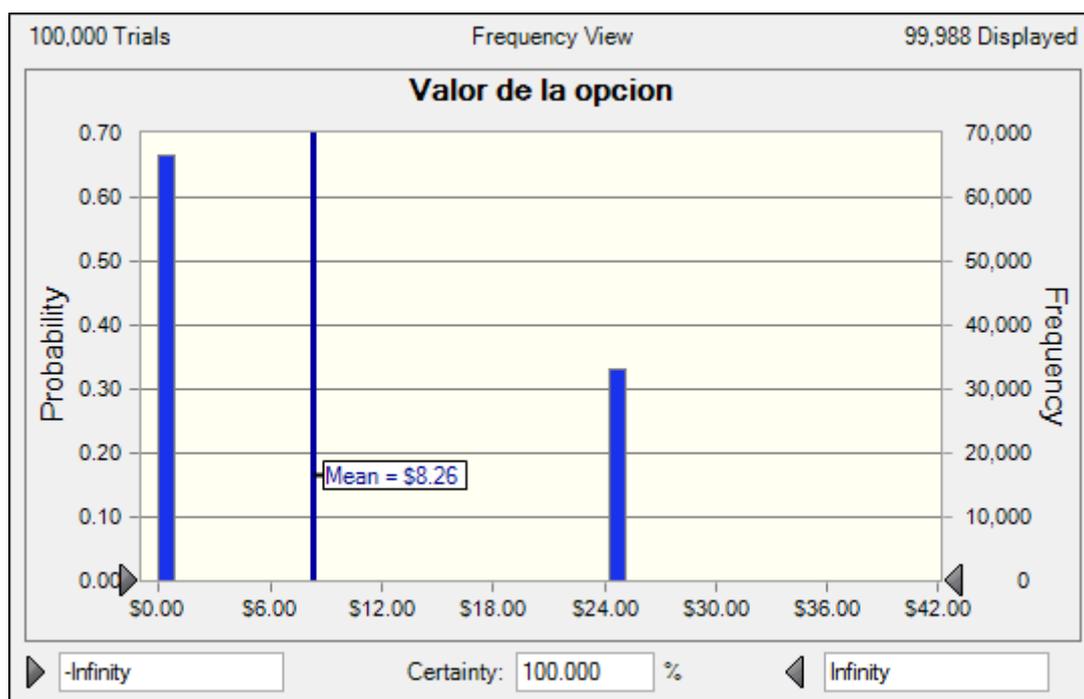


Figura 4.6 Valor de la opción

## 4.2. EXPANDIR

En este caso, en vez de posponer la inversión, vamos a eliminarla, es decir, si el universo se presenta de tal manera que la inversión no es rentable, no se realiza. Supongamos un ejemplo similar al anterior donde tenemos

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ventas reales		200	240	280	320	360	400	440	440	440	440
Costos		-80	-96	-112	-128	-144	-160	-176	-176	-176	-176
Inversiones	-800	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Flujo	-800	120	144	168	192	216	240	264	264	264	264

Tabla 4.3 Flujo de fondos

A diferencia del caso anterior, ahora solo los años cuatro a diez tienen variabilidad. La misma se genera bajo una distribución triangular con media 40 y extremos 24 y 56. En este caso, la producción máxima de la planta es 440 unidades, pero se puede expandir en 300 unidades más si se hace una inversión de 100\$. Esta inversión solo se hace hasta el año 8 ya que de otra manera la misma siempre destruiría valor, es decir, tiene un VAN menor a cero.

Corremos entonces las 100000 simulaciones y obtenemos:

Datos correspondientes a la simulación con opción

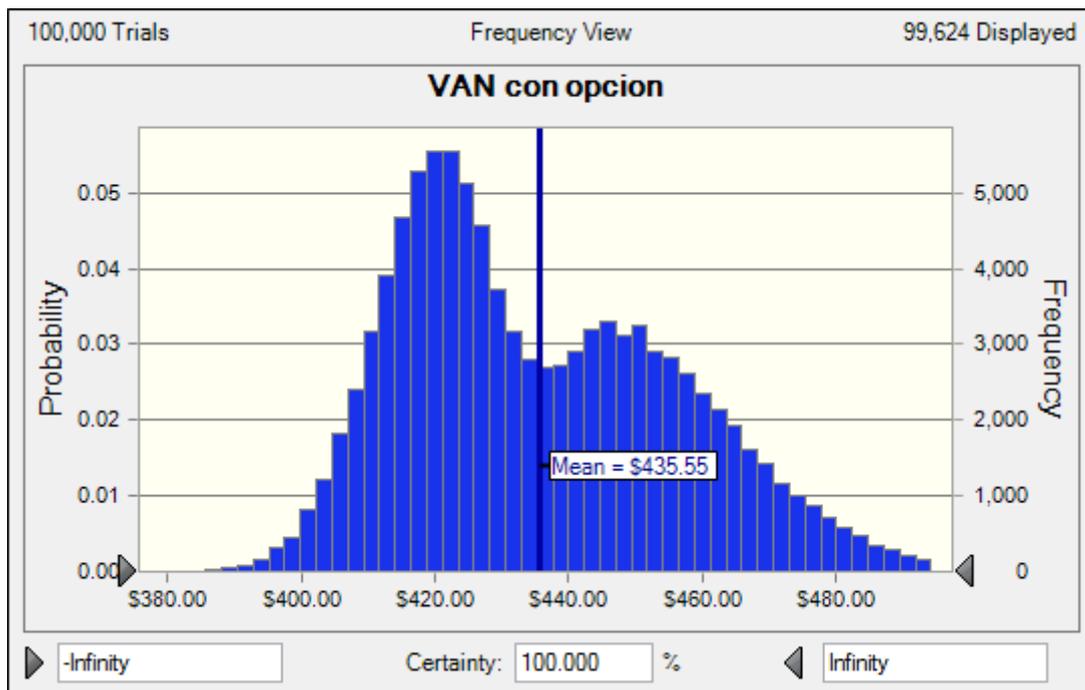


Figura 4.7 VAN

Datos correspondientes a la simulación sin opción

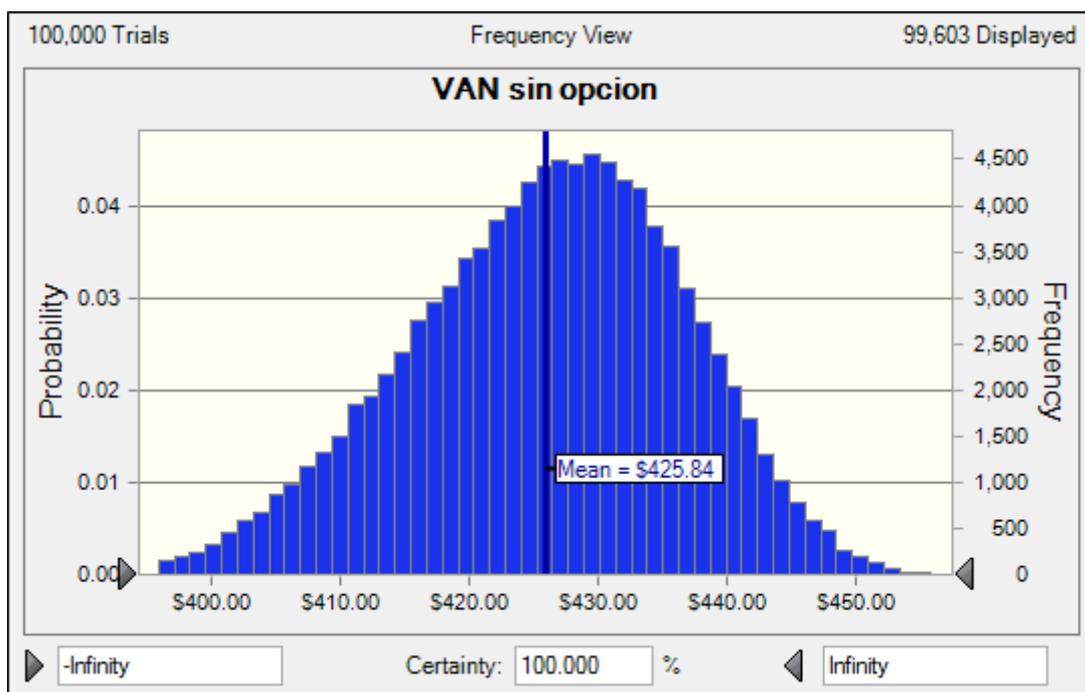


Figura 4.8 VAN

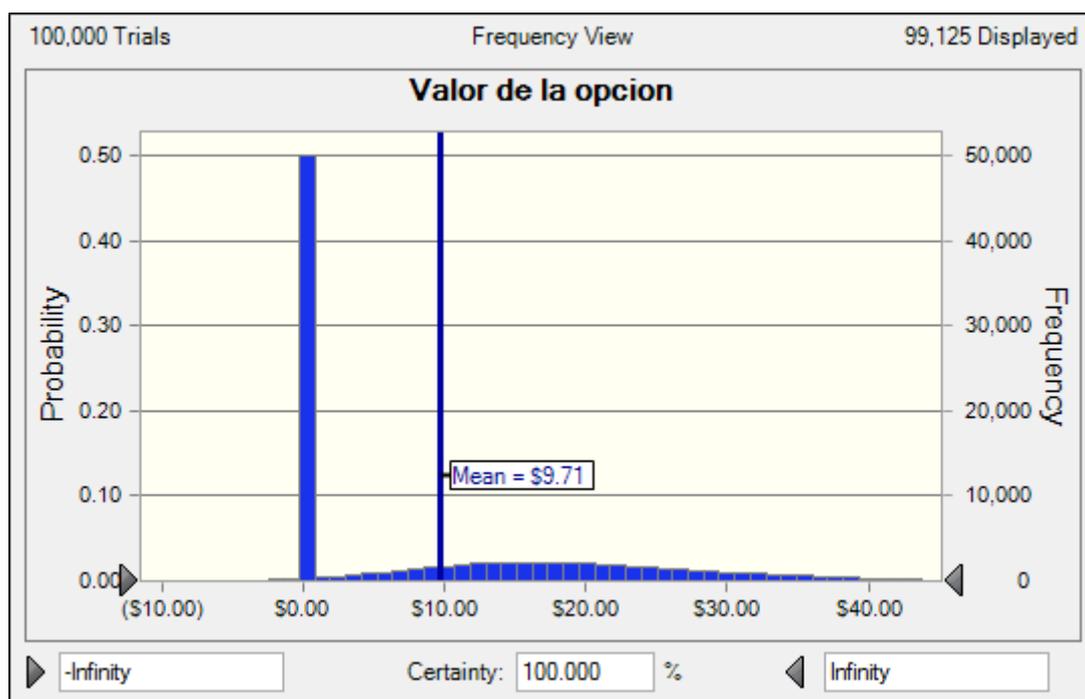


Figura 4.9 Valor de la opción

Podemos ver como solo en un 50% de las simulaciones se ejecutó la expansión de la planta. En promedio la opción generó valor por 9.71\$, pero como vemos en el ultimo grafico el valor generado en este caso tiene su propia distribución lo que quiere decir que el valor generado en cada escenario resulto distinto, en algunos casos el mismo supero los 40\$

### 4.3. ABANDONAR

Para analizar la opción de abandono, pensemos en un proyecto que hoy cuenta con dos plantas funcionando, sin embargo, su demanda se encuentra en disminución lo que implica que eventualmente un planta puede quedar ocioso.

Años	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Costos fijos planta 1		-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20
Costos fijos planta 2		-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10
Costos		-128	-124	-120	-116	-112	-108	-104	-100	-96	-92
Inversiones	-2400	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Flujo	-2400	482	466	450	434	418	402	386	370	354	338

Tabla 4.4 Flujo de fondos

En la situación inicial, sin considerar incertidumbre, vemos como el proyecto tiene un VAN de 51.33\$

Introducimos la variabilidad, mediante la incorporación de una distribución para cada disminución de las ventas, desde el año dos en adelante. La distribución elegida es triangular con media -20 y extremos 10 y -50.

Al correr las simulaciones encontramos.

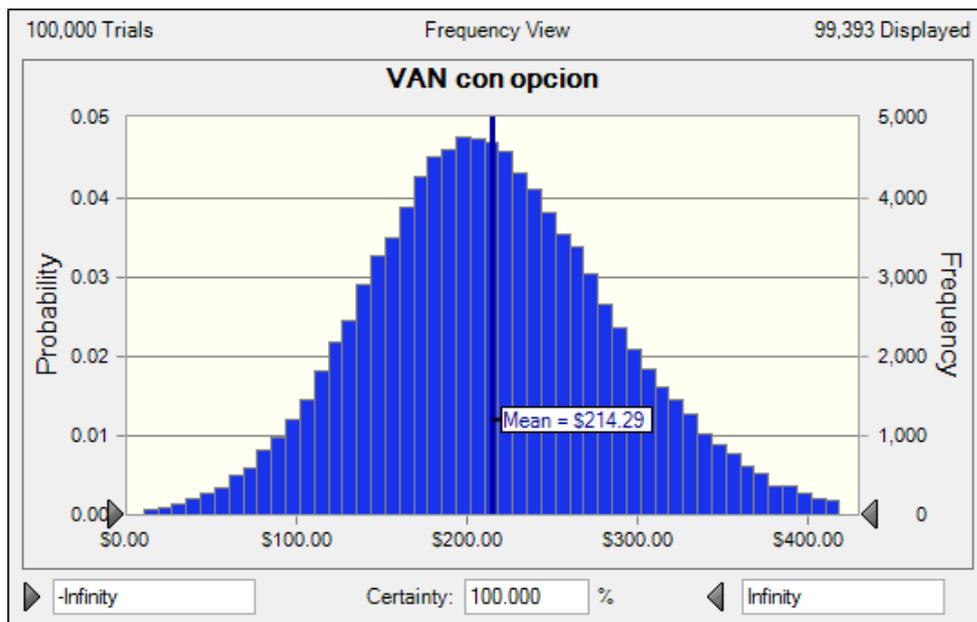


Figura 4.11 VAN

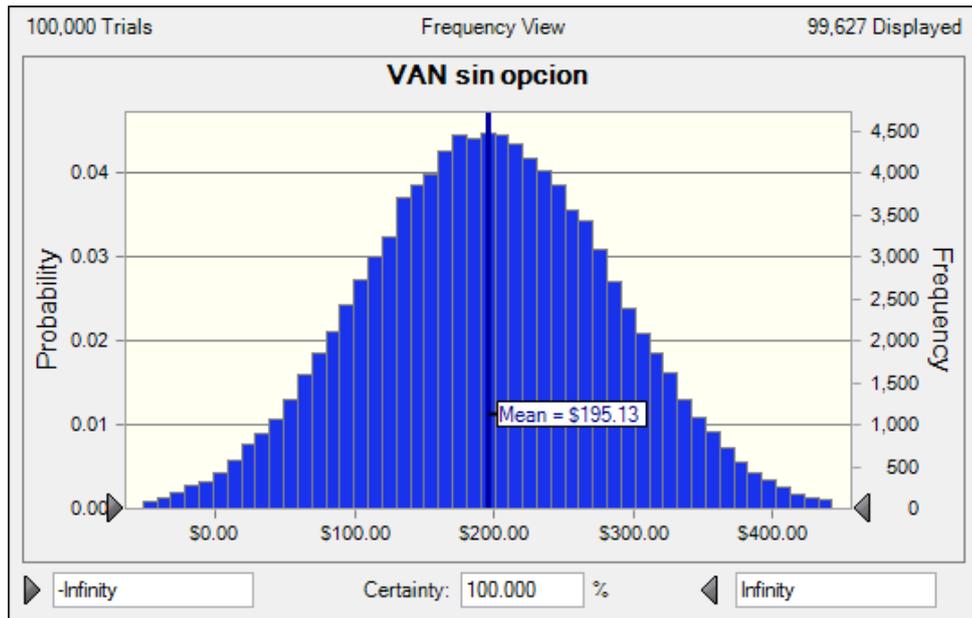


Figura 4.12 VAN

Como vemos la introducción de la opcionalidad aumentó el valor en el proyecto. Se generó un crecimiento de valor de 19.17\$, este es el valor de la opción.

Analicemos entonces como estuvo compuesto este valor

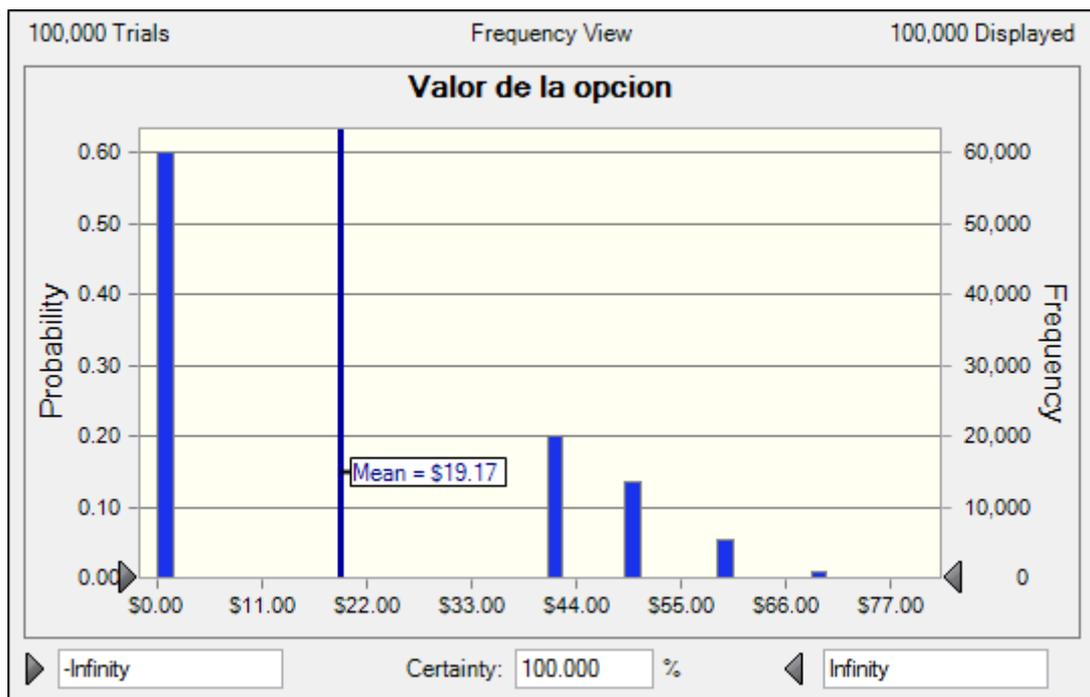


Figura 4.13 Valor de la opción

Como vemos la opción solo fue ejecutada en el 40% de los casos. Dependiendo del año de ejecución se genera más o menos valor

#### **4.4. OPCIONES MULTIPLES**

Los ejemplos anteriores muestran las opciones básicas que pueden existir en un proyecto. Las opciones no son excluyentes, es decir, que podemos encontrar más de una opción en un proyecto.

Recordemos que en general, en un proyecto habrá más de una variable con volatilidad, al aumentar la cantidad de variables aumentamos la volatilidad del proyecto y como sabemos el valor de la opcionalidad aumenta con la volatilidad, por ende en un proyecto real el valor creado sería significativamente mayor.

La gran ventaja de la simulación de Montecarlo para este caso, es que nos deja introducir la opcionalidad de manera muy simple, sin que tengamos que utilizar ninguna fórmula compleja como ser Black Scholes. Solo debemos incorporar al modelo la opcionalidad y la regla de decisión, una vez realizado se puede correr la simulación sin ningún cambio. Es decir, lo que estamos incorporando al modelo no es más que las acciones a tomar dado un determinado universo. De esta manera, el mismo modelo reacciona a los datos simulados y decide cual es la mejor opción, ya sea de aplicar o no la opción.

## 5. CONCLUSIONES

### 5.1. LA DESVENTAJA DE LOS PROMEDIOS

En general, cuando se realizan simulaciones de Montecarlo se utilizan promedios para caracterizar los parámetros. Aunque la utilización de promedios facilita el proceso de simulaciones estamos incurriendo en un error. Esto es debido a que estamos valuando los proyectos utilizando el VAN del mismo, por lo tanto tenemos que tener en cuenta el valor tiempo del dinero, esto quiere decir que el momento donde sucedan los flujos cambiara el valor del proyecto.

Pensemos en el siguiente ejemplo

Supongamos que tenemos dos flujos de distintas empresas:

	0	1	2	3	4	5
A	-100	120	110	100	90	80
B	-100	80	90	100	110	120

Tabla 5.1 Flujos de fondos

Para ambos proyectos necesitamos hacer una inversión inicial de -100 y luego recibimos los flujos correspondientes.

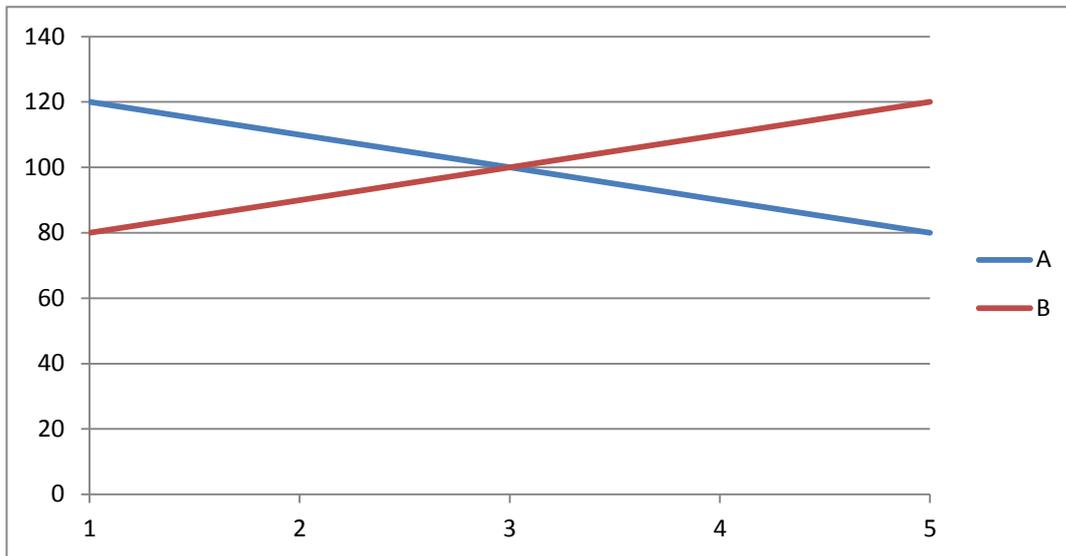


Figura 5.1 Flujo de fondos

La empresa A tiene un flujo decreciente desde 120 a 80. En cambio la empresa B tiene un flujo creciente de 80 a 120. Si calculamos el promedio en ambos casos obtenemos el mismo valor de 100

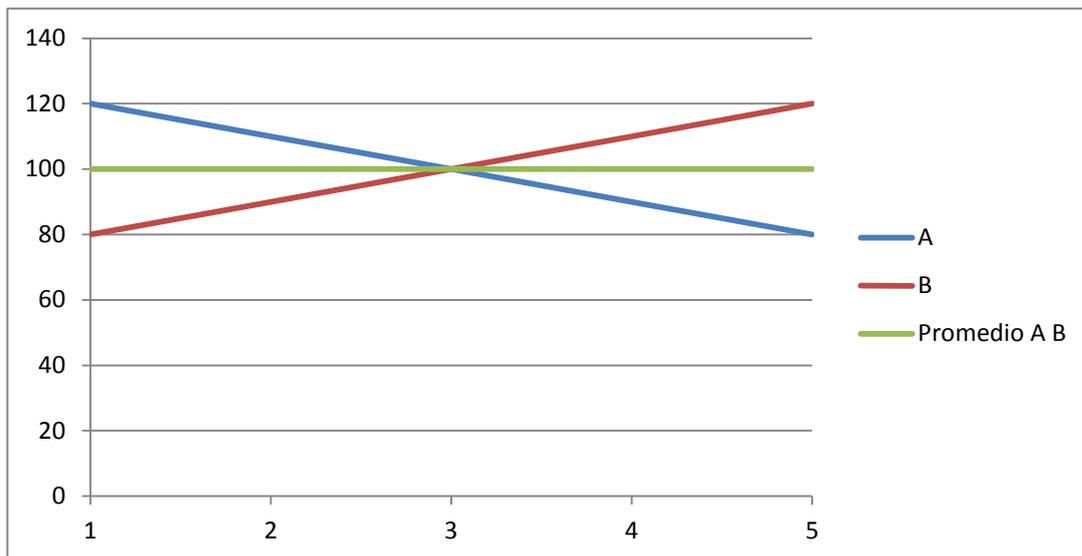


Figura 5.2 Flujo de fondos promedios

La empresa A tiene un flujo decreciente desde 120 a 80. En cambio la empresa B tiene un flujo creciente de 80 a 120. Si calculamos el promedio en ambos casos obtenemos el mismo valor de 100. Entonces si utilizamos el promedio para valuar el proyecto mediante el VAN, utilizando una tasa de descuento del 10%, obtenemos un valor de 279.08\$.

Si ahora utilizamos los flujos reales obtenemos valores muy distintos, el proyecto A vale 286.28\$ mientras que el proyecto B vale solo 271.88\$. Quiere decir que si tomamos en cuenta los promedios de los VAN ambos proyectos son equivalentes, pero si tomamos los flujos reales la diferencia entre los proyectos es 14.4\$.

Esta diferencia de valor está dada por el momento donde se generan los flujos, analicemos los flujos en valor presente:

	0	1	2	3	4	5
A	-100	109.0909	90.90909	75.13148	61.47121	49.67371
B	-100	72.72727	74.38017	75.13148	75.13148	74.51056

Tabla 5.2 Flujo de fondos

Como vemos la diferencia de valor se genera porque los flujos más grandes en el proyecto A se encuentran en al inicio, en cambio en el proyecto B ese flujo se encuentra al final, por lo cual el valor tiempo del dinero hace que el valor presente de mismo sea menor.

Este mismo error se genera en la simulación de Montecarlo, si solo identificamos una variable por su media y desvió, porque no estamos tomando en cuenta el camino que la variable toma, es decir, si graficamos la variable se comportara como una línea horizontal constante. La misma se desplaza para arriba o para abajo en cada simulación, pero siempre en forma paralela, esto quiere decir que no estamos tomando en cuenta el camino de la variable. Por lo tanto, estamos incurriendo en un error que afectara el valor de nuestro proyecto.

Esto es más significativo cuando involucra el precio de materias primas, ya que entender su impacto en un proyecto resulta ser de gran importancia. Si solo usamos promedios y no una generación del camino que puede seguir la variable, podemos sobre o sub estimar la importancia de una variable.

Podemos pensar que los proyectos son path dependent (dependientes del camino) a estas variables. Esta idea proviene de los derivados, donde su valor depende del camino que siguió el valor del activo subyacente. Por ejemplo, las opciones americanas o europeas son independientes del camino que siguió el activo subyacente, es decir su precio con respecto al precio de subyacente solo depende del valor spot y no de la historia del mismo. En cambio en las opciones asiáticas el valor de la opción dependerá del camino que siguió el precio spot para llegar hasta allí. En una opción asiática lo que importa es

el promedio del precio del activo subyacente. En simulación de proyectos algunas variables deben ser pensadas como path dependent, ya que como vimos, debido al valor tiempo del dinero, el camino que las mismas sigan hará variar el valor del proyecto.

En otros casos, dependerá del tipo de proyecto que se esté analizando. Si estamos pensando en vender productos donde el precio está sujeto a la oferta y la demanda, debemos incluir el movimiento de estos precios como lo hacemos con los costos de materias primas. Es decir, en este tipo de proyectos donde básicamente producimos commodities nuestro proyecto será path dependent de esta variable. En otros casos donde lo que estamos vendiendo no es un producto estandarizado y tenemos incertidumbre a que precio lo podremos vender, podemos simularlo mediante una distribución que toma valor constante para cada corrida. Por ejemplo, si nuestro proyecto es generar una cadena de cafeterías que compita con Starbucks, no sabemos si nuestra precio de venta estará 10% por arriba o por debajo del de Starbucks, podemos incluir una distribución triangular con estos datos, donde el precio era constante en cada simulación y variara de simulación en simulación siguiendo la distribución que se le asignó.

En conclusión, en cada proyecto habrá variables que serán path dependent y otras que no lo serán, lo importante, es determinar que variables debemos generar como path dependent y cuales podemos hacerlas como un simple promedio. Recordemos que es más complicado generar una variable que requiera la creación de un camino de evolución a lo largo del proyecto, que una variable que tome valores constantes para cada resultado de universo según una distribución dada.

## **5.2. FUENTES DE INCERTIDUMBRE EN LAS TASAS DE DESCUENTOS**

La simulación de Montecarlo puede ser utilizada no solo para la simulación de flujos sino también para incorporar incertidumbres en la tasa de descuento. Montecarlo nos permite incorporar incertidumbre para cada uno de los parámetros de la tasa de descuento, esta incertidumbre puede provenir de distintas fuentes, ya sea incorporando una distribución a los parámetros o asignando distintos niveles de riesgo a un parámetro.

Por ejemplo, si tomamos el ejemplo del Beta, en general se toma como un valor constante, sin embargo como vimos anteriormente, el Beta tiene una distribución que proviene del mismo proceso por el cual se calcula. Al utilizar un valor promedio sin distribución, estamos introduciendo un error, ya que a priori, es muy difícil saber cual es la correlación entre nuestro proyecto y el mercado, recordemos la fórmula del Beta:

$$\beta = \frac{\text{Cov}(r_a, r_m)}{\text{Var}(r_m)} \quad (\text{Formula 5.1 Beta})$$

Como vemos el Beta depende de la covarianza entre el activo seleccionado y la cartera de mercado. Esta covarianza es desconocida a principio del proyecto y por eso en general se utiliza el promedio del mercado para la industria, pero como vimos antes, los promedios pueden generar errores. En este caso, los cambios del Beta impactaran directamente en la tasa de descuento del proyecto y por ende en el valor del mismo. Esta diferencia será más importante a media que la duración del proyecto sea más larga, porque los flujos estarán más lejos y los cambios de tasas generaran diferencias más importantes en el valor presente del proyecto.

Otro error que mencionado es que en la mayoría de los libros de valuación se asume que el Beta de la deuda es cero, esto no es cierto para casi ninguna compañía en el mundo. Siempre existe una prima de riesgo entre los bonos corporativos y los bonos libre de riesgo, al existir esta prima existe un Beta. Es cierto que en los casos de compañías muy grandes los Betas son muy pequeños, por ende, los errores cometidos son muy pequeños. Pero para proyectos de compañías nuevas o de compañías de alto riesgo, los Betas de sus deudas suelen ser significativamente distintos de cero, entonces al asignarle un Beta igual a cero estamos cometiendo un error significativo, debemos entonces incorporar el Beta al análisis.

El riesgo país, es otro punto de conflicto en la tasa, como vimos la asignación de riesgo debe hacerse según cual es el grado de exposición a este riesgo. Como definir esto resulta ser muy complicado y no hay una técnica imparcial para hacerlo, sino que más bien depende del criterio de quien lo haga. Montecarlo puede ser utilizado para incluir esta incertidumbre.

En conclusión, la simulación de Montecarlo nos permite incorporar distintas fuentes de incertidumbre que afectan el valor del proyecto. Esto puntos son importante para saber cuál es el verdadero valor del proyecto. Por ejemplo, la incorporación de la distribución del Beta o el riesgo país, nos permite saber la distribución final del valor actual neto del proyecto. Esto permite que tomemos decisiones de inversión de proyecto. Esta incertidumbre no proviene de factores exógenos como lo sería el precio de las materias primas, sino que proviene de factores endógenos al proyecto, los cuales a priori desconocemos por precisión. Siempre que trabajemos con variabilidad de la tasa, debemos recordar no duplicar los riesgos, es decir si el riesgo está incluido en la tasa no debe ser puesto en el flujo y viceversa. Esto suele pasar en especial con el riesgo país,

debemos recordar que si hemos incluido el riesgo país en la tasa, no debemos hacerlo de ninguna manera en el flujo. Este es un punto difícil porque es complejo explicitar que riesgo es un riesgo país y que riesgo es un riesgo de proyecto.

Un punto más a destacar es que tasa libre de riesgo y que prima de mercado debemos utilizar en los proyectos. Las opciones son, utilizar un promedio de los últimos X años o utilizar valores spot. La respuesta a esta pregunta se encuentra en la teoría del CAPM. De manera muy simplificada podemos pensar que el CAPM asegura que un inversor decidirá siempre invertir en una combinación de un activo libre de riesgo y un activo riesgoso. Este activo riesgoso consiste en el portafolio de mercado, que en pocas palabras, es una cartera que contiene todos los activos del mundo ponderados por su valor de mercado. Para determinar cuánto debe pagar un activo según su nivel de riesgo debemos compararlo contra el rendimiento de la cartera de mercado, el inversor debe pagar solo por el riesgo no diversificable. Es decir, la teoría nos dice que comparemos las opciones de inversión a un momento dado utilizando los valores spot de ese momento, ya que estos rendimientos son las opciones posibles de inversión, no podemos invertir al promedio la tasa libre de riesgo de los último N años, solo podemos hacerlo al valor spot actual. Es decir, debemos comparar siempre opciones de inversión: el proyecto versus una combinación del activo libre de riesgo y el portafolio de mercado de ese momento y no un valor promedio al cual y hoy no podemos invertir.

### **5.3. EL ATP Y LA SIMULACION DE MONTECARLO**

Aunque el APT es una teoría más vieja que el CAPM y de hecho este último es en realidad una variante particular del APT, esta teoría de valuación es mucho menos utilizada. La principal razón es que en realidad la teoría no define cuales son los parámetros que debemos incluir para calcular el retorno requerido. La teoría solo nos dice que puede haber una o más de una variable que debemos considerar, sin embargo, no nos dice cuales son esas variables. Aunque existen publicaciones que sugieren que variables debemos utilizar como Fama – French , no hay una que sea predominante sobre las demás.

La gran ventaja de APT para la simulación de Montecarlo con respecto al CAPM es que nos da la posibilidad de analizar las exposiciones al riesgo de distintas fuentes, solo utilizando la tasa. Es decir, se pueden analizar las fuentes del riesgo sin necesidad de generar variabilidad en los flujos. Además, según el APT el mercado nos estará pagando por estos riesgos, esto quiere decir, que al contrario de la teoría CAPM donde los riesgos generados por los flujos eran diversificables, en el APT los riesgos incluidos en la tasa son “pagados” por el mercado.

Otra gran ventaja del APT es que por definición teórica, cada factor de riesgo debe ser ortogonal a los demás, es decir la correlación entre los mismo es cero. Esto facilita la porque al ser cero la correlación entre las variables podemos simular cada una de manera independiente.

En conclusión Montecarlo puede ser utilizado para valorar proyectos utilizando APT, en especial, si pensamos que los Betas de cada parámetro por cada industria son menos precisos que el Beta único de CAPM por industria y por lo tanto como la distribución de los Betas es mucho más significativa, Montecarlo juega un rol fundamental en la valuación logrando generar la distribución final del valor actual neto del proyecto. Podemos determinar además, cual es el grado de exposición a cada factor de riesgo. Este último punto puede llegar a jugar un papel fundamental en la evaluación del proyecto, porque la teoría del APT nos permite protegernos contra cada fuente de riesgo, lo único que debemos hacer es generar una cartera que tenga Beta 0 con respecto a esa fuente de riesgo en particular.

Esta capacidad de protegernos frente a una fuente de riesgo, permite al inversor eliminar la exposición a un factor en particular. La simulación de Montecarlo nos permite identificar cual es el riesgo real que estamos corriendo una vez protegidos. Recordemos que ningún “hedge” (protección) es perfecto por lo cual si queremos saber cuál es el verdadero riesgo que corremos podemos simular de manera conjunta el proyecto con el activo elegido para “hedge”, cada uno con su Beta y su distribución dada. Solo mediante Montecarlo podemos saber cuál es la distribución de riesgo que estamos corriendo una vez realizada la protección.

Como último punto podemos decir que esta capacidad de protección contra un factor puede ser utilizada de manera contraria, es decir, podemos deliberadamente querer estar expuestos a un factor de riesgo en particular porque vemos una ventaja en ello. Nuevamente Montecarlo nos puede mostrar que pasa si estamos en lo correcto o si nos equivocamos. Es decir, la simulación funciona como una herramienta para poder identificar el riesgo que estamos jugando con la exposición a cada fuente de riesgo.

#### **5.4. EL RIESGO DE CAMBIOS DE FUNCIONAMIENTO DE LAS VARIABLES**

Hemos analizado la ventaja de no utilizar promedios en la valuación. Debemos ver ahora que riesgos estamos corriendo por generar el camino de cada variable.

Como analizamos anteriormente para generar cada variable debemos determinar que proceso muestra su evolución, es decir si la variable sigue un random walk o hay una regresión a la media. Una vez que identificamos este comportamiento podemos pasar a generar el modelo que nos permitirá reproducir los caminos posibles que esta variable puede tomar.

El problema surge si hay un cambio de comportamiento en la variable. Entonces el modelo que generamos ya no estará reproduciendo el comportamiento real de la variable. Esto quiere decir que las simulaciones estarán basadas en datos que luego no serán reales, por lo cual estaremos introduciendo un error. Este error no es particular de este método de simulación, ya que si utilizamos solo las medias y una distribución estaríamos cometiendo el mismo error, porque la media, la varianzas y la distribución puedan cambiar.

Para poder incluir este riesgo en la simulación se pueden correr distintas simulaciones donde se puede incluir cambios en los parámetros de simulación, pensemos por ejemplo en el caso de petróleo que explicamos anteriormente.

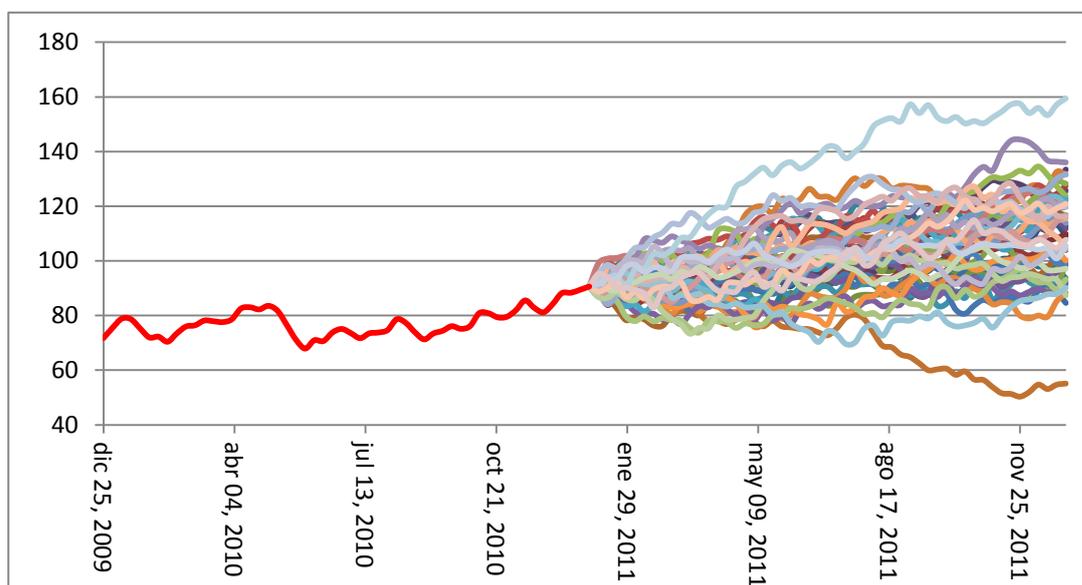


Figura 5.3 Simulación del petróleo

Supongamos ahora que pensamos que la volatilidad del petróleo disminuirá a la mitad y queremos saber que impacto tendrá esto en nuestro proyecto, lo único que tenemos que hacer es cambiar la volatilidad del modelo y volver a correr la simulación

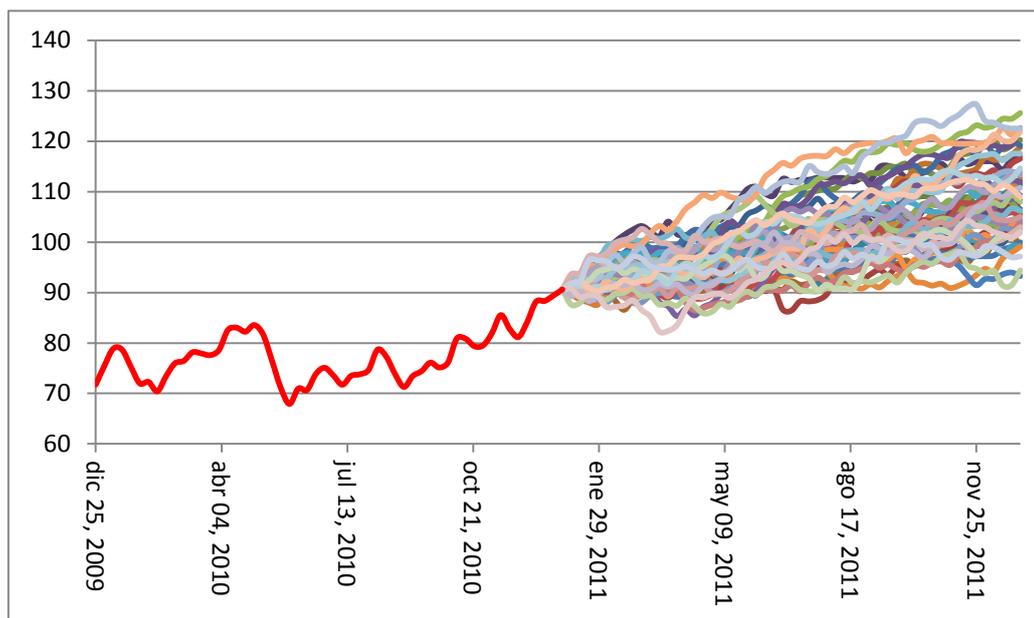


Figura 5.4 Simulación petróleo

De esta manera volvemos a obtener un perfil de riesgo para el proyecto cambiando los parámetros de esta distribución.

En conclusión con la simulación de Montecarlo podemos ir probando distintos futuros que nosotros creemos posibles y viendo que resultado obtenemos en el perfil de riesgo del proyecto.

Esta es una herramienta de gran valor si logramos generar distintas visiones de los futuros. Inclusive podemos hacer transiciones entre valores donde no cambiamos los valores desde el inicio de la simulación sino que lo hacemos paulatinamente, por ejemplo podemos ir bajando la volatilidad semana a semana de manera progresiva

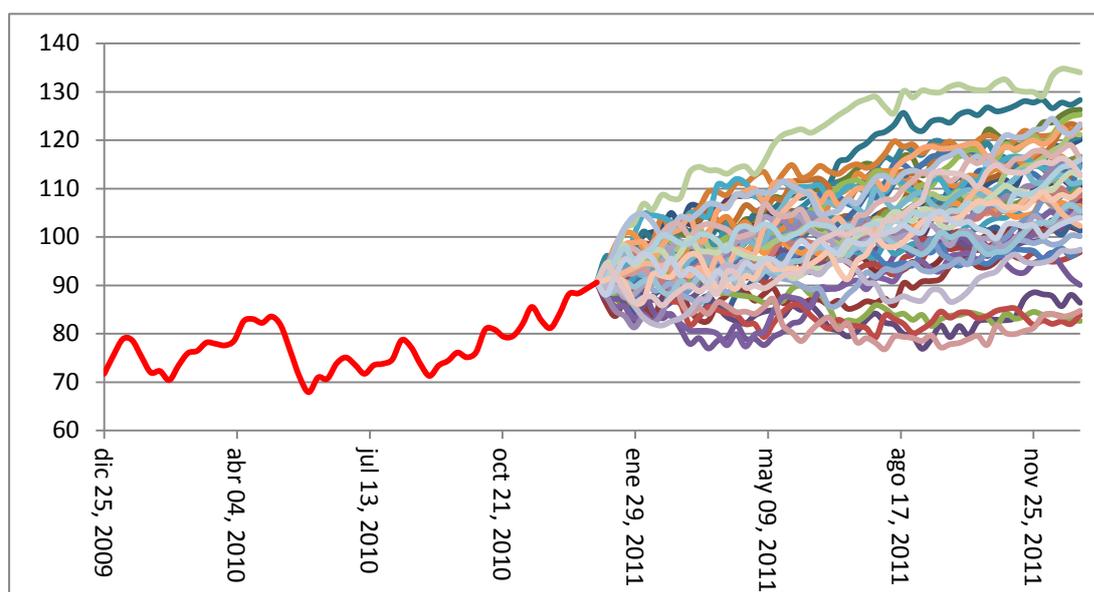


Figura 5.5 Simulación petróleo

No es sino gracias a Montecarlo y a esta manera de generar las variables, que podemos probar distintos escenarios posibles según nuestra visión de mercado e identificar el impacto de estos escenarios en el perfil de riesgo del proyecto.

### 5.5. LA IMPORTANCIA DE LA INTORDUCCION DE CORRLACION ENTRE VARIABLES SIMULADAS

Al introducir correlaciones entre variable estamos haciendo que los escenarios simulados sean consistentes con la realidad, sin embargo, las correlaciones entre los parámetros pueden cambiar, esto quiere decir que si nosotros asumimos una correlación dada y luego la misma cambia vamos a estar cometiendo un error en nuestra simulación que luego se trasladara al valor presente del proyecto.

Analicemos el siguiente ejemplo para entender que queremos decir con un cambio de correlación.

Tomemos el caos del petróleo con el maíz:

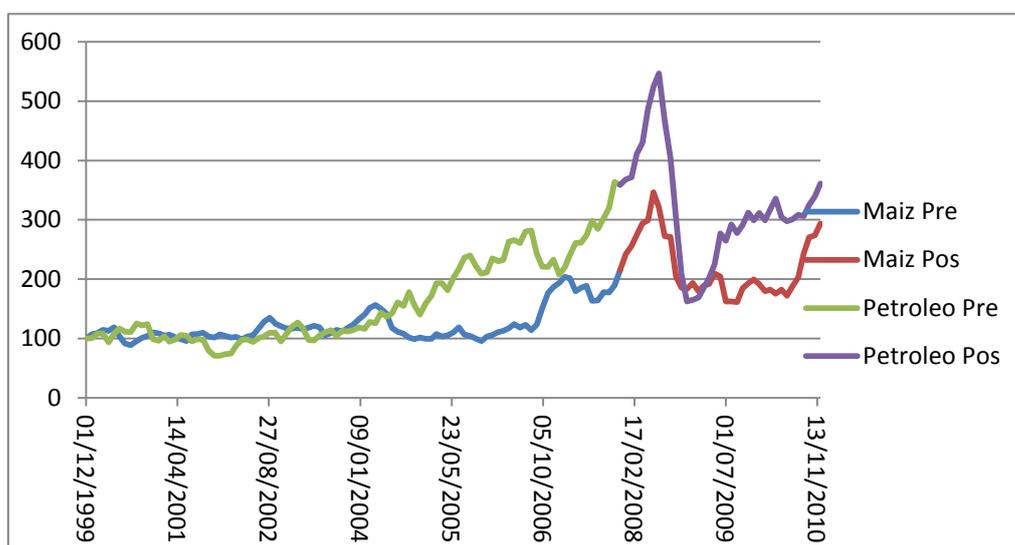


Figura 5.6 Datos petróleo y maíz

Si corremos una regresión entre en maíz y el petróleo en dos periodos distintos uno comenzando el 01/01/2000 y terminando el 01/12/2007 , el otro comenzando el 01/01/2008 y terminando el 01/12/2010 obtenemos los siguientes resultados

Regression Statistics	
Multiple R	0.602769
R Square	0.36333
Adjusted R Square	0.356629
Standard Error	23.56957
Observations	97

Tabla 5.4 Regresión

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95.0%	Upper 95.0%
Intercept	84.03698	5.798496	14.49289	8.43E-26	72.52551	95.54845	72.52551	95.54845
Petroleo	0.242936	0.032994	7.363013	6.46E-11	0.177434	0.308437	0.177434	0.308437

Tabla 5.5 Regresión

Regression Statistics	
Multiple R	0.804604
R Square	0.647388
Adjusted R Square	0.637017
Standard Error	30.53163
Observations	36

Tabla 5.6 Regresión

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95.0%	Upper 95.0%
Intercept	83.31551	18.07851	4.60853	5.49E-05	46.57556	120.0555	46.57556	120.0555
Petroleum	0.431078	0.054561	7.90083	3.35E-09	0.320197	0.541967	0.320197	0.541967

Tabla 5.7 Regresión

Como vemos en las dos regresiones hay un cambio de comportamiento.

La primera la correlación es mucho más baja con un  $r$  cuadrado de solo 0.36, en cambio en la segunda el  $r$  cuadrado es mucho más significativo siendo 0.64. No solo está cambiando el  $r$  cuadrado entre las regresiones sino también el coeficiente asignado al petróleo, donde en la primera regresión es 0.24 mientras que en la segunda es casi se duplica pasando a 0.43

Esto nos muestra que las correlaciones entre las variables van cambiando a lo largo del tiempo y no son fijas, por lo cual asumir que los son para una simulación puede generar un error significativo.

Dos variables que estuvieron correlacionadas puede dejar de estarlo si hay un cambio macroeconómico que lo justifique. Como en los casos anteriores uno puede probar el efecto de cambios en las correlaciones entre dos variables y verificar el efecto que tendrá esto en el perfil de riesgo del proyecto

Otro punto interesante a destacar en un cambio de correlación es el cambio relativo de importancia de las variables. Si dos variables están altamente correlacionadas gran parte de la volatilidad de una estará capturada por la otra, esto quiere decir que podemos seguir una sola variable. Si la correlación cambia debemos prestar atención a dos variables lo que quiere decir que el modo se complejiza sustancialmente.

En conclusión cuando incorporamos una correlación entre variables debemos tener cuidado de que esta correlación sea real y se mantenga durante todo el tiempo que estemos simulando. Para esto, debemos analizar si esta correlación es coherente con aspectos macroeconómicos, si nosotros pensamos que esta correlación no se mantendrá o cambiara debemos incorporar al modelo, la correlación esperada para poder obtener el perfil de riesgo de proyecto basado en nuestra visión de mercado.

## 6. APENDICE I: BETA Y BETAS TOTALES POR INDUSTRIA

<i>Industry Name</i>	<i>Number of Firms</i>	<i>Average Beta</i>	<i>Market D/E Ratio</i>	<i>Tax Rate</i>	<i>Unlevered Beta</i>	<i>Cash/Firm Value</i>	<i>Unlevered Beta corrected for cash</i>
<b>Advertising</b>	28	1.79	36.55%	12.86%	1.36	11.96%	1.55
<b>Aerospace/Defense</b>	63	1.15	23.64%	21.10%	0.97	9.62%	1.07
<b>Air Transport</b>	40	1.21	52.64%	22.30%	0.86	9.70%	0.95
<b>Apparel</b>	48	1.35	15.80%	20.86%	1.20	9.14%	1.32
<b>Auto Parts</b>	47	1.78	24.67%	13.45%	1.46	7.28%	1.58
<b>Automotive</b>	19	1.50	108.58%	20.43%	0.80	13.18%	0.93
<b>Bank</b>	418	0.75	85.86%	13.89%	0.43	8.29%	0.47
<b>Bank (Canadian)</b>	7	0.86	13.77%	20.27%	0.78	7.10%	0.84
<b>Bank (Midwest)</b>	40	0.96	69.03%	18.02%	0.61	9.49%	0.68
<b>Beverage</b>	34	0.92	13.09%	19.08%	0.83	3.69%	0.86
<b>Biotechnology</b>	120	1.13	13.24%	5.74%	1.01	16.31%	1.20
<b>Building Materials</b>	47	1.33	71.38%	11.69%	0.82	6.90%	0.88
<b>Cable TV</b>	24	1.43	68.40%	22.98%	0.94	3.35%	0.97
<b>Canadian Energy</b>	10	1.14	28.44%	10.36%	0.91	3.24%	0.94
<b>Chemical (Basic)</b>	17	1.28	18.75%	22.39%	1.12	5.41%	1.19
<b>Chemical (Diversified)</b>	31	1.51	21.07%	23.87%	1.30	6.22%	1.39
<b>Chemical (Specialty)</b>	83	1.37	23.06%	14.85%	1.14	4.22%	1.20
<b>Coal</b>	25	1.59	16.16%	13.17%	1.39	3.74%	1.45
<b>Computer Software/Svcs</b>	247	1.06	4.68%	13.88%	1.02	9.48%	1.12
<b>Computers/Peripherals</b>	101	1.27	9.13%	8.94%	1.18	10.45%	1.31
<b>Diversified Co.</b>	111	1.22	99.77%	17.14%	0.67	11.99%	0.76
<b>Drug</b>	301	1.11	14.10%	6.72%	0.98	8.96%	1.08
<b>E-Commerce</b>	52	1.14	4.58%	17.19%	1.10	8.09%	1.19
<b>Educational Services</b>	37	0.79	8.89%	27.32%	0.75	11.26%	0.84
<b>Electric Util. (Central)</b>	23	0.78	96.84%	25.40%	0.45	2.35%	0.46
<b>Electric Utility (East)</b>	25	0.73	74.73%	30.56%	0.48	2.26%	0.49
<b>Electric Utility (West)</b>	14	0.75	83.18%	31.47%	0.48	2.60%	0.49
<b>Electrical Equipment</b>	79	1.32	10.91%	15.54%	1.21	6.61%	1.29
<b>Electronics</b>	158	1.13	18.40%	12.85%	0.97	14.08%	1.13
<b>Engineering &amp; Const</b>	17	1.65	7.93%	28.52%	1.56	15.56%	1.85

<i>Industry Name</i>	<i>Number of Firms</i>	<i>Average Beta</i>	<i>Market D/E Ratio</i>	<i>Tax Rate</i>	<i>Unlevered Beta</i>	<i>Cash/Firm Value</i>	<i>Unlevered Beta corrected for cash</i>
<b>Entertainment</b>	75	1.72	37.99%	14.68%	1.30	5.92%	1.38
<b>Entertainment Tech</b>	31	1.39	7.80%	7.49%	1.29	16.71%	1.55
<b>Environmental</b>	69	0.85	41.13%	11.02%	0.62	2.50%	0.64
<b>Financial Svcs. (Div.)</b>	230	1.37	135.83%	18.63%	0.65	13.43%	0.75
<b>Food Processing</b>	109	0.87	28.98%	21.80%	0.71	3.91%	0.74
<b>Foreign Electronics</b>	9	1.14	29.55%	30.06%	0.94	23.30%	1.23
<b>Funeral Services</b>	5	1.22	50.78%	29.02%	0.90	4.27%	0.94
<b>Furn/Home Furnishings</b>	30	1.67	26.18%	16.87%	1.37	8.32%	1.49
<b>Healthcare</b>	26	0.94	4.86%	22.42%	0.91	5.67%	0.96
<b>Information</b>							
<b>Heavy Truck/Equip Makers</b>	8	1.94	46.41%	19.97%	1.42	8.90%	1.55
<b>Homebuilding</b>	24	1.39	89.05%	6.07%	0.76	27.68%	1.05
<b>Hotel/Gaming</b>	52	1.76	49.08%	15.93%	1.25	6.15%	1.33
<b>Household Products</b>	22	1.17	18.38%	27.46%	1.03	2.14%	1.05
<b>Human Resources</b>	24	1.44	9.14%	23.73%	1.35	14.23%	1.57
<b>Industrial Services</b>	137	0.96	26.26%	20.50%	0.79	7.97%	0.86
<b>Information Services</b>	26	1.10	20.21%	22.44%	0.95	3.28%	0.98
<b>Insurance (Life)</b>	31	1.39	18.28%	20.29%	1.21	15.97%	1.44
<b>Insurance (Prop/Cas.)</b>	67	0.92	11.12%	19.50%	0.85	10.27%	0.94
<b>Internet</b>	180	1.11	1.57%	7.89%	1.09	9.48%	1.21
<b>Machinery</b>	114	1.22	28.52%	19.61%	0.99	5.82%	1.05
<b>Maritime</b>	53	1.37	138.71%	6.54%	0.60	6.88%	0.64
<b>Medical Services</b>	139	0.88	38.70%	20.56%	0.67	15.24%	0.80
<b>Medical Supplies</b>	231	1.02	11.48%	13.12%	0.93	7.65%	1.01
<b>Metal Fabricating</b>	30	1.44	18.24%	22.51%	1.26	12.60%	1.44
<b>Metals &amp; Mining (Div.)</b>	69	1.33	11.01%	7.07%	1.21	3.32%	1.25
<b>Natural Gas (Div.)</b>	32	1.25	34.98%	15.07%	0.97	2.08%	0.99
<b>Natural Gas Utility</b>	27	0.65	62.04%	23.93%	0.44	2.08%	0.45
<b>Newspaper</b>	13	1.71	46.80%	29.44%	1.29	4.07%	1.34
<b>Office Equip/Supplies</b>	24	1.45	45.11%	14.81%	1.05	12.11%	1.19
<b>Oil/Gas Distribution</b>	12	0.97	75.32%	15.06%	0.59	2.68%	0.61
<b>Oilfield Svcs/Equip.</b>	95	1.48	18.94%	16.42%	1.28	4.76%	1.34
<b>Packaging &amp; Container</b>	27	1.06	44.52%	20.44%	0.78	7.43%	0.85
<b>Paper/Forest</b>	37	1.52	71.26%	15.23%	0.95	6.62%	1.01

<i>Industry Name</i>	<i>Number of Firms</i>	<i>Average Beta</i>	<i>Market D/E Ratio</i>	<i>Tax Rate</i>	<i>Unlevered Beta</i>	<i>Cash/Firm Value</i>	<i>Unlevered Beta corrected for cash</i>
<b>Products</b>							
<b>Petroleum (Integrated)</b>	23	1.21	18.37%	27.13%	1.07	4.84%	1.12
<b>Petroleum (Producing)</b>	163	1.36	22.47%	8.47%	1.13	3.08%	1.17
<b>Pharmacy Services</b>	19	0.96	20.38%	25.09%	0.84	3.87%	0.87
<b>Pipeline MLPs</b>	11	0.85	42.18%	3.03%	0.61	0.53%	0.61
<b>Power</b>	68	1.34	98.86%	7.58%	0.70	10.14%	0.78
<b>Precious Metals</b>	74	1.18	6.76%	9.47%	1.12	3.35%	1.15
<b>Precision Instrument</b>	83	1.27	11.20%	12.02%	1.16	11.64%	1.31
<b>Property Management</b>	27	1.20	144.04%	15.63%	0.54	6.22%	0.58
<b>Public/Private Equity</b>	8	2.18	104.42%	0.43%	1.07	11.29%	1.20
<b>Publishing</b>	23	1.30	57.88%	25.44%	0.91	5.55%	0.96
<b>R.E.I.T.</b>	6	1.29	30.86%	10.21%	1.01	5.94%	1.07
<b>Railroad</b>	14	1.28	27.19%	26.02%	1.07	2.68%	1.10
<b>Recreation</b>	52	1.50	37.21%	17.23%	1.15	4.95%	1.21
<b>Reinsurance</b>	8	0.98	15.27%	15.18%	0.86	20.99%	1.09
<b>Restaurant</b>	60	1.33	16.09%	22.08%	1.18	2.39%	1.21
<b>Retail (Special Lines)</b>	143	1.54	17.17%	19.64%	1.35	8.79%	1.48
<b>Retail Automotive</b>	15	1.44	27.52%	32.05%	1.21	2.98%	1.25
<b>Retail Building Supply</b>	8	0.92	13.61%	26.31%	0.83	2.26%	0.85
<b>Retail Store</b>	38	1.33	25.22%	25.96%	1.12	5.20%	1.19
<b>Retail/Wholesale Food</b>	29	0.74	42.10%	34.50%	0.58	7.41%	0.63
<b>Securities Brokerage</b>	25	1.25	149.83%	26.95%	0.60	20.07%	0.75
<b>Semiconductor</b>	115	1.56	6.24%	7.93%	1.47	12.21%	1.68
<b>Semiconductor Equip</b>	14	1.79	5.84%	5.72%	1.70	13.95%	1.97
<b>Shoe</b>	18	1.31	1.71%	24.51%	1.30	12.52%	1.48
<b>Steel (General)</b>	19	1.59	23.47%	12.88%	1.32	7.91%	1.43
<b>Steel (Integrated)</b>	13	1.72	36.84%	16.43%	1.32	8.07%	1.43
<b>Telecom. Equipment</b>	104	1.04	10.71%	12.42%	0.95	21.59%	1.22
<b>Telecom. Services</b>	85	1.01	34.06%	14.27%	0.78	6.66%	0.84
<b>Telecom. Utility</b>	28	1.03	84.06%	24.23%	0.63	5.11%	0.66
<b>Thrift</b>	181	0.70	7.81%	14.44%	0.66	11.05%	0.74
<b>Tobacco</b>	13	0.73	21.57%	22.47%	0.63	4.18%	0.66
<b>Toiletries/Cosmetics</b>	15	1.27	19.52%	21.52%	1.10	7.31%	1.19

<i>Industry Name</i>	<i>Number of Firms</i>	<i>Average Beta</i>	<i>Market D/E Ratio</i>	<i>Tax Rate</i>	<i>Unlevered Beta</i>	<i>Cash/Firm Value</i>	<i>Unlevered Beta corrected for cash</i>
<b>Trucking</b>	33	1.20	42.14%	25.48%	0.91	5.65%	0.97
<b>Utility (Foreign)</b>	5	0.99	58.68%	20.30%	0.67	4.45%	0.70
<b>Water Utility</b>	12	0.70	77.89%	35.46%	0.47	0.32%	0.47
<b>Wireless Networking</b>	48	1.25	18.19%	12.68%	1.08	5.55%	1.15
<b>Total Market</b>	<b>5928</b>	<b>1.15</b>	<b>36.04%</b>	<b>15.32%</b>	<b>0.88</b>	<b>8.51%</b>	<b>0.96<sup>2</sup></b>

---

<sup>2</sup> <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar>

## 7. APENDICE II: DATOS DE MUESTRA DE OBTENCION DE BETAS POR INDUSTRIA.

<i>Industry Name</i>	<i>Number of Firms</i>	<i>Unlevered Beta corrected for cash</i>	<i>Correlation with market</i>	<i>Total Beta (Unlevered)</i>
<b>Advertising</b>	28	1.55	36.96%	4.18
<b>Aerospace/Defense</b>	63	1.07	50.42%	2.13
<b>Air Transport</b>	40	0.95	46.24%	2.05
<b>Apparel</b>	48	1.32	43.32%	3.05
<b>Auto Parts</b>	47	1.58	44.26%	3.56
<b>Automotive</b>	19	0.93	57.22%	1.62
<b>Bank</b>	418	0.47	40.71%	1.15
<b>Bank (Canadian)</b>	7	0.84	73.68%	1.14
<b>Bank (Midwest)</b>	40	0.68	55.27%	1.23
<b>Beverage</b>	34	0.86	41.52%	2.07
<b>Biotechnology</b>	120	1.20	32.06%	3.76
<b>Building Materials</b>	47	0.88	44.51%	1.97
<b>Cable TV</b>	24	0.97	51.17%	1.89
<b>Canadian Energy</b>	10	0.94	75.19%	1.25
<b>Chemical (Basic)</b>	17	1.19	62.23%	1.91
<b>Chemical (Diversified)</b>	31	1.39	56.93%	2.44
<b>Chemical (Specialty)</b>	83	1.20	46.38%	2.58
<b>Coal</b>	25	1.45	65.72%	2.20
<b>Computer Software/Svcs</b>	247	1.12	43.66%	2.57
<b>Computers/Peripherals</b>	101	1.31	35.27%	3.72
<b>Diversified Co.</b>	111	0.76	51.88%	1.46
<b>Drug</b>	301	1.08	33.30%	3.24
<b>E-Commerce</b>	52	1.19	46.99%	2.54
<b>Educational Services</b>	37	0.84	34.56%	2.43
<b>Electric Util. (Central)</b>	23	0.46	71.97%	0.64
<b>Electric Utility (East)</b>	25	0.49	70.83%	0.69
<b>Electric Utility (West)</b>	14	0.49	72.71%	0.67
<b>Electrical Equipment</b>	79	1.29	47.75%	2.71
<b>Electronics</b>	158	1.13	36.58%	3.09
<b>Engineering &amp; Const</b>	17	1.85	59.21%	3.13
<b>Entertainment</b>	75	1.38	38.21%	3.61
<b>Entertainment Tech</b>	31	1.55	41.07%	3.78
<b>Environmental</b>	69	0.64	34.21%	1.86
<b>Financial Svcs. (Div.)</b>	230	0.75	44.97%	1.67

<i>Industry Name</i>	<i>Number of Firms</i>	<i>Unlevered Beta corrected for cash</i>	<i>Correlation with market</i>	<i>Total Beta (Unlevered)</i>
<b>Food Processing</b>	109	0.74	46.71%	1.58
<b>Foreign Electronics</b>	9	1.23	62.91%	1.95
<b>Funeral Services</b>	5	0.94	57.80%	1.62
<b>Furn/Home Furnishings</b>	30	1.49	39.84%	3.75
<b>Healthcare Information</b>	26	0.96	39.64%	2.43
<b>Heavy Truck/Equip Makers</b>	8	1.55	47.85%	3.25
<b>Homebuilding</b>	24	1.05	52.10%	2.01
<b>Hotel/Gaming</b>	52	1.33	45.58%	2.91
<b>Household Products</b>	22	1.05	55.05%	1.91
<b>Human Resources</b>	24	1.57	47.43%	3.32
<b>Industrial Services</b>	137	0.86	42.03%	2.05
<b>Information Services</b>	26	0.98	55.53%	1.77
<b>Insurance (Life)</b>	31	1.44	53.89%	2.67
<b>Insurance (Prop/Cas.)</b>	67	0.94	60.40%	1.56
<b>Internet</b>	180	1.21	31.75%	3.80
<b>Machinery</b>	114	1.05	52.80%	1.99
<b>Maritime</b>	53	0.64	61.42%	1.04
<b>Medical Services</b>	139	0.80	38.57%	2.06
<b>Medical Supplies</b>	231	1.01	40.00%	2.51
<b>Metal Fabricating</b>	30	1.44	52.78%	2.74
<b>Metals &amp; Mining (Div.)</b>	69	1.25	42.17%	2.96
<b>Natural Gas (Div.)</b>	32	0.99	62.82%	1.57
<b>Natural Gas Utility</b>	27	0.45	69.86%	0.64
<b>Newspaper</b>	13	1.34	43.82%	3.06
<b>Office Equip/Supplies</b>	24	1.19	46.26%	2.58
<b>Oil/Gas Distribution</b>	12	0.61	57.01%	1.07
<b>Oilfield Svcs/Equip.</b>	95	1.34	60.15%	2.23
<b>Packaging &amp; Container</b>	27	0.85	56.67%	1.49
<b>Paper/Forest Products</b>	37	1.01	44.64%	2.27
<b>Petroleum (Integrated)</b>	23	1.12	68.00%	1.65
<b>Petroleum (Producing)</b>	163	1.17	45.52%	2.56
<b>Pharmacy Services</b>	19	0.87	51.25%	1.70
<b>Pipeline MLPs</b>	11	0.61	74.84%	0.81
<b>Power</b>	68	0.78	43.29%	1.80
<b>Precious Metals</b>	74	1.15	40.63%	2.84
<b>Precision Instrument</b>	83	1.31	42.45%	3.09
<b>Property Management</b>	27	0.58	50.77%	1.14
<b>Public/Private Equity</b>	8	1.20	53.80%	2.24
<b>Publishing</b>	23	0.96	45.44%	2.12
<b>R.E.I.T.</b>	6	1.07	53.25%	2.01
<b>Railroad</b>	14	1.10	70.32%	1.56

<i>Industry Name</i>	<i>Number of Firms</i>	<i>Unlevered Beta corrected for cash</i>	<i>Correlation with market</i>	<i>Total Beta (Unlevered)</i>
<b>Recreation</b>	52	1.21	42.81%	2.82
<b>Reinsurance</b>	8	1.09	71.04%	1.54
<b>Restaurant</b>	60	1.21	48.41%	2.50
<b>Retail (Special Lines)</b>	143	1.48	40.71%	3.64
<b>Retail Automotive</b>	15	1.25	61.35%	2.03
<b>Retail Building Supply</b>	8	0.85	60.65%	1.41
<b>Retail Store</b>	38	1.19	49.96%	2.37
<b>Retail/Wholesale Food</b>	29	0.63	52.28%	1.21
<b>Securities Brokerage</b>	25	0.75	61.62%	1.21
<b>Semiconductor</b>	115	1.68	45.34%	3.70
<b>Semiconductor Equip</b>	14	1.97	55.97%	3.52
<b>Shoe</b>	18	1.48	51.38%	2.89
<b>Steel (General)</b>	19	1.43	65.17%	2.20
<b>Steel (Integrated)</b>	13	1.43	49.36%	2.90
<b>Telecom. Equipment</b>	104	1.22	39.48%	3.08
<b>Telecom. Services</b>	85	0.84	43.67%	1.93
<b>Telecom. Utility</b>	28	0.66	48.97%	1.35
<b>Thrift</b>	181	0.74	42.64%	1.73
<b>Tobacco</b>	13	0.66	44.64%	1.47
<b>Toiletries/Cosmetics</b>	15	1.19	46.29%	2.56
<b>Trucking</b>	33	0.97	54.08%	1.79
<b>Utility (Foreign)</b>	5	0.70	69.63%	1.01
<b>Water Utility</b>	12	0.47	76.79%	0.61
<b>Wireless Networking</b>	48	1.15	46.74%	2.45 <sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar>



## 8. APENDICE III: PRECIO HISTORICO DEL MAIZ USDA

Table 3. Average monthly closing price for the nearby corn futures contract by marketing year month, marketing years 1975-2009												
Marketing year	Nearby futures contracts											
	December			March			May		July		September	
	September	October	November	December	January	February	March	April	May	June	July	August
	Dollars per bushel											
1975-76	3.02	2.91	2.69	2.68	2.68	2.69	2.72	2.67	2.84	2.98	2.92	2.79
1976-77	2.83	2.66	2.43	2.52	2.59	2.56	2.59	2.53	2.44	2.35	2.14	1.89
1977-78	2.01	2.09	2.22	2.25	2.24	2.26	2.44	2.57	2.56	2.57	2.37	2.19
1978-79	2.22	2.31	2.29	2.33	2.32	2.37	2.47	2.54	2.67	2.87	3.06	2.82
1979-80	2.78	2.78	2.68	2.87	2.74	2.72	2.70	2.68	2.80	2.79	3.17	3.43
1980-81	3.54	3.61	3.81	3.80	3.72	3.61	3.60	3.65	3.55	3.41	3.47	3.11
1981-82	2.95	2.91	2.77	2.72	2.73	2.68	2.70	2.78	2.79	2.73	2.59	2.33
1982-83	2.24	2.20	2.33	2.42	2.55	2.73	2.96	3.13	3.10	3.11	3.12	3.53
1983-84	3.58	3.48	3.49	3.36	3.30	3.25	3.47	3.54	3.49	3.49	3.08	2.97
1984-85	2.86	2.78	2.73	2.79	2.71	2.68	2.75	2.83	2.76	2.75	2.47	2.30
1985-86	2.20	2.23	2.38	2.47	2.47	2.39	2.31	2.30	2.35	2.32	1.74	1.61
1986-87	1.67	1.69	1.70	1.67	1.58	1.50	1.60	1.69	1.90	1.89	1.71	1.57
1987-88	1.75	1.83	1.83	1.90	1.96	2.00	2.07	2.04	2.14	2.90	3.16	2.89
1988-89	2.93	2.89	2.69	2.77	2.78	2.70	2.79	2.68	2.71	2.61	2.45	2.30
1989-90	2.32	2.39	2.38	2.40	2.44	2.43	2.53	2.72	2.85	2.83	2.66	2.48
1990-91	2.30	2.30	2.26	2.36	2.37	2.40	2.54	2.56	2.49	2.40	2.33	2.49
1991-92	2.52	2.51	2.43	2.51	2.58	2.65	2.72	2.53	2.58	2.56	2.33	2.19
1992-93	2.18	2.09	2.12	2.20	2.18	2.12	2.24	2.29	2.29	2.18	2.41	2.37
1993-94	2.40	2.49	2.74	2.70	3.02	2.91	2.85	2.67	2.66	2.68	2.24	2.19
1994-95	2.20	2.16	2.09	2.29	2.32	2.33	2.46	2.49	2.61	2.73	2.88	2.83
1995-96	3.03	3.23	3.28	3.50	3.62	3.74	3.90	4.54	4.81	4.66	3.86	3.64
1996-97	3.20	2.84	2.68	2.64	2.68	2.81	3.03	2.99	2.81	2.66	2.45	2.63
1997-98	2.64	2.81	2.76	2.73	2.71	2.69	2.71	2.49	2.48	2.42	2.33	2.06
1998-99	2.08	2.19	2.19	2.21	2.17	2.15	2.24	2.18	2.20	2.17	1.97	2.14
1999-00	2.15	2.01	1.96	2.02	2.16	2.20	2.31	2.27	2.40	2.08	1.85	1.78
2000-01	1.93	2.04	2.11	2.22	2.19	2.11	2.14	2.06	1.99	1.93	2.16	2.17
2001-02	2.22	2.08	2.05	2.15	2.10	2.05	2.07	1.99	2.08	2.12	2.35	2.59
2002-03	2.72	2.52	2.43	2.36	2.36	2.39	2.33	2.39	2.45	2.39	2.12	2.20
2003-04	2.31	2.26	2.37	2.48	2.67	2.83	3.05	3.16	3.02	2.86	2.37	2.25
2004-05	2.18	2.05	1.99	2.05	2.00	2.00	2.17	2.08	2.12	2.22	2.40	2.15
2005-06	2.10	2.02	1.93	2.08	2.13	2.23	2.28	2.37	2.50	2.38	2.49	2.30
2006-07	2.49	3.03	3.56	3.76	3.91	4.11	4.07	3.62	3.74	3.81	3.30	3.31
2007-08	3.59	3.58	3.82	4.32	4.89	5.16	5.53	5.93	6.03	6.99	6.46	5.49
2008-09	5.46	4.13	3.74	3.69	3.91	3.62	3.80	3.87	4.22	4.12	3.28	3.27
2009-10	3.25	3.72	3.90	4.02	3.86	3.63	3.68	3.54	3.68	3.47	3.78	4.09
2010-11	4.89	5.46	5.52	5.92								



## 9. BIBLIOGRAFIA

### 9.1. LIBROS

- Pereiro, L.E. 2002 Valuation of Companies in Emerging Markets: A Practical Approach, New York: John Wiley & Sons (Wiley Finance Series), ISBN 0-471-22078-7.
- Damodaran, A., 2002 General valuation techniques:, Investment Valuation, New York:Wiley.
- Mun, J., 2003 Valuation of real options: Real Options Analysis Course, New York:Wiley.
- Smith, J.K. and R.L. Smith, 2000 Valuation of start-ups , Entrepreneurial Finance, New York: Wiley.
- Bruner, R.F 2004 Valuation of M&:, Applied Mergers and Acquisitions, Wiley
- Paul Glasserman 2004 . Monte Carlo Methods in Financial Engineering. Springer
- J S Dagpunar 2007. Simulation and Monte Carlo. Wiley
- Umberto Eco, 2001. ¿Cómo se hace una tesis? Editorial Gedisa

### 9.2. MONOGRAFIAS

- Andrea Gamba 2003 Real Options Valuation: A Monte Carlo Approach [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=302613](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=302613)
- Wasif Mukhtar Ravi Agarwal 2009 DCF VALUATION OF A FIRM: A Case for Application of Monte Carlo Simulation <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm>
- Gonzalo Cortazar 2001 Simulation and Numerical Methods in Real Options Valuation <http://www3.uva.es/empresa/uploads/cortazar2001.pdf>
- Chung Baek, Arun J Prakash, Bruce Dupoyet 2005 Fundamental Capital Valuation for IT Companies: A Real Options Approach <http://ideas.repec.org/a/ffe/journal/v5y2008i1p1-26.html>