

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES – ITBA

ESCUELA DE (INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA – INGENIERÍA Y GESTIÓN - POSTGRADO)

Estimación de tiempos de espera en peajes

AUTOR/ES: AILÁN, Julián (Leg. Nº 104264)

DOCENTE/S TITULAR/ES O TUTOR/ES: GAMBINI, María Juliana

TRABAJO FINAL PRESENTADO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE ESPECIALISTA EN CIENCIAS DE DATOS

**BUENOS AIRES
SEGUNDO CUATRIMESTRE, 2019**



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

TRABAJO FINAL INTEGRADOR

ESPECIALIZACIÓN EN CIENCIAS DE DATOS

Estimación de tiempos de espera en peajes

Autor:

Julián AILÁN 104264

Tutora:

María Juliana GAMBINI

16/08/2019

Índice

1. Introducción	3
2. Estado del arte	4
3. Problemática	6
4. Justificación del estudio	6
5. Alcances y limitaciones del trabajo	7
5.1. Alcances	7
5.2. Limitaciones	7
6. Hipótesis	7
7. Objetivos	7
7.1. Objetivo general	7
7.2. Objetivos específicos	8
8. Metodologías a utilizar	8
8.1. Técnicas	8
8.2. Herramientas	8
9. Resultados	8
9.1. Estimación de intensidad de tránsito por plaza de peaje	9
9.1.1. Estimación de la tasa de arribos	9
9.1.2. Estimación de la tasa de atención	10
9.1.3. Estimación de la intensidad de tránsito	11
9.2. Modelado del sistema como M/M/S	13
9.2.1. Probabilidad de contar con un sistema ocioso	13
9.2.2. Longitud promedio de las colas	14
9.2.3. Tiempo de espera promedio en colas	14
9.2.4. Ejemplo de tiempo de espera para el peaje Alberti a las 10am	14
9.2.5. Cantidad mínima de cabinas por plaza de peajes	15
9.3. Impacto del precio del combustible sobre el tiempo de espera en colas	16
9.3.1. Evolución del precio del combustible	16
9.3.2. Relación entre el precio del combustible y el tiempo de espera en colas	18
9.4. Predicción del tiempo de espera	19
9.4.1. Modelo de predicción	21
10. Discusión	24
11. Conclusiones	24
12. Anexo	25
12.1. Peajes y cabinas	25

12.2. Longitud de colas y tiempos de espera promedios 26

Referencias **27**

1. Introducción

En el presente trabajo práctico final se aborda el estudio del estado del tránsito en autopistas concesionadas a *Autopistas Urbanas Sociedad Anónima* (AUSA), en la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. haciendo énfasis en el caudal vehicular que transita a través de los peajes ubicados en estas autopistas¹. Por las seis autopistas que se estudian en este análisis, transitan aproximadamente un millón y medio de vehículos diariamente. En función de la hora del día, existe una alta probabilidad de que gran parte de estos vehículos detengan su marcha por congestiones vehiculares en las plazas de peaje, particular en los horarios de mayor tránsito como las siete de la mañana, la una del mediodía, y las seis de la tarde. Este fenómeno de congestión se aborda haciendo uso de técnicas de series de tiempo y teoría de colas.

La estructura del trabajo es la siguiente:

- Estudios anteriores de autores que analizaron esta misma problemática y sus enfoques se encuentran detallados en el *estado del arte* en la sección 2.
- Las secciones 3 y 4 presentan la *problemática de las congestiones vehiculares* tratada, junto con la *justificación del estudio*, respectivamente.
- Se hace mención de los *alcances y limitaciones* del trabajo en la sección 5.
- Las secciones 6 y 7 detallan las *hipótesis y objetivos*, tanto generales como específicos, los cuales serán abordados utilizando las *metodologías* definidas en la sección 8.
- El análisis del estado actual de las autopistas y posterior predicción de estados futuros se presenta en la sección 9 que corresponde a los *resultados*.
- Por último, la argumentación y conclusiones del estudio se presentan en las secciones 10 y 11.

Al hablar de congestión o resaca vehicular se hace referencia a la condición de un flujo vehicular que se ve saturado debido al exceso de demanda de las vías, produciendo incrementos en los tiempos de viaje, dificultades para circular por las largas colas, y contaminación del aire por la generación de dióxido de carbono. Este fenómeno se produce comúnmente en las horas pico, y resulta frustrante para los automovilistas, ya que se traduce en pérdidas de tiempo y consumo excesivo de combustible. Las consecuencias de las congestiones vehiculares denotan en accidentes, a pesar que los automóviles no pueden circular a gran velocidad, ya que el automovilista pierde la calma al encontrarse estático por mucho tiempo en un lugar de la vía.

Existen numerosas circunstancias en las cuales se puede causar o agravar una congestión vehicular. La mayoría de ellas se deben a la capacidad de la vía, o al incremento en el flujo vehicular a lo largo del tiempo. Investigadores han analizado este fenómeno desde 1950², y se ha encontrado que incidentes individuales (como un único automóvil frenando abruptamente) pueden generar una cascada de efectos que resultan en una congestión. Entre las causas más comunes de congestiones podemos encontrar:

¹Este trabajo final será una continuación del análisis realizado durante el trabajo práctico de la materia Seminario Intensivo de Tópicos Avanzados en Datos Complejos, cuyo análisis se encuentra disponible en github.com/tulians/traffic/descriptive.

²Un equipo de matemáticos del MIT desarrolló un modelo que describe la formación de congestiones, donde pequeños disturbios pueden generar una gran congestión cuando el volumen de vehículos es grande. <https://www.sciencedaily.com/releases/2009/06/090608151550.htm>

- Separación entre áreas de trabajo y áreas residenciales: las personas por lo general trabajan y viven en diferentes partes de una ciudad. Las áreas de trabajo suelen encontrarse alejadas de las áreas residenciales, lo cual genera una necesidad de transportarse al trabajo.
- Movimiento por la obtención de bienes y servicios: las personas necesitan moverse dentro de la ciudad para conseguir bienes o hacer uso de servicios, como por ejemplo comprar alimentos o ir a clases.
- Infraestructura de transporte inadecuada: esto significa que las instalaciones de transporte de la ciudad no son capaces de sostener el volumen de tránsito que reciben, ya sea por falta de rutas alternativas, o falta de transporte público como colectivos y trenes que hagan el trayecto requerido por los usuarios. A veces sucede lo contrario: el transporte público realiza el recorrido requerido, pero se encuentra al máximo de su capacidad durante las horas pico, por lo que las personas prefieren realizar el mismo trayecto con sus autos particulares con el objetivo de tener un viaje más placentero. Esto último incrementa el número de vehículos que son conducidos por una única persona.

En esta investigación se hace especial énfasis en las congestiones vehiculares que se dan frente a las líneas de cabinas de peajes, las cuales suelen resultar en colas de kilómetros de extensión durante las horas pico. Las cabinas de peaje se podrían interpretar como una fuente de demoras ya que el flujo vehicular debe reducir su velocidad, y a veces hasta detenerse, para poder realizar el pago de la tarifa.

Todas las Figuras y Cuadros presentes en este trabajo son de elaboración propia, a menos que se especifique lo contrario.

2. Estado del arte

Desde 1950 hasta la actualidad, un gran número de investigadores ha estudiado el fenómeno de los congestionamientos vehiculares. Los primeros análisis modelaron al tránsito matemáticamente como un fluido, ya que se considera que un cierto número de vehículos pasan por un determinado punto en una cierta ventana de tiempo, razón por la cual se aplicaban los principios de dinámicas de fluidos. Hoy en día, con la mayor disponibilidad de datos y el avance de tecnologías aplicadas a big data, se están realizando estudios basados en el comportamiento de los conductores y el contexto en el cual se encuentran, lo cual resulta en modelos más específicos a cada localidad y sus costumbres de manejo.

Los análisis de autores consultados han abordado la problemática de las congestiones vehiculares en contextos metropolitanos, para su aplicación concreta en intersecciones muy transitadas. Si bien no se han encontrado trabajos académicos aplicados al caso específico del efecto de los peajes en la generación de congestiones vehiculares, existen registros de congestiones en vías alternativas de parte de usuarios que intentan evitar el pago del peaje en los caminos principales [2], y simulaciones acerca del efecto sobre la capacidad de atención que puede tener la cantidad de cabinas de peaje ubicadas en una autopista dada [5] [8].

Una de las ciudades cuyo tránsito ha sido analizado en múltiples ocasiones es Beijing. En particular se han realizado modelos predictivos de congestión vehicular para la notificación temprana y alivio proactivo de congestiones [11]. Estos modelos toman en cuenta combinaciones de diferentes variables como el día de la semana, los feriados, las condiciones climáticas, las formas de transporte y su demanda, entre otras. Estos conjuntos de variables permitieron generar métricas como el Índice de performance de tránsito (del inglés *Traffic Performance Index*, TPI), la cual

hace uso de clusters de vehículos para identificar patrones en el tránsito. Las figuras 1 y 2 presentan las curvas con la métrica TPI para los días de semana y fines de semana respectivamente. La figura 1 muestra claramente evidencia de picos de tránsito a las 7:30hs y 18:00 hs durante los días de semana, lo cual se relaciona con los horarios de entrada y salida de las personas al trabajo.

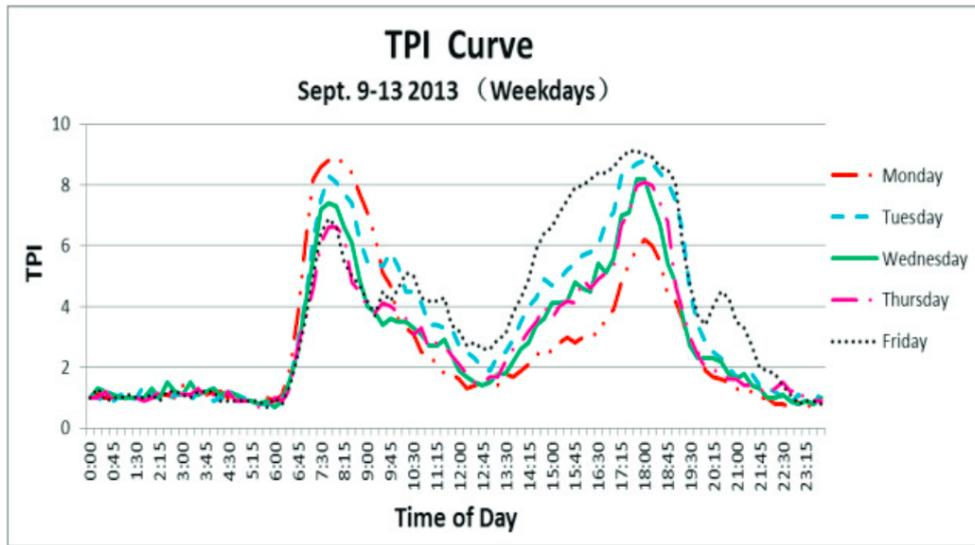


Figura 1: Curva TPI para días de semana en Beijing - Wen, H et al. (2014)

Por otro lado, como se ejemplifica en la figura 2, los picos de tránsito durante los fines de semana se dan durante la mañana a las 10:30hs, y durante la tarde a las 16:30hs, fundamentalmente relacionadas a actividades recreativas.

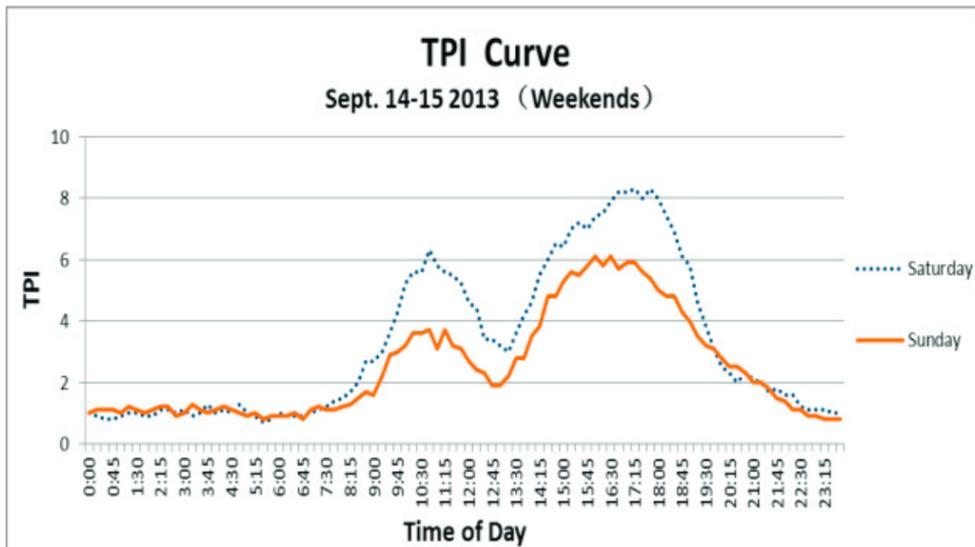


Figura 2: Curva TPI para días de fin de semana en Beijing - Wen, H et al. (2014)

Otros autores han abordado la temática desde el punto de vista del *Internet de las cosas*, protocolos de comunicación modernos, e información de tránsito basada en GPS, para construir un modelo predictivo del caudal vehicular [10]. Esta infraestructura se detalla en la figura 3, mediante un modelo de capas que va desde los dispositivos que generan los datos hasta las operaciones que se realizarán sobre estos datos. Este infraestructura es usada para predecir el volumen de vehículos que pasarán por una determinada intersección en un determinado momento, junto con la probabilidad de generación de una congestión. El modelo predictivo toma en cuenta el comportamiento

de vehículos no motorizados y peatones a la hora de modelar el tránsito. Utilizando los resultados de este modelo en combinación con sistemas u agentes de control de tránsito, se puede organizar el tránsito de una gran ciudad como Beijing de manera colaborativa.

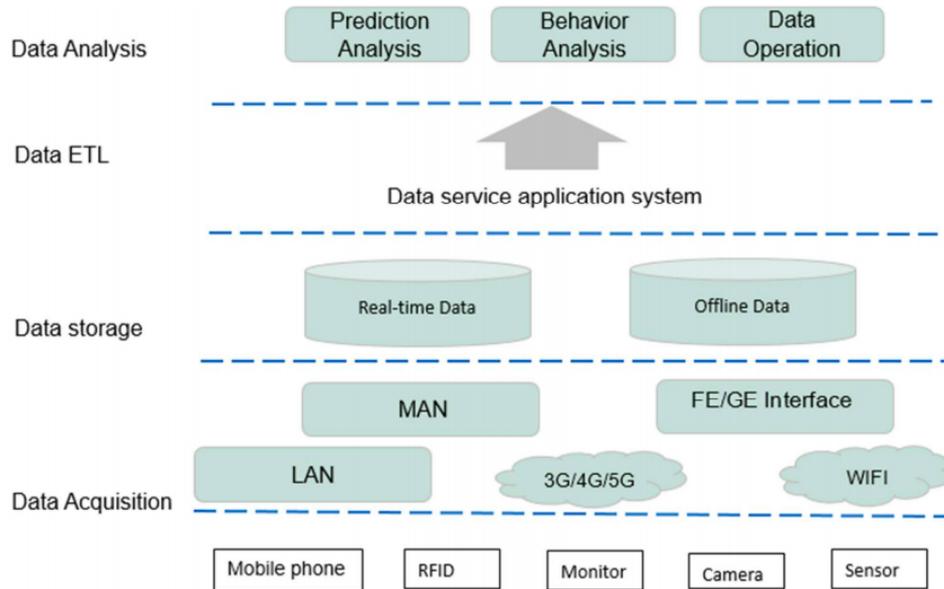


Figura 3: Arquitectura de sistema inteligente de transporte basado en Big Data - Wang, Z et al. (2018)

3. Problemática

En este trabajo el problema a tratar es la estimación del tiempo de espera de los usuarios en peajes ubicados en autopistas concesionadas a AUSA. Esta problemática nace a partir de experiencias propias y de usuarios de estas autopistas, en las cuales se dieron tiempos de espera excesivos en peajes en horarios pico. Las congestiones vehiculares no solo impactan a los usuarios que están esperando pasar el peaje, sino también repercute en colas de kilómetros de extensión sobre las autopistas.

4. Justificación del estudio

Diferentes autores han analizado el fenómeno de congestionamiento vehicular en contextos metropolitanos, sin embargo aún no se cuenta con un análisis cuantitativo del estado actual de los congestionamientos vehiculares para en la ciudad de Buenos Aires. El presente trabajo de investigación busca complementar las metodologías aplicadas a los centros urbanos, pero haciendo foco en comprender el comportamiento de los vehículos en puntos clave como son los peajes, ya que para el caso particular de los peajes en cuestión los mismos son puntos de entrada y salida a la ciudad.

5. Alcances y limitaciones del trabajo

5.1. Alcances

- Conocer el estado actual de los peajes de AUSA en términos de la capacidad de atención de vehículos.
- Proveer a los usuarios de las autopistas una estimación del tiempo que tendrán que esperar en peajes dadas variables contextuales y vehiculares.

5.2. Limitaciones

El trabajo se centra en el fenómeno de congestión que se da a la altura de las cabinas en plazas de peaje. Por lo tanto, no se incluye ni se propone una cantidad de óptima de carriles en los ingresos y egresos a las plazas, ni la distancia a partir de la cual la cantidad de carriles debe empezar a crecer o decrecer.

6. Hipótesis

En los peajes de las autopistas de Buenos Aires, la hora del día junto a la fecha y el precio del combustible permiten estimar el tiempo de espera en peajes.

Esta hipótesis contiene las siguientes variables:

- Hora: a los efectos del análisis a realizar, esta es una variable independiente y cuantitativa. Puede definirse nominalmente como el *momento del día determinado por el tiempo que marca el reloj* y operacionalmente se obtendrá a partir de las mediciones de los sensores ubicados en las cabinas de peaje.
- Fecha: variable independiente y cuantitativa, que puede definirse como el *tiempo determinado por el día, el mes y el año, en que se hace u ocurre una cosa*, y que en este análisis se obtiene de la misma manera que la hora anteriormente mencionada.
- Precio del combustible: variable contextual y cuantitativa. La misma depende del contexto económico de la región y corresponde al valor monetario de un litro de este hidrocarburo. La misma se obtiene a partir de datos publicados por YPF.
- Tiempo de espera en peajes: variable dependiente y cuantitativa, la cual se define como el tiempo transcurrido entre que un usuario comienza a esperar para pasar por la cabina de peaje, y el momento en el que efectivamente pasa. Este tiempo puede ser nulo, o puede ser notablemente mayor cuando existe una cola de vehículos frente a la cabina. Dado el conjunto de datos con el que se cuenta, este tiempo se estima a partir de diferencias entre mediciones de flujo vehicular para dos horas consecutivas dadas, y los tiempos estándar provistos por la concesionaria.

7. Objetivos

7.1. Objetivo general

Estimar de forma precisa el tiempo de espera en cabinas de peaje, a partir del uso de información contextual y vehicular.

7.2. Objetivos específicos

- Proponer un estimador del tiempo de espera a partir de un conjunto de datos que no provee este valor.
- Evaluar si variables contextuales de la región tienen un impacto significativo en el tiempo de espera o si este último depende en mayor porcentaje de variables relacionadas al tránsito y tiempo.
- Generar un modelo predictivo que permita hacer un pronóstico del tiempo de espera dadas ciertas condiciones de contorno.

8. Metodologías a utilizar

8.1. Técnicas

Las técnicas a utilizar son función de los objetivos específicos anteriormente nombrados. Para el caso de la estimación del tiempo de espera se hace uso de conceptos y leyes de teoría de colas. En lo que respecta al pronóstico de tránsito se utilizarán algoritmos de aprendizaje supervisado para pronósticos y predicciones.

8.2. Herramientas

Para la aplicación de las técnicas nombradas se utiliza el lenguaje de programación de alto nivel R [6], dadas las funcionalidades que el mismo provee para la realización de cálculos estadísticos. El mismo se utiliza dentro del contexto de la interfaz gráfica R Studio [7].

9. Resultados

Más de 1.5 millones de vehículos ingresan a la Ciudad de Buenos Aires diariamente. Como resultado, es usual ver las cabinas de peaje con múltiples vehículos haciendo cola para pasar durante las horas pico. El objetivo principal de esta sección es estimar el tiempo promedio que los conductores esperan para pasar un peaje dado. Para realizar esta estimación se utilizan dos métricas principales:

- El volumen de arribos λ , el cual indica la cantidad promedio de vehículos que llegan a una plaza de peajes en intervalos de una hora, la cual será la unidad de tiempo utilizada a lo largo de este análisis.
- El tiempo de servicio, es decir el promedio que requiere atender a un vehículo, se expresa como el ratio de vehículos por unidad de tiempo con la letra μ , donde el tiempo de servicio promedio es $1/\mu$.

Ambas métricas son promedios, ya que toman en cuenta tanto momentos donde existen colas como momentos donde no las hay. El ratio $\rho = \lambda/\mu$, conocido como la *intensidad de tránsito*, permite identificar el comportamiento promedio de las colas del sistema. Si $\rho < 1$ existe una probabilidad finita de que las colas puedan ser atendidas por el sistema, mientras que $\rho \geq 1$ implica que las colas se vuelven de longitud infinita.

El presente análisis se basa en las siguientes suposiciones:

- La cantidad de cabinas por plaza de peajes no se encuentra presente en el conjunto de datos provisto, y la distribución de cabinas de pago automático como cabinas de pago manual no es fija, sino que varía durante el día en función de la demanda. La cantidad total de cabinas de cada uno de los tipos de pago se obtuvo a través de observar las plazas de peajes utilizando Google Maps. Puede encontrar detalles acerca de la cantidad total de cabinas para cada plaza de peajes en la sección 12.1 del Anexo.
- El conjunto de datos no especifica el sentido del tránsito, ya sea de entrada o salida de la ciudad, sino que se encuentra agregado como caudal vehicular en intervalos de una hora. Por esta razón se considera que el sentido del tránsito vendrá dado por la hora del día: durante la hora pico de las mañanas el mayor porcentaje del caudal estará entrando a la ciudad, mientras que la hora pico de la tarde corresponderá al momento en el que estos vehículos salen de la ciudad.
- Todas las cabinas de peaje utilizan la misma tecnología de cobro manual o cobro automático, diferenciándose únicamente en el tiempo que lleva accionar la barrera.
- El tiempo de atención de un usuario es independiente del largo de la cola existente en una cabina dada.
- Como la granularidad máxima del conjunto de datos son intervalos de una hora, todo caudal vehicular de un intervalo dado se considerará atendido durante la duración del mismo, sin que haya un traspaso de vehículos de un intervalo al siguiente.
- La cantidad de cabinas por plaza de peajes es constante a lo largo de los años.

9.1. Estimación de intensidad de tránsito por plaza de peaje

La intensidad de tránsito ρ es función de la tasa de arribos λ , la tasa de servicio μ , y la cantidad de cabinas por peaje S [2]. A partir de estos tres parámetros se define que el sistema, representado por la plaza de peajes, será estable si y solo si

$$\rho = \frac{\lambda}{S\mu} < 1 \quad (1)$$

Si esta relación no se cumple, el sistema se considerará inestable, por lo que la longitud de las colas producidas tenderá a infinito. Las secciones 9.1.1 a 9.1.3 que se presentan a continuación detallan el procedimiento para calcular cada una de las componentes de esta relación.

9.1.1. Estimación de la tasa de arribos

Para estimar la tasa de arribos λ se utiliza la información más reciente provista en el conjunto de datos, correspondiente al mes de Enero de 2019. Se hace uso de información más reciente en lugar de un promedio del histórico dado que a lo largo de los años el volumen de vehículos que diariamente ingresan a la ciudad estuvo en constante incremento, y para esta sección del análisis el interés está centrado en conocer el estado actual.

La Figura 4 ilustra el volumen de vehículos que atraviesan las cabinas de cada una de las plazas de peaje para cada hora del día. En la misma se aprecia que el comportamiento del caudal vehicular a lo largo del tiempo es similar para todas las plazas de peaje: durante la madrugada el caudal se encuentra en su mínimo, y los máximos se dan en las horas pico tanto entre las 8 y las 10 de la mañana, como durante la tarde entre las 6 y las 7 de la tarde. Sin embargo, puede

apreciarse una diferencia de órdenes de magnitud entre grupos de plazas de peaje. Los peajes *Avellaneda*, *Dellepiane* y *Retiro* reciben el mayor volumen de vehículos por hora, seguidos por el peaje *Alberti*, y por último los peajes *Sarmiento* y *Salguero*.

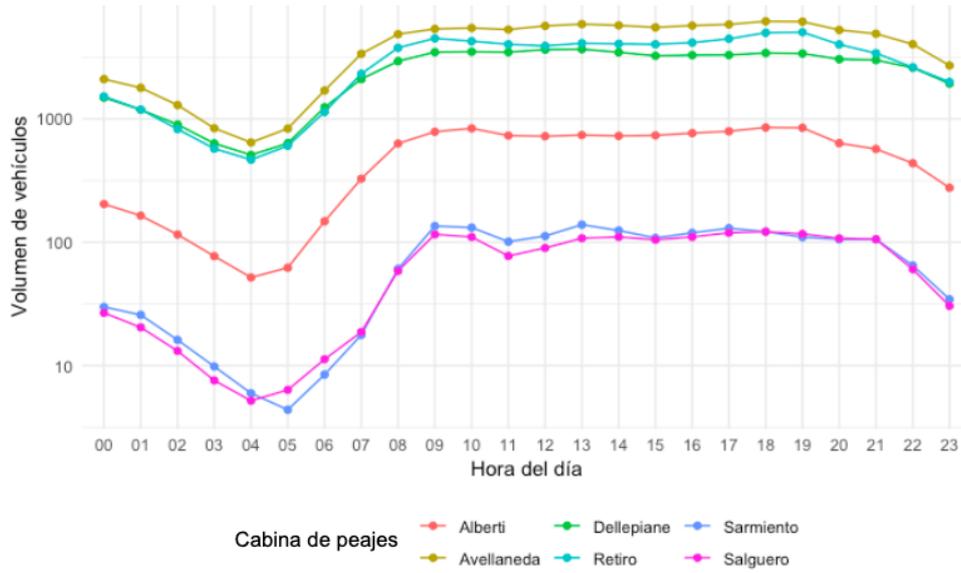


Figura 4: Volumen promedio por hora de vehículos por peaje.

9.1.2. Estimación de la tasa de atención

El conjunto de datos provisto no cuenta con información del tiempo de atención promedio de los vehículos. Por esta razón, en este trabajo se utiliza una muestra de tiempo de atención tomada en la plaza de peajes Alberti³, con el objetivo de conocer los tiempos de atención promedio para usuarios de pago tanto automático como manual.

La distribución del tiempo de atención $1/\mu$ para cada una de las formas de pago se encuentra ilustrada en la Figura 5. En la misma se presentan dos funciones de densidad de probabilidad, donde la correspondiente al pago automático se encuentra centrada en $t_a = 1/\mu_a = 6,13$ segundos, mientras que la correspondiente al pago manual está centrada en $t_m = 1/\mu_m = 24,02$ segundos.

A partir de la información de volumen vehicular de 2019 para el peaje Alberti, se observa que en promedio el 42,16% de los vehículos que pasan por el mismo pagan de forma automática, mientras que el restante 57,84% utiliza pago manual.

Contando con la distribución de tiempos de atención y los porcentajes de uso de cada uno de los medios de pago, se define la tasa de atención μ como

$$\mu = \frac{1}{\alpha_a t_a + \alpha_m t_m} \quad (2)$$

donde α_a es el porcentaje de pagos automáticos por hora, $\alpha_m = 1 - \alpha_a$ es el porcentaje de pagos manuales por hora, t_a es el tiempo de atención en cabinas de pago automático por hora, y t_m es el tiempo de atención en cabinas de pago manual por hora. Para el caso particular de la plaza de peajes Alberti la tasa de servicio por hora, resultante de realizar el cálculo anterior, se ilustra en la Figura 6.

³Los valores asociados al tiempo de espera en cabinas de peaje se encuentran disponibles en formato CSV en GitHub <https://github.com/tulians/traffic/blob/master/datasets/sources/attention.csv>

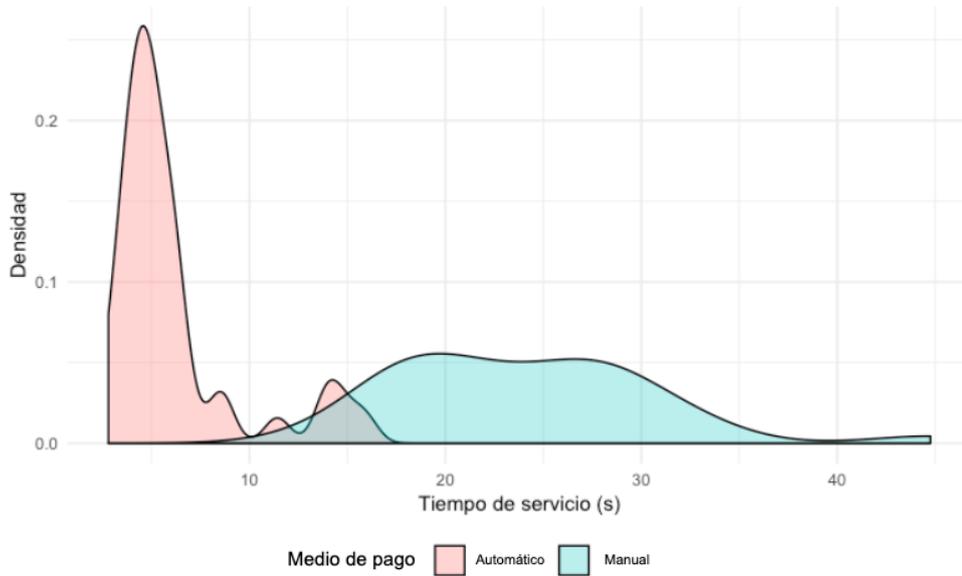


Figura 5: Tiempo de atención promedio por vehículo para cada forma de pago.

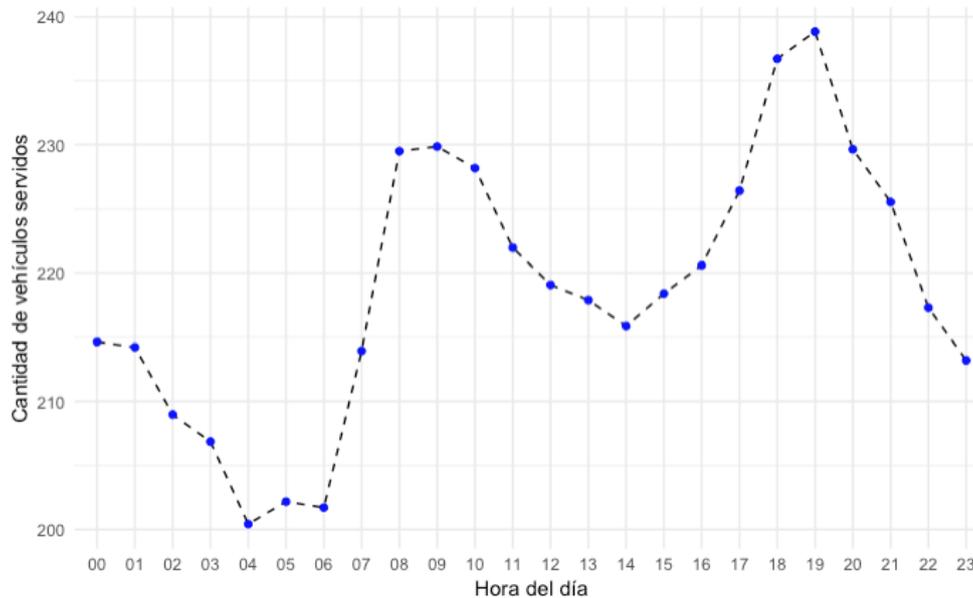


Figura 6: Tasa de atención por hora por cabina del peaje Alberti.

Al suponer que todas las cabinas de peaje utilizan la misma tecnología de cobro manual o cobro automático, el razonamiento anterior puede extenderse al resto de los peajes de AUSA, los cuales presentan una distribución de la tasa de atención similar a la del peaje Alberti.

La Figura 7 muestra la capacidad de atención de cabinas de peajes individuales para cada uno de los peajes que utilizan cabinas. Este no es el caso de los peajes Sarmiento y Salguero, los cuales utilizan una tecnología de pago automático basada en RFID que no requiere cabinas físicas. Es por esta razón que estos dos peajes no fueron incluidos en la Figura 7.

9.1.3. Estimación de la intensidad de tránsito

La intensidad de tránsito o utilización ρ se define a partir de la tasa de arribos, la tasa de atención, y la cantidad de servidores. Realizando el cociente de las dos tasas anteriormente calculadas, y haciendo uso de la cantidad de servidores de cada una de las plazas de peaje, la

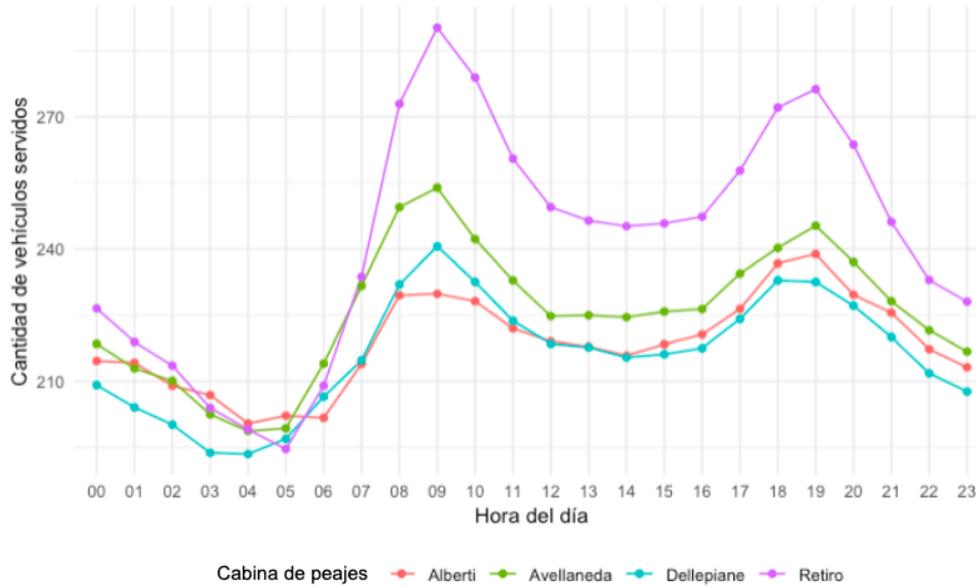


Figura 7: Tasa de atención por hora por cabina para todos los peajes que utilizan cabinas.

utilización de cada una de ellas se comporta como se indica en la Figura 8.

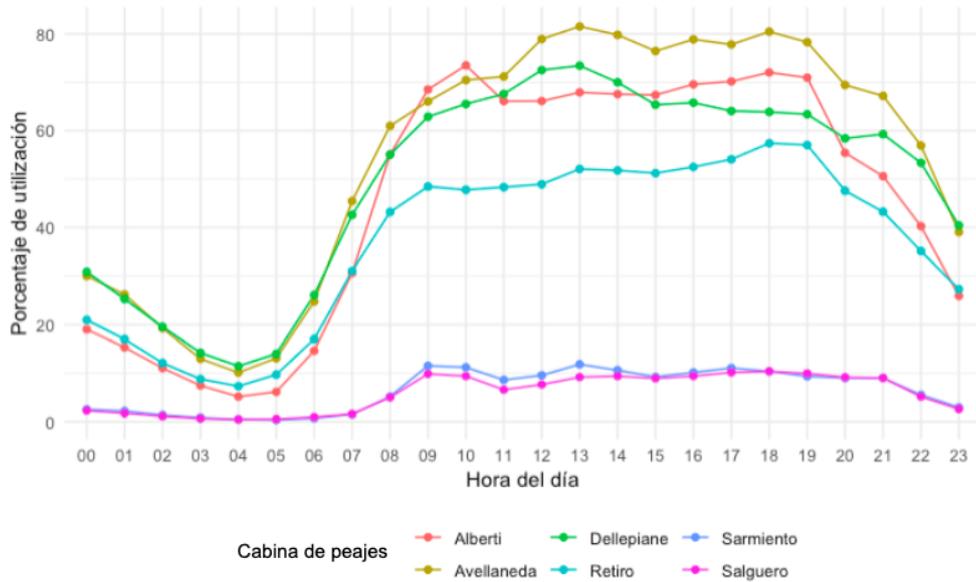


Figura 8: Utilización por hora por plaza de peaje.

A partir de la misma se observan los intervalos de tiempo durante los cuales el sistema se encuentra en mayor uso. En particular:

- El peaje Alberti tiene sus horas pico a las diez de la mañana con un 73.5 % de utilización, y a las seis de la tarde con un 72 % de utilización.
- El peaje Avellaneda tiene su primer hora pico a la una de la tarde con un 81.5 % de utilización, y su segundo pico a las seis de la tarde con un 80 % de utilización.
- En tercer lugar, el peaje Dellepiane tiene una única hora pico a la una de la tarde, con una utilización del 73.4 %.

- El peaje Retiro tiene una primer hora pico a la una de la tarde con 52 % de utilización, y una segunda hora pico entre las seis de la tarde y las ocho de la noche con una utilización del 57 % promedio.
- Por último, los peajes Sarmiento y Salguero tienen baja utilización dado que son entradas secundarias a la autopista Illia, donde el peaje Retiro es predominante. Aún así, la mayor utilización de los mismos se hace a las nueve de la mañana, con un 11.5 % promedio.

Estos picos de utilización se pueden observar también en el mapa de calor de la Figura 9.

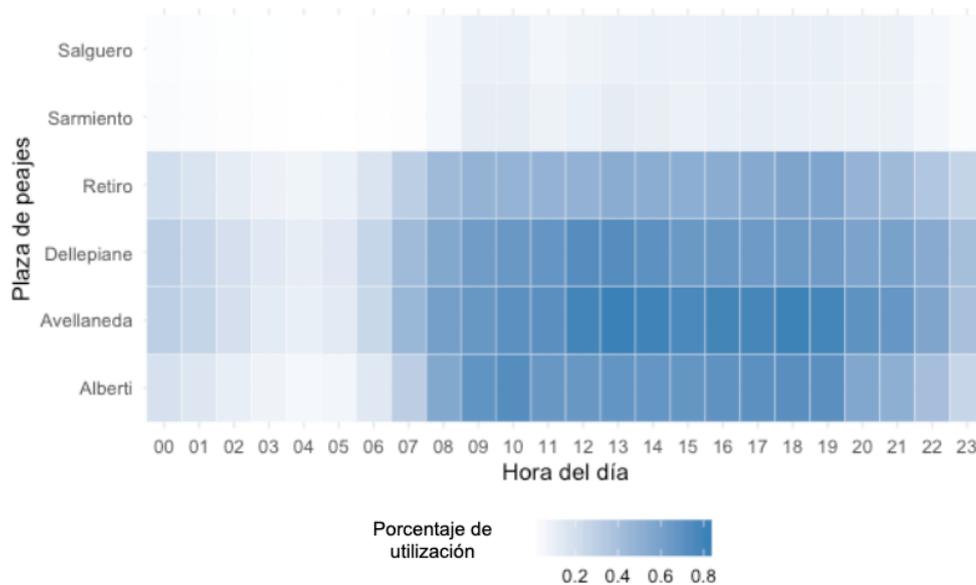


Figura 9: Porcentaje de utilización por hora de cada plaza de peaje.

9.2. Modelado del sistema como M/M/S

Cada una de las plazas de peaje se considera como un sistema modelado como M/M/S [4], donde:

- La primer M indica que la distribución de los arribos de vehículos es de tipo Poisson con media λ .
- La segunda M indica que la tasa de atención μ tiene distribución exponencial, el cual se traduce en un tiempo promedio de atención $1/\mu$.
- La S indica la cantidad de servidores, quienes atienden por orden de llegada, esto es, con una política First-In-First-Out.

Modelar los sistemas como M/M/S permite conocer características de estos sistemas [2], tales como la probabilidad de contar con cabinas no utilizadas, y la longitud promedio de las colas. Utilizadas en conjunto, estas dos métricas permiten estimar el tiempo de espera, tanto en colas como en el sistema.

9.2.1. Probabilidad de contar con un sistema ocioso

La probabilidad P_0 de no contar con vehículos en el sistema en un momento del tiempo dado se define como

$$P_0(S, \rho) = \left[\sum_{n=0}^{S-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^S}{S!(1 - \frac{\rho}{S})} \right]^{-1} \quad (3)$$

donde S representa la cantidad de cabinas por plaza de peajes, y ρ la utilización promedio la plaza de peajes [2]. Esta probabilidad es utilizada como uno de los bloques principales para el cálculo de las métricas más complejas que se encuentran a continuación.

9.2.2. Longitud promedio de las colas

Para el caso general de S servidores en un sistema, y reutilizando la definición de P_0 , la longitud promedio de las colas [2], en cantidad de vehículos por servidor del sistema, se estima a partir de

$$L_q(S, \rho) = \frac{P_0 \rho^{S+1}}{S! S (1 - \frac{\rho}{S})^2} \quad (4)$$

9.2.3. Tiempo de espera promedio en colas

A partir de la definición anterior de la longitud promedio de las colas L_q , el tiempo de espera en las mismas se calcula como

$$W_q(S, \rho, \lambda) = \frac{L_q(S, \rho)}{\lambda} \quad (5)$$

donde λ representa el volumen de vehículos que pasan por hora por una plaza de peajes dada [2].

9.2.4. Ejemplo de tiempo de espera para el peaje Alberti a las 10am

Las Figuras 8 y 9 se construyen utilizando la cantidad nominal de cabinas por plaza de peajes, esto es, la totalidad de las cabinas que cada uno de las plazas tiene. Sin embargo, pueden darse situaciones donde el número de servidores S sea menor al total, por ejemplo si existe una avería en la barrera de una cabina, impactando directamente el tiempo de espera dada la influencia de S en la definición de ρ .

El Cuadro 1 indica la longitud promedio de las colas L_q , el tiempo de espera promedio en colas W_q , la probabilidad de un sistema ocioso P_0 , y la utilización ρ , para el sistema de la plaza de peajes Alberti, en función del número de servidores S , para la primer hora pico del día (10am).

Cuadro 1: Variación del tiempo de espera en función del número de servidores.

S	L_q	W_q	P_0	ρ
1	∞	∞	0	1
2	∞	∞	0	1
3	∞	∞	0	1
4	9,324984572	40,0380224	0,008843958	0,9186452
5	1,207561118	5,18481920	0,020681405	0,7349162
6	0,334325677	1,43547036	0,023982743	0,6124301
7	0,104182970	0,44732300	0,024955116	0,5249401
8	0,032699484	0,14039945	0,025243968	0,4593226
9	0,009941496	0,04268509	0,025328054	0,4082868
10	0,002879719	0,01236444	0,025351631	0,3674581

Las primeras tres entradas del Cuadro 1 muestran que si el sistema cuenta con menos de cuatro cabinas activas en un determinado momento el mismo puede volverse inestable, resultando así en colas infinitas, y por lo tanto un tiempo de espera infinito.

La plaza de peajes Alberti cuenta actualmente con cinco cabinas de atención funcionando en simultáneo. A partir de los resultados del Cuadro 1, para esta cantidad de servidores el tiempo de espera promedio para un vehículo dado será de 5.18 segundos, dado que se debe esperar en una cola de 1.2 vehículos en promedio.

Analizando la columna de utilización ρ del Cuadro 1, se observa que la misma disminuye a medida que se incrementa el número de cabinas S en la plaza de peajes. La Figura 10 muestra la magnitud de estas disminuciones en puntos porcentuales, a partir de calcular $\rho_S - \rho_{S+1}$. De todas las diferencias realizadas, la de mayor magnitud es $\rho_5 - \rho_4 = 0,918 - 0,734 = 0,184$. Esto indica que pasar de un sistema con cuatro cabinas a uno de cinco cabinas resulta en una disminución de la utilización del 18.4%. Si se continua agregando cabinas al sistema se obtiene una utilización progresivamente menor, pero la diferencia en utilización entre una cantidad de cabinas S y otra $S + 1$ no será superior a la diferencia $\rho_5 - \rho_4$ obtenida para cinco cabinas. Este resultado coincide con las cinco cabinas físicas que existen en la plaza de peajes Alberti actualmente.

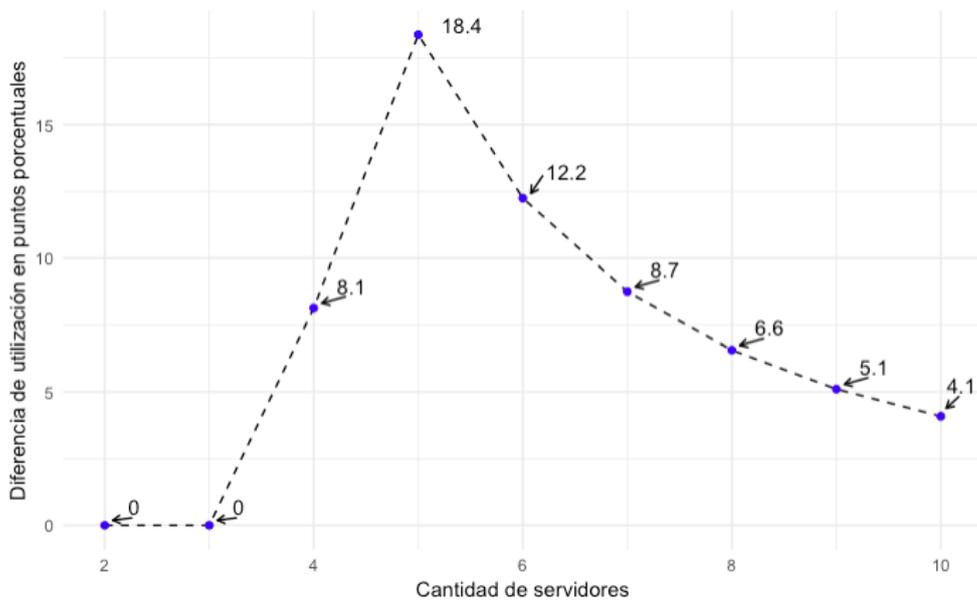


Figura 10: Reducción de la utilización al incorporar nuevas cabinas de cobro.

Este conjunto de métricas aplicado a las demás plazas de peajes se encuentra detallado en la sección 12.2 del Anexo.

9.2.5. Cantidad mínima de cabinas por plaza de peajes

En el ejemplo de Cuadro 1 la cantidad mínima de cabinas para que el sistema Alberti sea estable es cuatro cabinas. El sistema resulta estable dado que el cociente $\frac{\lambda}{4\mu} = 0,9186452 < 1$ para la primer hora pico, lo cual implica que $\frac{\lambda}{\mu} = 3,6745808$. Por lo tanto, la cantidad mínima de cabinas puede estimarse a partir de

$$S = \left\lceil \frac{\lambda}{\mu} \right\rceil \quad (6)$$

Utilizando los momentos del día donde las plazas de peaje están en su mayor utilización, la cantidad mínima de cabinas que debe tener cada una de ellas se detalla en el Cuadro 2.

Cuadro 2: Cantidad mínima de cabinas para atender el mayor volumen de arribos.

Nombre	Cantidad real	Cantidad mínima	Diferencia
Alberti	5	4	1
Avellaneda	32	27	5
Dellepiane	23	17	6
Retiro	32	19	13
Sarmiento	2	1	1
Salguero	2	1	1

A partir de la columna *Diferencia* del Cuadro 2 se interpreta que todas las plazas de peaje cuentan con una cantidad suficiente de cabinas para atender el volumen de vehículos que reciben diariamente. En particular, las plazas de peaje que atienden la mayor cantidad de vehículos, *Avellaneda*, *Dellepiane*, y *Retiro*, cuentan con más cabinas de lo estrictamente necesario.

Sin embargo, esta cantidad mínima de cabinas se calcula a partir de tasas promedio, lo cual implica que pueden darse situaciones donde el volumen de vehículos sea mayor al que se puede atender con las cabinas disponibles, y situaciones donde cierto porcentaje de las cabinas no están siendo utilizadas. Es posible que el excedente de cabinas en las plazas de peaje *Avellaneda*, *Dellepiane*, y *Retiro* exista para cubrir situaciones de porcentajes de utilización mayores al promedio de cada una de las plazas.

9.3. Impacto del precio del combustible sobre el tiempo de espera en colas

En esta sección se realiza un análisis del comportamiento del precio del combustible desde el año 2008 hasta la actualidad, con el objetivo de evaluar si el mismo tiene un impacto en el tiempo de espera en colas de plazas de peaje.

9.3.1. Evolución del precio del combustible

Yacimientos Petrolíferos Fiscales (YPF) reporta mensualmente el precio de sus cuatro tipos de combustible principales: nafta super, nafta premium, nafta euro, y gasoil. Debido al fenómeno inflacionario de Argentina, el precio en pesos argentinos de estos combustibles ha estado en continuo aumento desde 2008 hasta 2019, como ilustra la Figura 11.

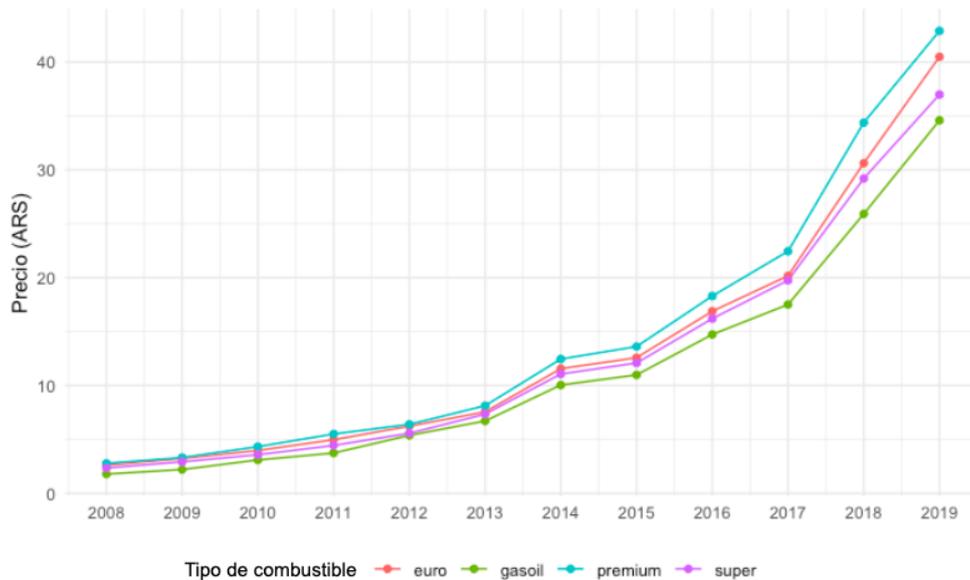


Figura 11: Incremento en pesos argentinos del precio del combustible.

Sin embargo, no es posible hablar de un incremento en el precio del combustible dado que el valor del peso argentino en términos de poder adquisitivo no es el mismo en 2019 que en 2008. Es por esta razón que es necesario tomar en cuenta el incremento del tipo de cambio entre pesos argentinos y dólares norteamericanos⁴. La Figura 12 muestra el incremento del precio promedio del combustible versus el tipo de cambio promedio anual de pesos argentinos a dólares norteamericanos, a fin de conocer el comportamiento del precio del combustible medido en esta última moneda.

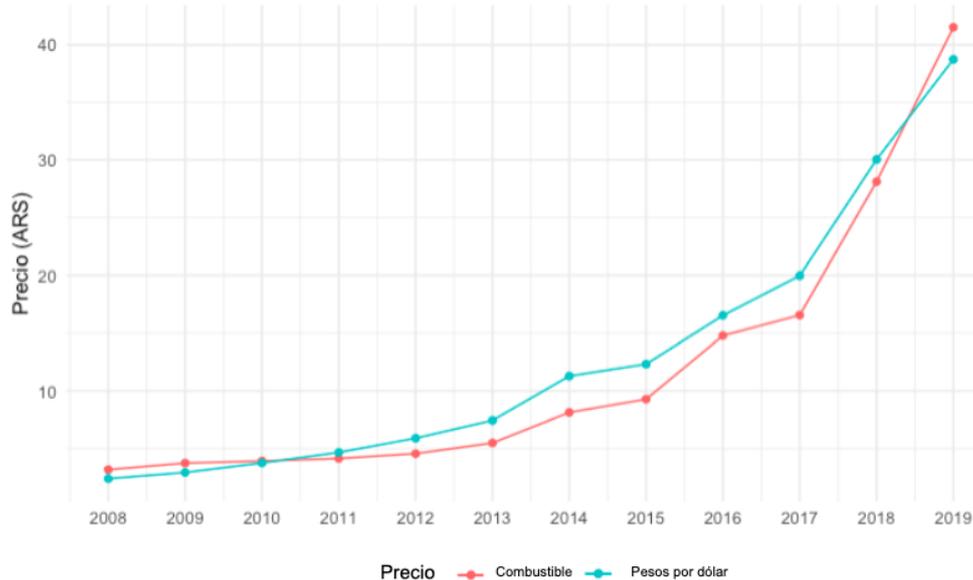


Figura 12: Evolución del precio del combustible y el tipo de cambio.

La Figura 12 permite apreciar la relación existente entre el aumento del precio del combustible y el aumento del tipo de cambio, sustentada por una correlación del 98.7%. El cociente de estas

⁴El tipo de cambio promedio mensual de pesos argentinos a dólares norteamericanos puede obtenerse desde el portal del Banco Central de la República Argentina. https://www.bcra.gov.ar/PublicacionesEstadisticas/Evolucion_moneda.asp

dos series, presentado en la Figura 13, muestra la variación del precio del combustible en dólares norteamericanos.

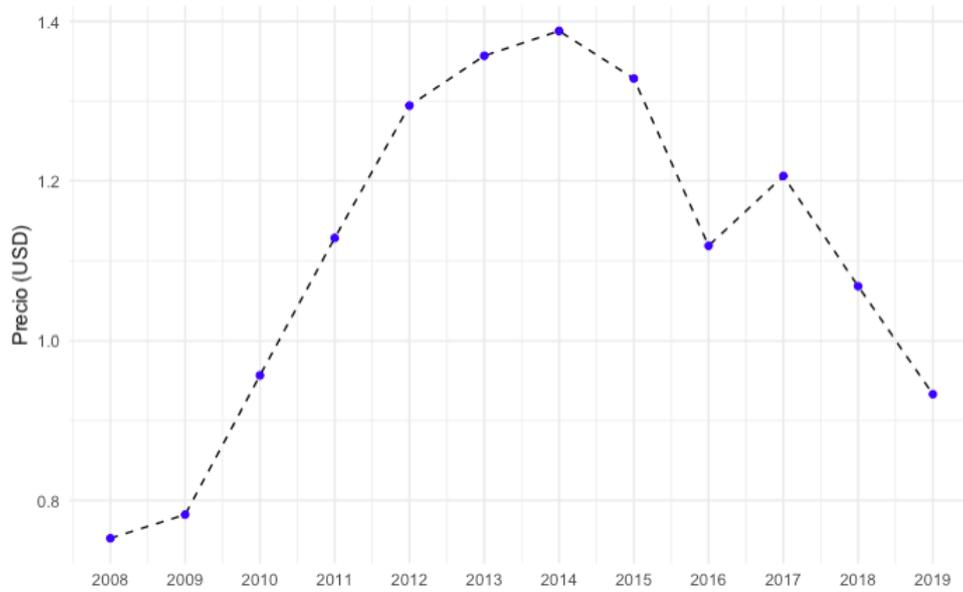


Figura 13: Comportamiento del precio del combustible expresado en dólares norteamericanos.

A lo largo de los años el precio del combustible expresado en dólares norteamericanos no varía significativamente, y se encuentra estable alrededor del precio promedio de 1.11 dólares por litro.

9.3.2. Relación entre el precio del combustible y el tiempo de espera en colas

En la sección 9.2 se detalla la relación existente entre la tasa de arribos λ y su impacto sobre el tiempo de espera W_q a través de la utilización ρ . Es de interés para esta sección conocer si el incremento del precio del combustible genera una caída del volumen de vehículos, reduciendo así la tasa de arribos y como resultado del tiempo de espera en colas promedio.

Como primer paso de este análisis se selecciona únicamente la información correspondiente al caudal vehicular a partir del año 2015 en adelante. Esto se debe a que para años anteriores el volumen vehicular es un orden de magnitud menor que del 2015 en adelante, lo cual puede deberse a un error en la confección o medición del volumen⁵. De modo tal que los datos sean consistentes, sólo se incluye el precio del combustible desde Enero de 2015 hasta Diciembre de 2018.

Para identificar los incrementos y caídas tanto en el caudal vehicular como en el precio del combustible, se calcula la primer diferencia de cada una de estas series. Esta operación consiste en calcular $X_{i+1} - X_i, \forall i \in \mathbb{Z} : 1 \leq i \leq 47$, donde X_i representa el valor de la serie para el mes i , e i es cada uno de los meses entre Enero de 2015 y Diciembre de 2018. En función del signo del resultado de $X_{i+1} - X_i$ se puede saber si en entre un mes y el siguiente hubo un aumento o una caída en la serie.

La Figura 15 muestra el resultado de aplicar la operación de diferencias anteriormente definida a las series de tiempo correspondientes al precio del combustible, denominada ∇C , y el caudal vehicular, denominada ∇V . En particular la serie en diferencias del precio del combustible se encuentra retrasada una unidad de tiempo, lo cual resulta en rotar hacia adelante en el tiempo los valores de las diferencias de precio de combustible. Esta operación se conoce como *lag* y se

⁵Los detalles acerca de la diferencia en órdenes de magnitud entre los años 2014 y 2015 se encuentran documentados en un análisis descriptivo del conjunto de datos. <https://github.com/tulians/traffic/tree/master/descriptive#increment-in-traffic>

define como $LX_t = X_{t-1}, \forall t > 1$. De este modo el valor asociado para la diferencia entre Febrero y Enero⁶ de 2015 pasará de la posición 1 a la 2, la diferencia entre Marzo y Febrero de 2015 pasará de la posición 2 a la 3, y siguiendo este proceso se llega al último cambio que consiste en descartar la diferencia en la posición 47 entre Diciembre y Noviembre de 2018 y reemplazarla por la diferencia entre Octubre y Noviembre de 2018. De esta manera, al comparar el signo de los valores de $L\nabla C_i$ con ∇V_i para $1 < i < 47$, se valida si un incremento en el precio del combustible durante un mes dado tuvo impacto en el volumen de vehículos en el siguiente mes.

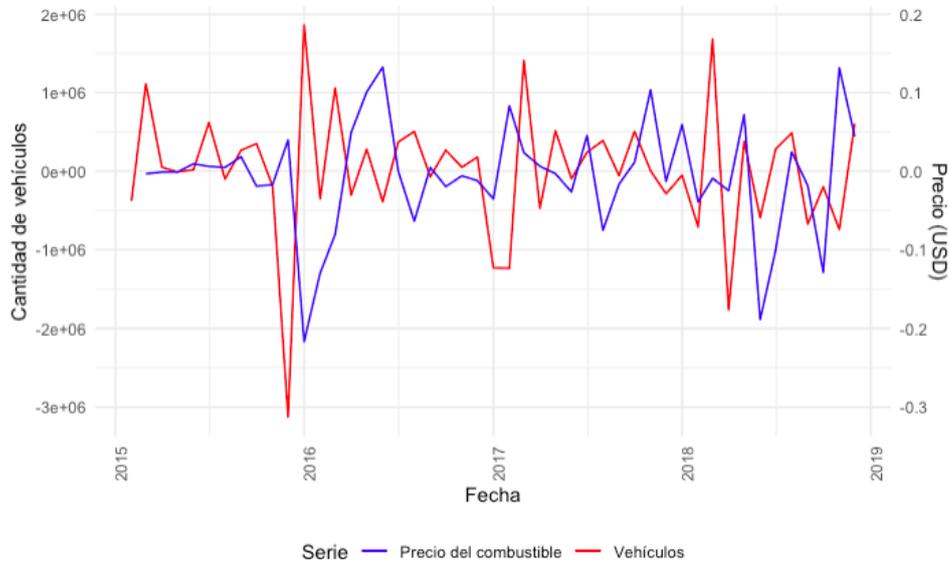


Figura 14: Impacto de las variaciones de precio del combustible en un mes i en la cantidad de vehículos para el mes $i + 1$.

Existen instancias en las cuales un incremento en el precio del combustible, esto es $L\nabla C_i > 0$ para un mes i , se tradujo a una caída del caudal vehicular, identificado a partir de $\nabla V_i < 0$. Por ejemplo, durante el mes de Noviembre de 2015 (identificado con $i = 12$) hubo un incremento en el precio del combustible de $L\nabla C_{12} = 0,039$ mientras que al mismo tiempo se registró una caída de $\nabla V_{12} = -3,126,068$ vehículos entre principios de Noviembre y principios de Diciembre de 2015. Realizando la comparación de signos entre $L\nabla C_i$ y ∇V_i para todos los meses en cuestión, se obtiene que solo en el 50 % de las comparaciones un valor de $L\nabla C_i > 0$ resulta en $\nabla V_i < 0$, y viceversa.

En función de estos porcentajes, y el hecho de que la correlación entre los incrementos de precio y las caídas en caudal vehicular es -0.011, no se encuentra evidencia suficiente para relacionar las variaciones en el precio de combustible con las variaciones en el volumen de vehículos que transitan en autopistas. Esto resulta en una falta de relación directa entre el precio del combustible y el tiempo de espera en colas.

9.4. Predicción del tiempo de espera

Dada la metodología presentada en la sección 9.2.3 para la estimación del tiempo de espera, se procede a calcular dicha métrica para cada uno de los registros del conjunto de datos. El objetivo de esta operación es transformar este conjunto para ser utilizado en un algoritmo de predicción,

⁶La primera posición de la serie rotada no se encuentra definida, ya que no se realiza la operación de rotación de forma circular

que permita conocer para fechas y horas futuras el tiempo de espera que habrá en una plaza de peajes dada.

Como resultado de esta operación se agregó una nueva columna al conjunto de datos con el tiempo de espera asociado a cada fila. Este nuevo conjunto de datos cuenta con 10.14% de sus filas con valores de utilización mayores al 100%. Esto implica que la tasa de arribos fue superior a la tasa de atención que pudo proveer cada plaza de peajes. La Figura 15 muestra la distribución de intervalos horarios en los cuales se dieron estas situaciones.

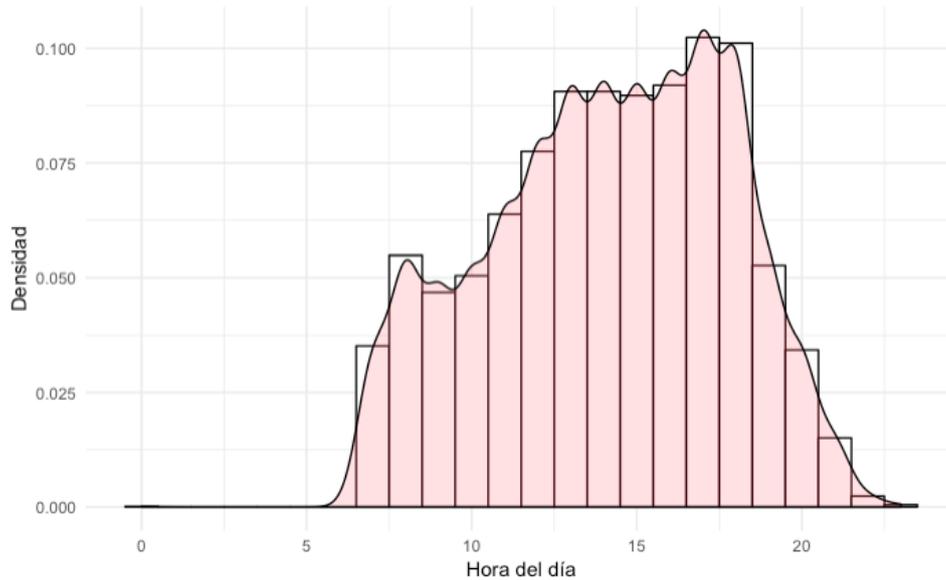


Figura 15: Distribución de horarios con utilización mayor al 100%.

Puede apreciarse que los momentos con mayor congestión vehicular son aquellos entre las 17 y las 19 horas. Como una utilización mayor al 100% implica un tiempo de espera infinito (dadas colas de longitud infinita), es probable que las barreras de los peajes se hayan abierto para aliviar la gran congestión vehicular. Esta acción se lleva a cabo con el objetivo de que el volumen de vehículos λ disminuya lo suficiente hasta ser estrictamente menor que la capacidad de atención $S \cdot \mu$, y pueda ser atendido por las cabinas. La relevancia de este fenómeno por plaza de peajes se detalla en el Cuadro 3.

Cuadro 3: Porcentaje de ocurrencias de apertura de barreras.

Nombre	Apertura (%)
Alberti	16.75
Avellaneda	23.87
Dellepiane	14.15
Retiro	2.9
Sarmiento	0
Salguero	0

Como las condiciones en las cuales se da la sobre-demanda de atención violan los principios de estacionaridad que requiere un sistema modelado bajo M/M/S, dado por $\lambda < S \cdot \mu$, estos registros no se consideran para el armado del modelo predictivo.

9.4.1. Modelo de predicción

Dadas las limitaciones presentadas en la sección anterior relacionadas a los valores considerados para la regresión, se procede a la selección de un modelo predictivo para la estimación de tiempos de espera futuros. Los datos utilizados provienen de una serie de tiempo conformada por las medianas de los tiempos de espera diarios para la plaza de peajes Alberti.

La Figura 16 presenta la descomposición de esta serie de tiempo en sus componentes de tendencia, estacional, y aleatoria. A partir de una lectura de la componente de tendencia, y de realizar un test de raíces unitarias KPSS [9], se puede concluir que la serie en cuestión no es estacionaria, por lo que en función del modelo de predicción a utilizar, se tendrá que trabajar con la serie original, o la serie en diferencias.

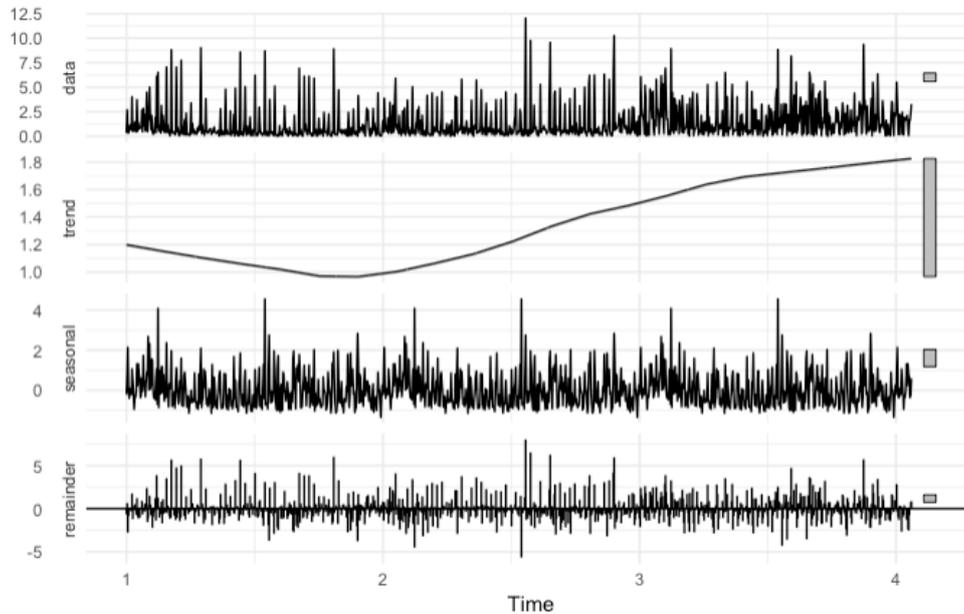


Figura 16: Descomposición STL de la serie correspondiente a los años 2016 a 2019 del peaje Alberti.

Para la creación de los modelos de predicción detallados a continuación se hace uso del paquete `forecast` de R [3], dentro del cual se encuentran el modelo ETS, utilizado para crear modelos de *Suavizamiento exponencial*, y el modelo ARIMA, para modelos *Autorregresivos integrados de media móvil*. Los modelos resultantes son luego comparados entre sí, a partir de la métrica AIC (siglas para el inglés *Akaike information criterion*) [1], la cual provee una estimación de la calidad de un modelo relativa a otros.

La Figura 17 ilustra la predicción resultante del modelo ETS. Dicha predicción se realizó sobre la serie de tiempo original no estacionaria, dado que no es una restricción del modelo ETS contar con una serie estacionaria para realizar la predicción. El modelo resultante cuenta con un valor del índice AIC de 8626.827, y fue del tipo $ETS(A,N,N)$ donde:

- La letra A indica que los errores son modelados de forma aditiva,
- La primer N indica que no existe una tendencia,
- La segunda N que no existe una estacionalidad.

Estos parámetros del modelo ETS fueron elegidos por el algoritmo `ets` del paquete `forecast`. Sin embargo, este modelo suele ser más efectivo para series donde no hay una clara tendencia o estacionalidad, lo cual no sucede en este caso.

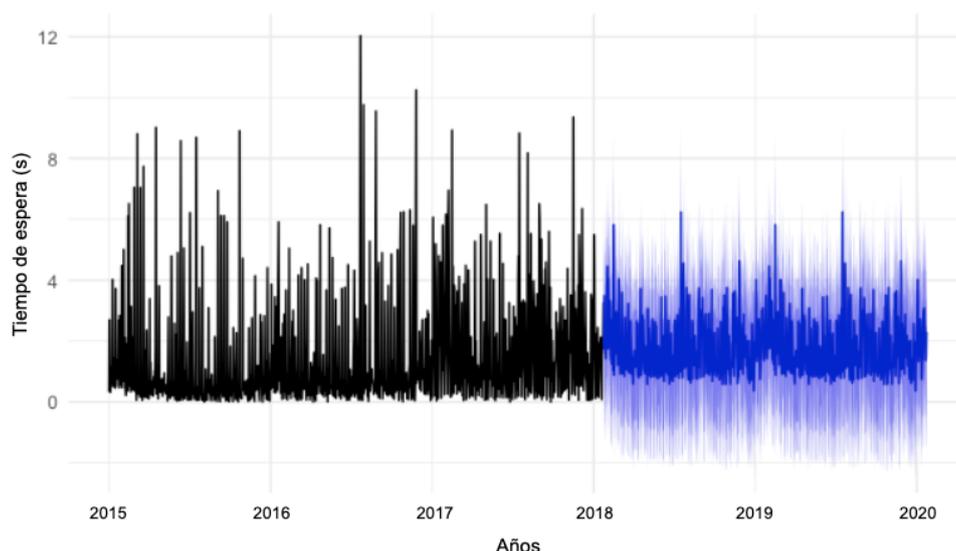


Figura 17: Predicción de la mediana de los tiempos de espera diarios para 2019 y 2020 utilizando ETS.

Con el objetivo de contrastar la performance de diferentes modelos, se calcula el modelo resultante de aplicar ARIMA sobre la serie de tiempo anterior. Como el modelo ARIMA requiere trabajar sobre una serie de tiempo estacionaria, y como se verificó anteriormente mediante el test de raíces unitarias KPSS, se realiza una primer diferencia sobre esta serie, la cual la vuelve adecuada para aplicar el modelo ARIMA. Esto se debe a que se elimina la tendencia y se estabiliza la varianza. Del uso de `auto.arima`, también parte del paquete `forecast`, se obtiene un modelo con índice AIC de 4296.63, menor al obtenido mediante el modelo ETS, y cuyas predicciones se presentan en la Figura 18. Este resultado indica que mediante el uso del modelo ARIMA sobre esta serie de tiempo particular el modelo predictivo es más confiable. El modelo estacional resultante es de tipo $ARIMA(4,1,3)(0,1,0)$, donde:

- $p = 4$ representa el orden del modelo autoregresivo,
- $d = 1$ representa la cantidad de veces que se le aplicó diferencias a la serie,
- $q = 3$ representa el orden del modelo de media móvil,
- $P = 0$ indica que no hay términos autoregresivos estacionales,
- $D = 1$ indica que se realizó una diferencia sobre la componente estacional serie,
- $Q = 0$ indica que no hay términos de media móvil estacionales.

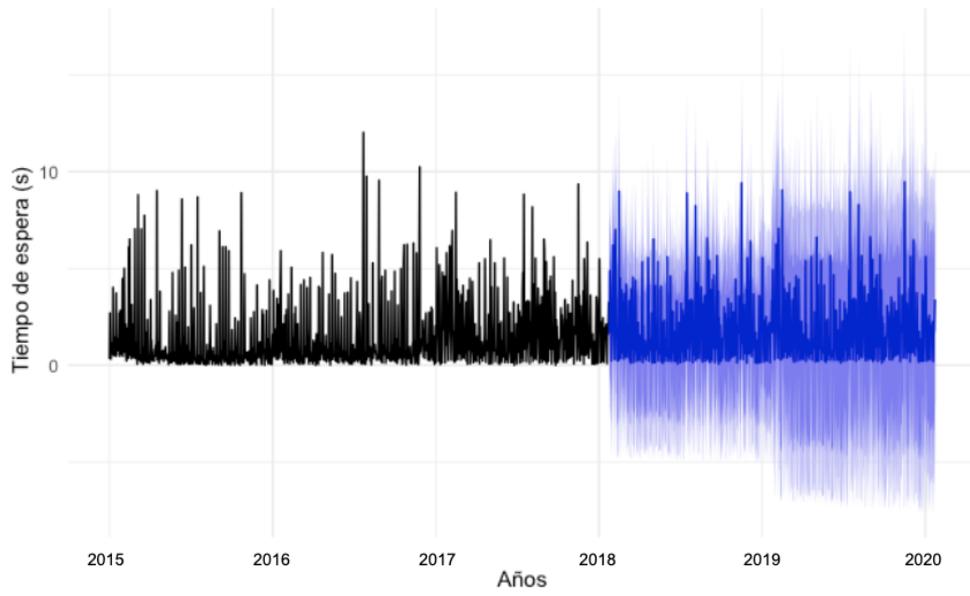


Figura 18: Predicción de la mediana de los tiempos de espera diarios para 2019 y 2020 utilizando ARIMA.

10. Discusión

Haciendo uso de modelos basados en *teoría de colas* se logró estimar el tiempo de espera en cabinas de peaje para cada una de las plazas de peaje de la Ciudad de Buenos Aires. Estos resultados representan un reporte del estado *actual* de dichas plazas de peaje, y permiten generar estimaciones de estados futuros.

A falta de datos oficiales, la estimación del tiempo de espera se encuentra basada en una muestra de tiempo de atención tomada mediante un cronómetro manual, durante la mañana de un día Sábado, en la plaza de peajes Alberti. Si bien los tiempos de atención promedio cuentan con un error inherente a la medición manual, se siguió un procedimiento de medición estricto para minimizar cualquier excedente o faltante de tiempo en cada observación, midiendo el ingreso y egreso de vehículos en sectores particulares de la cabina de peajes. No obstante, es importante remarcar este punto como una *limitación*, dado que la muestra es representativa de una única plaza de peajes, y de la velocidad de atención para el pago manual para dicho momento del día.

Por otro lado se verificó que el impacto del incremento en el precio del combustible no es significativo en las variaciones del caudal vehicular. Ya que este último es uno de los factores que definen el tiempo de espera, se concluye que, en términos de variables contextuales, el precio del combustible no es un factor que modifique o permita conocer el tiempo de espera en un determinado momento.

El modelo predictivo de tiempo de espera obtenido mediante el modelo ARIMA nos indica que el tiempo de espera para los años 2019 y 2020 sigue la tendencia incremental inherente a la serie de tiempo de caudal vehicular con la que se cuenta. Estos tiempos de espera futuros se encuentran dentro de las capacidades actuales de las plazas de peaje, y no presentan un incremento de tiempo significativo, por lo que no es necesaria una expansión del número de cabinas.

Como recomendación para trabajos futuros, se sugiere contar con información de tiempo de atención para las plazas de peaje de interés, con una granularidad que permita apreciar las *variaciones* de este tiempo a lo largo del día. Esta variación en el tiempo de atención no fue considerada en la presente investigación, pero es una variable a contemplar para mejorar las estimaciones. Estimaciones más precisas permitirían confirmar si situaciones de sobre-demanda realmente sucedieron, o si son producto del uso de un tiempo de atención promedio.

11. Conclusiones

El presente trabajo de investigación aporta un análisis original acerca del estado de las plazas de peaje específicas de Buenos Aires. En primer lugar, se rechaza la hipótesis planteada en la sección 6, al verificarse que variables como el precio del combustible no son lo suficientemente significativas para asegurar una influencia en el tiempo de espera. Este último se encuentra influenciado por el día de la semana y la hora del día.

Como segundo punto, modelar el problema original como un sistema con múltiples servidores en paralelo permite hacer uso técnicas de teoría de colas sobre la información de volumen vehicular y tiempos de atención de las plazas de peaje. De esta manera se obtiene un estimador del tiempo de espera escalable a múltiples plazas de peaje y tipos de vehículos.

Pur último, utilizando el estimador de tiempo de espera al conjunto de datos original, se obtiene una serie de tiempo a la cual se le aplica el modelo ARIMA. Esto permite obtener predicciones de tiempo de espera con un modelo de predicción sólido, y con una performance superior al modelo ETS para este caso particular.

12. Anexo

12.1. Peajes y cabinas

En esta sección se presenta la ubicación geográfica de cada plaza de peajes, y la cantidad de cabinas de cada una de ellas. Si ubicación esquemática se provee en este mapa.

- La plaza de peajes *Alberti* se encuentra ubicada en las coordenadas (-34.6252954,-58.4022763), bajo la autopista 25 de Mayo. Esta plaza cuenta con tres cabinas para entrar a la ciudad y dos cabinas para salir de la misma.
- La plaza de peajes *Avellaneda* se encuentra ubicada en las coordenadas (-34.6483842,-58.4782827), sobre la autopista Perito Moreno. La misma consta de dieciséis cabinas para entrar a la ciudad, y diecisiete cabinas para salir.
- La plaza de peajes *Dellepiane* se encuentra ubicada en las coordenadas (-34.6476526,-58.4642902), y consta de quince cabinas para entrar a la ciudad, y ocho cabinas para salir.
- La plaza de peajes de *Retiro* se encuentra ubicada en las coordenadas (-34.5754456,-58.3934985), y consta de un total de dieciséis cabinas para entrar a la ciudad y trece cabinas para salir.
- Los peajes *Sarmiento* y *Salguero* son los más recientes de todos, y no cuentan con ningún tipo de barrera, sino que el cobro se realiza mediante tags RFID. Dado que Google Maps solo cuenta con imágenes del año 2014 para la ubicación de estos peajes, y contando con la explicación del funcionamiento de estos peajes sin barreras provista por un diario local, es probable que haya tags RFID únicamente en las subidas a la autopista Illia, lo cual totaliza dos peajes.

12.2. Longitud de colas y tiempos de espera promedios

Nombre	S	L_q	W_q	P_0	ρ
Avellaneda	25	∞	∞	0	1
	26	∞	∞	0	1
	27	23,134508	14,188270	$1,671190e^{-12}$	0,9663917
	28	8,5416595	5,2385540	$2,821164e^{-12}$	0,9318777
	29	4,2831406	2,6268272	$3,527050e^{-12}$	0,8997440
	30	2,3970455	1,4700952	$3,962515e^{-12}$	0,8697525
	31	1,4115415	0,8656909	$4,231737e^{-12}$	0,8416960
	32	0,8521304	0,5226070	$4,398098e^{-12}$	0,8153930
Dellepiane	15	∞	∞	0	1
	16	∞	∞	0	1
	17	148,772243	145,6465841	$3,009741e^{-9}$	0,9935299
	18	10,928596	10,6989899	$2,2662394e^{-8}$	0,9383338
	19	4,169713	4,0821084	$3,329753e^{-8}$	0,8889478
	20	2,004663	1,9625453	$3,912261e^{-8}$	0,8445004
	21	1,048898	1,0268608	$4,233340e^{-8}$	0,8042861
	22	0,568581	0,5566352	$4,410524e^{-8}$	0,7677276
Retiro	17	∞	∞	0	1
	18	∞	∞	0	1
	19	24,4541562	17,6096055	$3,234758e^{-9}$	0,9668805
	20	7,0134653	5,0504445	$6,432207e^{-9}$	0,9185364
	21	3,1604576	2,2758672	$8,217977e^{-9}$	0,8747966
	22	1,6286434	1,1727972	$9,223631e^{-9}$	0,8350331
	23	0,8873803	0,6390086	$9,791932e^{-9}$	0,7987273
	24	0,4950304	0,3564748	$1,011279e^{-8}$	0,7654470
Sarmiento	1	$4,172276e^{-2}$	1,0810912423	0,4328099	0,23692260
	2	$3,372074e^{-3}$	0,0873748568	0,7881709	0,11846130
	3	$1,628163e^{-4}$	0,00421878235	0,7890198	0,07897420
	4	$6,932664e^{-6}$	0,0001796344	0,7890512	0,05923065
Salguero	1	$4,172276e^{-2}$	1,0810912423	0,4328099	0,23692260
	2	$3,372074e^{-3}$	0,0873748568	0,7881709	0,11846130
	3	$1,628163e^{-4}$	0,00421878235	0,7890198	0,07897420
	4	$6,932664e^{-6}$	0,0001796344	0,7890512	0,05923065

Referencias

- [1] H Akaike. “A new look at the statistical model identification”. En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 19 (1974), págs. 716-723. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>.
- [2] Matthew J. Huber Daniel L. Gerlough. “Traffic flow theory”. En: Transportation Research Board, 1975. Cap. 8.
- [3] Rob Hyndman. *Forecasting Functions for Time Series and Linear Models*. URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/forecast/forecast.pdf>. (accessed: 27.07.2019).
- [4] D. G. Kendall. “Stochastic Processes Occurring in the Theory of Queues and their Analysis by the Method of the Imbedded Markov Chain”. En: *Ann. Math. Statist.* 24 (1953), págs. 338-354. DOI: <https://doi.org/10.1214/aoms/1177728975>.
- [5] S. Pondo-Voigt. *Queuing application for toll plaza staffing optimization*. URL: http://udspace.udel.edu/bitstream/handle/19716/22689/PondoVoigt_udel_0060M_13013.pdf. (accessed: 22.04.2019).
- [6] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Ver. 3.5.0. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria, 2016. URL: <https://www.R-project.org/>.
- [7] RStudio Team. *RStudio: Integrated Development Environment for R*. Ver. 1.2.1335. RStudio, Inc. Boston, MA, 2015. URL: <http://www.rstudio.com/>.
- [8] G. Sangavi. “Application of Queuing Theory of a Toll Plaza”. En: *International Journal of Engineering Research & Technology* 6 (2017), págs. 165-167. ISSN: 2278-0181.
- [9] Yongcheol Shin. “The KPSS stationarity test as a unit root test”. En: *Economics Letters* 38 (1992), págs. 387-392. DOI: [https://doi.org/10.1016/0165-1765\(92\)90023-R](https://doi.org/10.1016/0165-1765(92)90023-R).
- [10] Z. Wang. *Analysis and Prediction of Urban Traffic Congestion Based on Big Data*. URL: <http://www.sciencepublishinggroup.com/journal/paperinfo?journalid=390&paperId=10033861>. (accessed: 16.03.2019).
- [11] H. Wen. *Study on Traffic Congestion Patterns of Large City in China Taking Beijing as an Example*. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042814041469>. (accessed: 16.03.2019).