

DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIÓN Y DOCTORADO



Sistemas de posicionamiento en interiores

AUTOR: Ing Juan Pablo GRISALES CAMPEÓN

DIRECTOR: Dr. Pablo Ignacio FIERENS

**TESIS PRESENTADA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
DOCTOR EN INGENIERÍA**

Jurado

Dr. Ignacio MAS

Dr. Juan Edmundo COUSSEAU

Dr. Alexis DOWHUSZKO

CIUDAD AUTÓNOMA DE BUENOS AIRES

Julio 2023

Ing Juan Pablo GRISALES CAMPEÓN: Sistemas de posicionamiento en interiores. *Tesis presentada como requisito parcial para acceder al grado de **DOCTOR EN INGENIERÍA** del Instituto Tecnológico de Buenos Aires.*

Copyright © 2023 by Instituto Tecnológico de Buenos Aires

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mi director Pablo Fierens por la responsabilidad, criterio, paciencia y humanidad con la que me acompaño y asesoro no solo en el desarrollo de mi doctorado sino en mi adaptación y día a día en la Argentina y en el ITBA. Le agradezco al ITBA y al laboratorio de optoelectrónica por brindarme el espacio y los recursos necesarios para mi formación como investigador. Agradezco al CONICET y a la ANPCyT por brindarme los recursos económicos necesarios para mis estudios. Le agradezco a los docentes del ITBA, la UBA, el IB y la UTN quienes me compartieron valioso conocimiento para el desarrollo de mi trabajo. Agradezco también a la UTP y en especial al profesor Henry Riascos y a mi colega y amigo Sebastián Blandon con quienes me inicié en el mundo de la investigación. Quiero agradecer profundamente a los amigos que hice en este país y que me ayudaron a sentirme como en casa, agradezco a Konstantino Papalias, Stefania Orozco, Florencia Battiato y su familia, y a Juan Carlos Suarez, quienes se han convertido en mi familia y por quienes no me siento extranjero en este país. Gracias también a Anahí Saavedra quién me cuidó, acompañó, apoyo y levanto cuando más lo necesite en este último año.

Finalmente quiero agradecer a mi familia y en especial a mi mamá, mi papá y mi hermana, quienes desde siempre me acompañaron, me apoyaron y me hicieron la persona que soy. Sin su esfuerzo, cariño y amor este logro no sería posible. Todos mis logros son suyos.

Resumen

Obtener la ubicación de un dispositivo o usuario en un ambiente interior permite desarrollar una gran cantidad de aplicaciones, como ayudar a las personas a encontrar su camino en espacios complejos, rastrear mercancías o asistir en situaciones de emergencia, entre otras. Por ello, los sistemas de posicionamiento en interiores han sido un tema de investigación de gran relevancia en las últimas dos décadas. La naturaleza compleja y dinámica de los espacios interiores ha llevado a que se desarrollen sistemas diversos en cuanto a tecnologías, técnicas y mediciones. Una breve introducción al estado del arte de estos sistemas se presenta en la primera parte de esta tesis.

Una de las técnicas más ampliamente usadas es la conocida como de *fingerprinting*. Esta técnica permite localizar dispositivos mediante la comparación de mediciones actuales con patrones o *fingerprints* guardados en una base de datos. Debido a su sencillez y a la ubicuidad de la tecnología, los patrones más comunes están compuestos por mediciones de potencia de señales Wi-Fi. En la segunda parte de esta tesis, se evalúa cuál es la máxima exactitud alcanzable con este tipo de *fingerprints*, aplicando algoritmos del estado del arte a datos experimentales propios.

Finalmente, en la tercera parte de esta tesis se analizan sistemas de localización basados en el tiempo de vuelo de señales de radiofrecuencia. Uno de los problemas de estos sistemas es la necesidad de sincronización entre el dispositivo a localizar y otros nodos que sirven de referencia. Otra dificultad es que los tiempos de propagación no pueden relacionarse sencillamente con la distancia recorrida en ambientes donde el camino directo de la señal es parcial o completamente bloqueado. En este trabajo se proponen soluciones para ambos problemas y se evalúa su desempeño por medio de simulaciones, comparándolo con el de otras propuestas en la literatura y con la cota de Cramér-Rao.

Contenido

Índice de figuras	VIII
Variables y abreviaturas	XI
1. Introducción y motivación al problema del posicionamiento en interiores	1
1.1. Aplicaciones de los sistemas de posicionamiento en interiores	1
1.2. Objetivos y desarrollo del proyecto de doctorado	2
1.3. Aportes del proyecto de doctorado	4
2. Fundamentos teóricos de los sistemas de posicionamiento en interiores	7
2.1. Mediciones para localización en interiores	8
2.1.1. Potencia recibida de señales de radio	8
2.1.2. Mediciones de tiempo	9
2.1.3. Información de estado de canal de radiofrecuencias.	14
2.1.4. Intensidad de campo magnético	15
2.2. Clasificación de los tipos de posicionamiento	15
2.2.1. Clasificación según el procesamiento de las mediciones	16
2.2.2. Clasificación según el tipo de coordenadas de los nodos	16
2.3. Métodos de localización	17
2.3.1. Localización por proximidad	18
2.3.2. Triangulación	18
2.3.3. Multilateración	19
2.3.4. Fingerprinting	20
2.3.5. Seguimiento del estado de un sistema	22
2.4. Algunas tecnologías para localización en interiores	25
2.4.1. Tecnologías de radiofrecuencia	25
2.4.2. Otras tecnologías	28
2.4.3. Combinación de medidas y tecnologías	29
3. Exactitud de sistemas basados en potencia recibida de señales de radio	31
3.1. Trabajo Relacionado	32
3.2. Algoritmos de localización con <i>fingerprinting</i>	33

3.2.1. Algoritmos basados en un modelo de propagación	33
3.2.2. Algoritmo K vecinos más cercanos (kNN)	34
3.2.3. Algoritmo HORUS	34
3.2.4. Algoritmo de estimación de la densidad del kernel	35
3.2.5. Algoritmos de regresión	35
3.2.6. Support Vector Machines	36
3.2.7. Redes Neuronales	36
3.2.8. Sistemas sin etapa de calibración	38
3.3. Pre-procesamiento	38
3.3.1. Selección de Puntos de Acceso	38
3.3.2. Detección de outliers	39
3.4. Montaje Experimental	39
3.5. Resultados usando RSS	41
3.5.1. Fusión con mediciones de campo magnético	45
3.6. Conclusiones	49
4. Sincronización y posicionamiento de dispositivos móviles	51
4.1. Trabajo relacionado	52
4.2. Sistema de sincronización y posicionamiento	54
4.2.1. Modelo de reloj	54
4.2.2. Modelo del sistema	55
4.2.3. Protocolo y modelo de medición	56
4.2.4. Algoritmos de estimación	60
4.3. Cota inferior de Cramér-Rao del modelo de medición	65
4.3.1. Consecuencias de la cota de Cramér-Rao	69
4.4. Experimentos numéricos	71
4.5. Conclusiones	78
5. Sincronización y posicionamiento de dispositivos móviles bajo condiciones NLOS	81
5.1. Trabajo relacionado	81
5.2. Sistema de sincronización y posicionamiento bajo condiciones LOS/NLOS	85
5.2.1. Modelo LOS/NLOS	85
5.2.2. Protocolo y modelo de medición bajo condiciones LOS/NLOS	86
5.2.3. Improved Unscented Kalman Filter (IUKF)	87
5.3. Experimentos numéricos	88
5.3.1. Comparación con otros algoritmos	89
5.4. Conclusiones	92
6. Conclusiones y trabajo futuro	95
6.1. Líneas de trabajo futuro	97
Bibliografía	121

Índice de figuras

2.1. Representación del desvanecimiento de la potencia	9
2.2. Propagación de las señales	10
2.3. Tiempo de llegada	10
2.4. Tiempo de llegada bi-direccional	12
2.5. Diferencia de tiempos de llegada	12
2.6. LOS-NLOS	13
2.7. Posicionamiento Centralizado	16
2.8. Posicionamiento Distribuido	17
2.9. Triangulación	18
2.10. Lateración	19
2.11. Localización Hiperbólica	21
2.12. Proceso de Fingerprinting	21
2.13. Estructura predicción-corrección para la estimación de estados	24
3.1. Support Vector Regression	37
3.2. Representación gráfica de fingerprint	40
3.3. Montaje experimental para medir RSSI	41
3.4. Resultados de los distintos algoritmos con el uso del criterio de máxima potencia media para la selección de APs	42
3.5. [Resultados de los distintos algoritmos con el uso del criterio de Fisher para la selección de APs	42
3.6. Efectos de usar criterios de selección de puntos de acceso	43
3.7. Comparación de criterios de selección de APs	43
3.8. Efectos del Filtro de Hampel para la eliminación de outliers	44
3.9. Promedio de RSS	44
3.10. Comparación de algoritmos de posicionamiento con RSS	45
3.11. Efecto de variar el número de APs	47
3.12. Efecto de variar el número de APs cuando se agrega campo magnético	48
3.13. Efecto de variar el número de APs cuando se agrega intensidad de campo magnético	48
4.1. Modelo del sistema	54

4.2. Protocolo de Medición	56
4.3. Intercambio de mensajes	57
4.4. Error de posicionamiento vs Tiempo	72
4.5. Error de la estimación de la velocidad vs. tiempo	72
4.6. Error de la estimación del <i>skew</i> vs. tiempo	73
4.7. Error de la estimación del <i>offset</i> vs. tiempo	73
4.8. Error de posicionamiento vs. tiempo con nodos de referencia en posiciones aleatorias	74
4.9. Error del <i>skew</i> y del <i>offset</i>	75
4.10. Error de posicionamiento vs. número de nodos de referencia	75
4.11. Error de posicionamiento vs. <i>offset</i> medio	76
4.12. Error de posicionamiento vs. <i>skew</i> medio	76
4.13. Error de posicionamiento vs. tiempo, para diferentes velocidades medias	77
4.14. Error de posicionamiento vs. tiempo comparado con mínimos cuadrados	78
5.1. Condiciones de propagación	89
5.2. Error del <i>skew</i> y del <i>offset</i> con diferentes velocidades medias	90
5.3. Error de posicionamiento con diferentes condiciones de propagación	90
5.4. Error de posicionamiento con diferente cantidad de nodos de referencia	91
5.5. Comparación con otros algoritmos de posicionamiento con nodo objetivo estático	91
5.6. Comparación con otros algoritmos de posicionamiento con nodo objetivo móvil	92

Variables y abreviaturas

Notación y símbolos

Símbolo	Descripción
$\vec{B}$	Vector de campo magnético
C	Matriz de covarianza entre la observación y las variables de estado
c	Velocidad de propagación
d	Distancia entre transmisor y receptor
$\hat{d}$	Distancia estimada entre transmisor y receptor
H	Jacobiano del modelo de observación no lineal con respecto a variables de estado
$\vec{\mathcal{H}}$	Modelo de observación
h	Tiempo de muestreo
N	Cantidad de mediciones de potencia
o	Condición de propagación
P	Estimación de la covarianza del error
P_{rx}	Potencia Recibida
P_{tx}	Potencia Transmitida
Q	Varianza del estado del sistema
R	Matriz de covarianza de la observación con los ruidos de observación
S	Matriz de información
$\vec{S}$	Vector de estado del sistema pasado por la transformada <i>unscented</i>
$\vec{s}$	Vector de estado del sistema
T	Retardo por NLOS
U	Matriz con los vectores $\vec{u}_r^n$
r_i	Distancia de la i-ésima referencia a un móvil
$\vec{v}$	Vector de velocidad
v^x	Coordenada x de la velocidad
v^y	Coordenada y de la velocidad
x_i	Coordenada x de un nodo en posición conocida
y_i	Coordenada y de un nodo en posición conocida

Símbolo	Descripción
$\mathbf{X}$	Matriz con las posiciones de los puntos de referencia
$\vec{X}_a$	Vector de posición de un punto de acceso en <i>fingerprint</i>
x	Coordenada x de un nodo en posición desconocida
$\vec{x}$	Vector de posición
$\vec{x}_r$	Vector de posición de un punto de referencia en un <i>fingerprint</i>
$\hat{x}$	Estimación de la posición
y	Coordenada y de un nodo en posición desconocida
$\vec{z}$	Observación pasada por la transformada <i>unscented</i>
$\vec{z}$	Vector de observaciones
γ	Coefficiente de decaimiento
δ	Tiempo de respuesta
Δd	Diferencia de distancias a dos puntos
$\Delta \tau_k$	Tiempo total de vuelo
Δ	Tiempo entre intercambio de mensajes
η	Errores de medición del tiempo
η_k^ω	Errores de medición del skew
η_k^ϕ	Errores de medición del offset
$\eta_k^{v^x}$	Errores de medición de la coordenada x de la velocidad
$\eta_k^{v^y}$	Errores de medición de la coordenada y de la velocidad
$\vec{\eta}_k^s$	Vector de errores de medición de las variables del sistema
σ_s^2	Varianza del shadowing
σ_m^2	Varianza de error de medición del tiempo
σ_r^2	Varianza de error de medición del tiempo en una referencia
σ_v^2	Varianza del error de la velocidad
σ_ω^2	Varianza de error del skew
σ_ϕ^2	Varianza de error del offset
τ	Tiempo medido en un dispositivo
τ_s	Tiempo medido de salida
τ_r	Tiempo medido de recepción
ϕ	Sesgo del reloj
Ω	Estadístico de prueba para determinar la condición de propagación
ω	Deriva del reloj

Acrónimos

Abreviatura	Descripción
4G	Cuarta generación de redes celulares
5G	Quinta generación de redes celulares

Abreviatura	Descripción
AOA	A ngle O f A rrival
AOD	A ngle O f D eparture
CNN	C onvolutional N eural N etworks
CRB	C ramér- R ao B ound
CSI	C hannel S tate I nformation
EKF	E xtended K alman F ilter
GAN	G enerative A dversarial N etworks
GPS	G lobal P ositioning S ystem
GSM	G lobal S ystem for M obile C ommunications
IMU	I nertial M easurement U nit
INS	I nertial N avigation S ystem
IoT	I nternet of T hings
IPS	I ndoor P ositioning S ystem
ISM	I ndustrial S ocial and M edical applications
IUKF	I mproved U nscented K alman F ilter
LED	L ight E mmiting D iode
LOS	L ine- O f- S ight
LoRa	L ong R ange, un sistema de comunicaciones propietario
LSQ	L east S quares
LTE	L ong T ime E volution
MAC	M edium A ccess C ontrol
MEMs	M icro- E lectromechanical system
MIMO	M ultiple I ntput M ultiple O utput
NLOS	N on- L ine- O f- S ight
QP	Q uadratic P rogramming
RF	R adiofrecuencia
RP	P untos de R erencia
RFID	R adio F requency I dentification
RMSE	R oot M edium S quare E rror
RSS	R eceived S ignal S trenght
RTT	R ound T rip T ime
Rwgh	R esidual w eighting algorithm
SLAM	S imulatenous L ocalization and M apping
TDOA	T ime D ifference O f A rrival
TOA	T ime O f A rrival
TOF	T ime O f F light
TRF	T rust R egion R eflective
TS-IUKF	T ime S ynchronization U KF
TWR	T wo- W ay R anging

Abreviatura	Descripción
UKF	U nscented K alman F ilter
UWB	U ltra- W ide b and
VLC	V isible L ight C ommunication
Wi-Fi	W ireless F idelity, un sistema de comunicaciones basado en el estándar IEEE 802.11

Capítulo 1

Introducción y motivación al problema del posicionamiento en interiores

El posicionamiento en interiores es el proceso de obtener la ubicación de un dispositivo o usuario dentro de una edificación [1]. A lo largo de los años, se han estudiado diversas técnicas y tecnologías para el posicionamiento, siendo el sistema de posicionamiento global (GPS del inglés *Global Positioning System*) el más conocido y extendido. La exactitud estándar del sistema GPS es del orden de los 15 m (ver, por ej., [2]), aunque puede ser mejorada a través de diferentes formas de GPS Diferencial extendiendo la exactitud en uno o dos órdenes de magnitud (ver referencias [3-5]). Sin embargo, la señal de GPS no es adecuada para posicionamiento en interiores debido a que requiere línea de visión directa (LOS del inglés *Line-of-Sight*) para su correcto funcionamiento y en ambientes interiores o con muchos obstáculos es imposible obtener LOS. Es por ello que se han probado sistemas de posicionamiento basados en tecnologías y señales disponibles en espacios interiores, por ejemplo, tecnologías de radiofrecuencia como: Wireless Fidelity (Wi-Fi) [6], Bluetooth [7], ZigBee [8], Radio Frequency Identification (RFID) [9], Ultra-wideband (UWB) [10], u otras tecnologías como magnetómetros [11], sistemas de comunicación óptica [12], sonido [13], y sistemas híbridos con dos o más de las tecnologías anteriormente mencionadas [14].

Un nombre común para estos sistemas es IPS que proviene del inglés *Indoor Positioning System* y se emplean para gran variedad de aplicaciones que incluyen rastreo de personal, control de inventario [15], servicios de seguridad [16], Internet de las cosas (IoT) [17, 18], estudio del comportamiento y distribución de consumidores dentro de tiendas [1], construcción y validación de modelos de tránsito peatonal [19], entre muchas otras [20]. En este capítulo veremos más sobre las aplicaciones y antecedentes que motivaron este trabajo de tesis así como sus objetivos y el desarrollo que tuvo el proyecto. Finalmente se exponen los principales aportes de esta tesis.

1.1. Aplicaciones de los sistemas de posicionamiento en interiores

Las personas pasamos la mayor parte de nuestro tiempo en nuestras casas, oficinas y, en general, en interiores. Espacios interiores como aeropuertos, estaciones de tren, hospitales, fábricas, bodegas, museos o centros comerciales pueden ser a veces confusos para sus usuarios, además de ser dinámicos y cambiantes. La incertidumbre en dichos ambientes es reducida por la disponibilidad de

la posición de los usuarios [21]. De hecho, algunos estudios se han realizado sobre cómo ayudar a las personas a encontrar su camino en estaciones de transporte [22-24]. Además, en dichos espacios guardamos equipos, instrumentos o mercancías que puede ser conveniente localizar de manera rápida y eficiente. Por ejemplo, en un hospital se pueden implementar sistemas de seguimiento basados en la posición y rastrear equipos costosos y evitar que sean robados [25, 26]. Además, al ofrecer servicios de orientación al personal de un hospital y a los visitantes, los pacientes pueden recibir eficazmente los limitados recursos médicos en los complejos entornos hospitalarios y los visitantes podrán encontrar más fácilmente su camino a las habitaciones, baños o cafeterías [27, 28]. Otro ejemplo de aplicación es proporcionar indicaciones de posición a los visitantes en interiores en algunos grandes museos para ver las diferentes exposiciones en un orden deseado o predeterminado [21].

Conocer la ubicación de los usuarios permite saber en qué lugares pasan más tiempo y las rutas que toman. De esta manera se pueden identificar áreas de mucho tráfico que pueden ser problemáticas en caso de emergencias [29, 30]. En centros o paseos comerciales se pueden detectar puntos de interés y conocer cómo los visitantes interactúan con el espacio, de manera de ofrecer servicios de publicidad personalizados basados en los intereses del visitante [31], llevarlo al local de comidas o de indumentaria que busca en un centro comercial, o a la salida más próxima en caso de evacuación de emergencia. También, por medio de sistemas de posicionamiento se pueden contar cuántos usuarios están en un lugar determinado [32]; esto es útil en contextos como la pandemia por el COVID-19 en que los espacios tenían una capacidad más limitada que antes [33]. Otras aplicaciones importantes son el beneficio que aporta la información de posición a la auto-organización y auto-formación de las redes ad hoc en los futuros sistemas de comunicación [21] y el rol central que tendrán en el desarrollo de los servicios y aplicaciones basados en Internet de las cosas (IoT) [34-36].

Más información sobre las aplicaciones de los IPS se pueden encontrar en el trabajo de Basiri *et al.* [37], quienes identificaron los principales retos de implementar los servicios basados en localización y qué falta para extender su uso. También en páginas web de empresas que se dedican a la aplicación de IPS como purple.ai [28] o las empresas mencionada en la web de Gartner [38].

1.2. Objetivos y desarrollo del proyecto de doctorado

El hacinamiento de personas en grandes ciudades es un problema en aumento, por lo que la organización y optimización del espacio es fundamental para mejorar el medio ambiente urbano. Con los resultados de este proyecto se buscó aumentar el confort, como así también mejorar la seguridad ante evacuaciones, en sistemas peatonales como grandes edificios y locales: teatros, discotecas, estadios, centros comerciales, eventos multitudinarios o recitales musicales, entre muchos otros ejemplos. Concretamente, se buscaba desarrollar un sistema de posicionamiento para interiores basado señales de radiofrecuencia (RF) de dispositivos móviles que permita registrar desplazamientos y trayectorias de personas. Esto haría posible caracterizar los recorridos, densidades, tiempos de tránsito y matriz origen destino de sistemas reales. Ahora bien, el núcleo del tema del doctorado fue el desarrollo de un sistema de posicionamiento en interiores que permita generar

información con la exactitud y precisión requeridas para dicha validación (<1 m, <1 segundo). Si bien existen soluciones para posicionamiento basadas en cámaras y procesamiento de videos, las soluciones basadas en RF presentan ventajas como cuidar la privacidad de las personas al no usar su imagen. Además, un sistema basado en señales RF puede ser más económico que uno basado en cámaras que necesitan de ser instaladas en diversos ángulos. El abaratamiento de los sistemas además permite su escalabilidad.

El uso masivo de los dispositivos móviles, ha llevado al estudio e implementación de sistemas que se basan en la conectividad de los mismos a diversos sistemas inalámbricos, como ser Wi-Fi, Bluetooth, GSM y LTE. También se ha investigado la posibilidad de utilizar otras aplicaciones que suelen tener los dispositivos móviles (especialmente los teléfonos inteligentes, en inglés *smartphones*), como ser un acelerómetro integrado.

Inicialmente se propuso basar la localización en el monitoreo de señales de Wi-Fi. La cantidad de dispositivos móviles que cuenta con este tipo de conectividad es sólo igualada o superada por el número de los que poseen Bluetooth o alguna tecnología de telefonía celular. Bluetooth sólo tiene alcance de área personal (~ 10 m), por lo que no sería fácilmente escalable para la localización en áreas grandes, especialmente con la precisión requeridas para la validación de modelos de tránsito peatonal. Las redes Wi-Fi, en cambio, tienen un alcance mayor (~ 100 m). Si bien el posicionamiento basado en telefonía celular está ampliamente estudiado [39-41], la opción por Wi-Fi simplifica el estudio experimental por la facilidad en que se puede disponer de acceso a la infraestructura ya instalada. Es necesario destacar que aún el seguimiento por monitoreo pasivo del canal, es posible en Wi-Fi. Esto se debe al hecho que los teléfonos inteligentes suelen utilizar escaneo activo de puntos de acceso, mediante el envío periódico de mensajes en diversos canales. Estos mensajes pueden ser escuchados y, así, determinar la presencia de un dispositivo (ver por ejemplo la Ref. [42]). Sin embargo, el seguimiento con participación de los dispositivos móviles es más común. Uno de los motivos es que se puede utilizar la infraestructura ya instalada de Wi-Fi sin gasto adicional. Dentro de las metodologías que se basan en las redes inalámbricas, las más usuales utilizan el RSS (*Received Signal Strength*), esto es, el nivel de potencia de señal recibido por una o varios puntos de acceso. Esto permite inferir la localización del emisor de señal, por ejemplo, mediante triangulación si se asocia un modelo de propagación adecuado que relacione la potencia recibida con la distancia entre transmisor y receptor. La complejidad de la propagación de radiofrecuencias en ambientes interiores, sin embargo, lleva a utilizar una alternativa distinta conocida como *fingerprinting*. La misma consiste en la realización de mediciones en el sitio que, siendo guardadas en una base de datos, permitan la localización de dispositivos móviles mediante una adecuada comparación de las mediciones actuales con las de calibración *fingerprints*. Esta aproximación al problema exige un análisis estadístico de los datos y, usualmente, el empleo de sistemas de regresión basados en, por ej. algoritmos de aprendizaje automático. Los sistemas que utilizan sólo RSS alcanzan exactitud del orden de 1-10 m [43-45]. Mayor exactitud, se consigue cuando se agrega otro tipo de información, como ser el campo magnético. En este caso se obtiene un error de la localización menor a 1 m. Se debe destacar que, si bien esta información sobre la exactitud del posicionamiento basado en *fingerprinting* se encuentra en la literatura, es difícil realizar una comparación adecuada de los valores presentados por distintos trabajos ya que se consideran

escenarios diferentes. Por este motivo, una primer tarea del doctorado fue evaluar objetivamente la exactitud de fingerprinting basado en RSS a partir de un experimento cuidadosamente preparado.

Si bien es posible obtener exactitud menor a 1 m con la técnica de *fingerprinting*, la etapa de calibración es engorrosa, consume mucho tiempo y solo funciona dentro del espacio en que se realiza la toma de mediciones, por lo que es complicado escalar sistemas basados en *fingerprinting*. Por ello, aprovechando las ventajas de la infraestructura Wi-Fi y los avances en el estándar IEEE 802.11 que desde su versión 2019 [46] permite la medición de tiempos de vuelo mediante el protocolo conocido como *Round Trip Time* (RTT), el doctorado avanzó hacia el estudio de los sistemas basados en tiempo de vuelo de la señal.

1.3. Aportes del proyecto de doctorado

Esta tesis presenta un extenso estudio del estado del arte en el tema del posicionamiento en interiores en el capítulo 2, un tema en continuo avance desde hace dos décadas. Debido a la diversidad de los espacios en interiores el primer obstáculo encontrado fue poder comparar con justicia los algoritmos para posicionamiento, en particular, aquellos algoritmos que se usaban en sistemas basados en potencia y la técnica de *fingerprint*. En este sentido, uno de los aportes de esta tesis es el estudio de los algoritmos con un conjunto de datos bajo condiciones controladas con el fin de comparar los algoritmos más representativos del estado del arte en ese momento y encontrar el que obtuviera el menor error de posicionamiento. Se encontró que dependiendo del algoritmo se encontraban exactitudes entre los 1.2 m y los 2.7 m bajo el conjunto de datos estudiado, pero que era posible mejorar la exactitud de los sistemas al añadir más información, por ejemplo, del campo magnético terrestre.

El Capítulo 3 presenta los resultados de este estudio de la exactitud de fingerprinting. Los resultados fueron publicados en dos trabajos de conferencia locales:

J. P. Grisales Campeón, S. López, S. R. de Jesús Meleán, H. Moldovan, D. R. Parisi and P. I. Fierens, "Indoor Positioning based on RSSI of Wi-Fi signals: how accurate can it be?", pp. 1-8, Junio 2018 IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON), 2018 [47].

J. P. Grisales Campeón, S. López, S. R. de Jesús Meleán, H. Moldovan, D. R. Parisi and P. I. Fierens, "Fusion of magnetic and Wi-Fi fingerprints for indoor positioning", 2018 Congreso Argentino de Ciencias de la Informática y Desarrollos de Investigación (CACIDI), pp.1-5, Noviembre 2018, [48].

Como se mencionó anteriormente, el trabajo avanzó hacia el estudio de los sistemas basados en la medición de tiempo. En particular, nos hemos enfocado en el problema de la sincronización y posicionamiento simultáneo. Es posible sincronizar una red de nodos al tiempo que se determina la distancia entre los mismos [49, 50]. Obtenida la distancia es posible realizar el posicionamiento de los nodos [51, 52]. Basados en estas ideas propusimos sistema con un protocolo de medición inspirado en el protocolo de medición RTT y filtros de Kalman. Mediante numerosas simulaciones se encontró que nuestro sistema permite sincronizar y localizar de manera simultánea un dispositivo móvil.

El protocolo propuesto usa un modelo de reloj que considera deriva respecto a la frecuencia

nominal de los relojes en los dispositivos (*skew*) así como un sesgo u *offset* entre los relojes involucrados. El protocolo supone que existen dos tipos de dispositivos involucrados. Por un lado, se encuentra el nodo o dispositivo móvil que se desea posicionar. Por otro lado, existe un conjunto de nodos de referencia cuya posición se supone conocida. Por medio de la medición de los tiempos de llegada al dispositivo objetivo y el tiempo de ida y vuelta en las referencias es posible seguir en todo momento el *skew*, el *offset*, la posición y la velocidad del nodo objetivo.

En ambientes interiores es común encontrar obstáculos entre el dispositivo móvil y las referencias (propagación NLOS), esto causa retardos en los tiempos de propagación afectando que, a su vez, afectan la estimación de la posición. Con el fin de que nuestro sistema sea aplicable a escenarios más reales, la investigación se enfocó en añadir condiciones de propagación NLOS a nuestro sistema. El retardo por este tipo de condiciones es aleatorio, no negativo y no necesariamente Gaussiano, dependiente del tipo de obstáculo entre cada referencia y el objetivo. Por lo que la sincronización y localización bajo estas condiciones no es sencilla. Para lograrlo tomamos inspiración del trabajo de Huerta *et al.* [53], quienes por medio de filtros de Kalman y suponiendo una métrica que indicara el tipo de propagación en el canal referencia-objetivo lograban seguir la posición de un dispositivo. El algoritmo de Huerta *et al.* bautizado por ellos como *Improved Unscented Kalman Filter* (IUKF) solo consideraba dos condiciones de propagación posibles (LOS/NLOS) y consideraron un modelo de reloj más sencillo que el de nuestro sistema. Sin embargo, en esta tesis pudimos adaptar el IUKF a nuestro protocolo de medición para permitir la localización. Además, IUKF se pudo extender en una nueva versión que llamamos *Time Synchronization-IUKF* (TS-IUKF) para permitir la sincronización de dispositivos y considerar más de dos tipos de propagación. El posicionamiento y sincronización simultáneos son presentados en el Capítulo 4. Los resultados allí expuestos fueron publicados en dos artículos de revista:

J. P. Grisales Campeón y P. I. Fierens, "Joint position and clock tracking of wireless nodes", *Computer Networks*, vol. 197, p. 108296, 2021. [54].

J. P. Grisales Campeón, "Joint Position and Clock Tracking of Wireless Nodes Under Mixed LOS-NLOS Condition", *Physical Communication*, vol. 54, p. 101803, 2022. [55].

Capítulo 2

Fundamentos teóricos de los sistemas de posicionamiento en interiores

Los sistemas de posicionamiento en interiores se pueden implementar con diversas tecnologías. Cada una presenta ventajas y desventajas respecto a las otras. Por ejemplo, un sistema basado en señales Wi-Fi al tener un alcance de ~ 100 m puede cubrir un área mayor con menos dispositivos que un sistema basado en Bluetooth que tiene un alcance de ~ 10 m. Asimismo, un sistema basado en dispositivos UWB tiene mayor precisión que uno basado en Wi-Fi dado que su mayor ancho de banda permite mayor resolución en las mediciones de tiempo, pero también resulta más costoso al no ser una tecnología tan extendida como lo es Wi-Fi. Por otro lado, la inclusión de dos o más tecnologías en el diseño de sistemas de posicionamiento puede mejorar la precisión de los mismos o hacerlos más versátiles a expensas de hacer más complejo su diseño e implementación [48, 56-59]. Además de la tecnología usada, los sistemas también varían en las observaciones que utiliza: es posible diseñar sistemas con mediciones tales como la potencia recibida, el tiempo en que la señal llega a un dispositivo, la dirección en la que llega, entre otras. La naturaleza de estas mediciones y su dependencia con el diseño del sistema imponen algunos límites a la exactitud de la posición estimada. Estos límites se pueden estudiar teóricamente por medio de cotas como la de Cramér-Rao (CRB por la sigla en inglés *Cramér-Rao Bound*). Esta cota proporciona un límite inferior al error alcanzable por un estimador insesgado y puede ser usada como referencia para el desempeño de sistemas de posicionamiento (ver las Refs. [60, 61] y las Secciones 3.1 y 4.3). Otra forma de estudiar los límites de exactitud es mediante experimentos en condiciones controladas, como se propone en el Capítulo 3.

En este capítulo, exponemos los fundamentos para el posicionamiento en interiores. La Sección 2.1 clasifica las arquitecturas de los IPS de acuerdo a diversas características. En la Sección 2.2, describimos las cantidades físicas más comúnmente utilizadas para el posicionamiento, enfocándonos en señales de radiofrecuencia. Los métodos de localización básicos se presentan en la Sección 2.3. Finalmente, en la Sección 2.4 se mencionan algunas de las tecnologías más utilizadas en los IPS.

2.1. Mediciones para localización en interiores

2.1.1. Potencia recibida de señales de radio

Los sistemas de posicionamiento basados en potencia recibida de señales electromagnéticas son algunos de los más extendidos y estudiados; de hecho, los primeros sistemas de este tipo aparecieron hace más de 50 años [62]. Una sigla común para referirse a la potencia recibida es RSS del inglés *Received Signal Strength*. Tienen la ventaja de que pueden usar la infraestructura existente, ahorrando costos sobre sistemas que requieren hardware específico. Además, sistemas basados en RSS no requieren sincronización entre los relojes de los dispositivos involucrados. La principal desventaja de este tipo de sistemas es que la potencia recibida es susceptible a cambios del medio y a fenómenos propios de la propagación de cualquier señal electromagnética como lo son la refracción, la difracción y el scattering. Estos fenómenos dan lugar al desvanecimiento multi-trayecto (en inglés *multipath fading*) y el ensombrecimiento (en inglés *shadowing*).

Pérdida de potencia y ensombrecimiento

La pérdida de la potencia durante el recorrido (*path loss*) es causada por la disipación de la misma y por los efectos del canal de propagación. Los modelos de pérdida generalmente asumen que el *path loss* es el mismo a una distancia de transmisión-recepción dada, mientras que el *shadowing* son fluctuaciones en la potencia de la señal transmitida por el encuentro con objetos que bloquean parcialmente la señal en su destino al transmisor [63].

Un modelo común de potencia recibida es descrito por la ecuación [63]

$$P_{rx} = P_{tx} - 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right) + S + E, \quad (2.1)$$

donde P_{rx} y P_{tx} son las mediciones de la potencia recibida y transmitida respectivamente, γ es el coeficiente de decaimiento que puede no ser constante; d es la distancia entre receptor y transmisor y d_0 es una distancia de referencia. S representa la atenuación causada por la absorción y difracción por obstáculos entre el transmisor y el receptor (*shadowing*). Se suele modelar a S como una variable gaussiana aleatoria con media 0 y varianza σ_S^2 (ver Fig. 2.1), aunque no es el único modelo. E es el error de medición.

A partir de la Ec. (2.1), se puede observar que la potencia depende de la distancia entre transmisor y receptor, siendo este el fundamento de los sistemas de posicionamiento usando RSS. Una alternativa es tratar de estimar la distancia a partir de la potencia recibida y la transmitida y luego usar un procedimiento como el descrito más adelante. El problema con este enfoque es que tratar de estimar el factor de decaimiento no es una tarea sencilla debido a la naturaleza aleatoria de los efectos de *shadowing* y *multipath*; además, la potencia recibida puede variar con cambios del ambiente.

Otro camino consiste en usar la medición de potencia recibida en distintas posiciones; como la potencia debe cambiar con la distancia, se supone que la medida de potencia será única en cada posición.

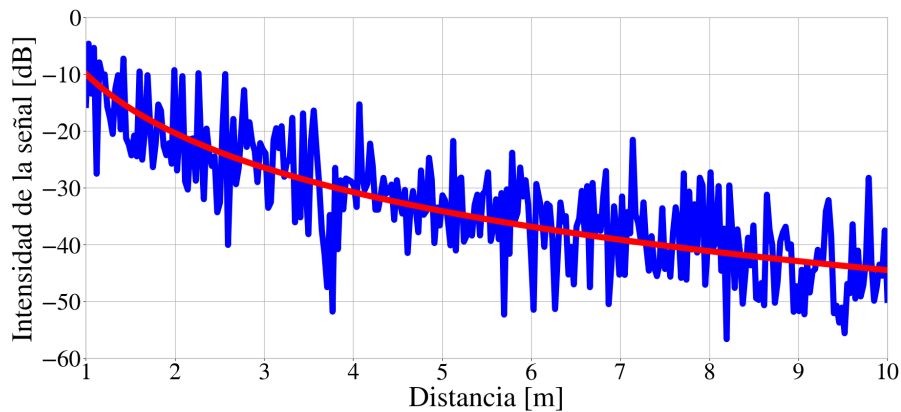


FIGURA 2.1: Representación del decaimiento de la potencia. La línea roja representa únicamente la pérdida por distancia entre los dispositivos (*path loss*); la línea azul incluye efectos de *shadowing*.

Desvanecimiento multi-trayecto

Se da por la difracción y refracción que afecta a la propagación de cualquier señal electromagnética. Debido a estos fenómenos, el receptor recibe copias de la señal original que llegan por distintas trayectorias con diferentes atenuaciones, retardos y fases (ver la Fig. 2.2). La superposición de las copias puede generar problemas para la medición correcta de la potencia recibida o el tiempo de arribo del camino directo, afectando de esta forma a los sistemas de posicionamiento. Otra característica de este fenómeno es su naturaleza variable en el tiempo. Esta variación surge porque el transmisor o el receptor se está moviendo y, por lo tanto, la ubicación de los obstáculos en la ruta de transmisión, que dan lugar a trayectos múltiples, cambiará con el tiempo, cambiando las amplitudes, retardos y el número de componentes multi-trayecto de las señales transmitidas. Este fenómeno se suele modelar mediante la respuesta al impulso del canal variante en el tiempo. Algunos modelos matemáticos del desvanecimiento multi-camino se pueden encontrar en el capítulo 3 de la Ref. [63].

2.1.2. Mediciones de tiempo

Los sistemas de posicionamiento basados en tiempo convierten las mediciones temporales en distancias mediante la multiplicación por la velocidad de propagación de las señales. Posteriormente, la distancia entre dispositivos se usa para estimar la posición del dispositivo. Una ventaja de estas mediciones es que se puede alcanzar una alta precisión que es inversamente proporcional al ancho de banda de la señal [64]. Sin embargo, muchos problemas afectan la exactitud de las mediciones, como ser la propagación multi-trayecto, la ausencia de un camino directo entre transmisor y receptor, o inexactitudes en los relojes de los dispositivos. Todos estos problemas serán tenidos en cuenta en este trabajo, especialmente en el Capítulo 4.

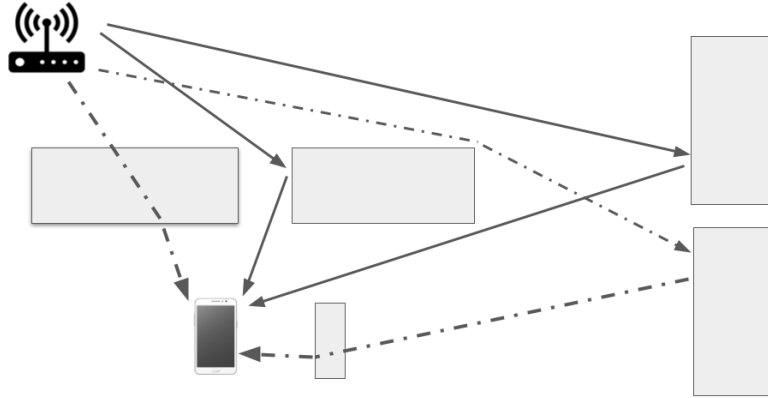


FIGURA 2.2: Representación gráfica de la propagación; las señales transmitidas sufren distintos fenómenos como reflexión, refracción, absorción o difracción al encontrar elementos que se interponen entre el receptor y el transmisor.

Time of Arrival (TOA)

Tiempo de arribo (TOA según la sigla en inglés) es la marca de tiempo en la que un receptor detecta que una señal fue recibida. La ventaja de este tipo de sistemas radica en su precisión frente a otros [1, 65, 66]. Algunas desventajas son que estos sistemas pueden requerir de hardware dedicado y de sincronización entre transmisores y receptores. Además, se ven afectados por los fenómenos propios de la propagación de señales, como lo son *multipath fading* [67-70], interferencia con distintos dispositivos [71], o non-line-of-sight [72-74].

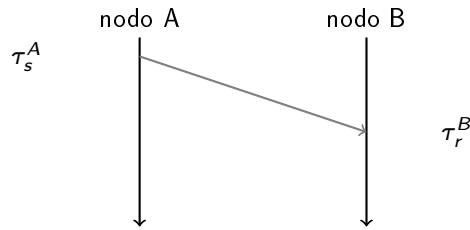


FIGURA 2.3: Representación gráfica de TOA. Un nodo A transmite en un tiempo de salida τ_s^A hacia un nodo B que recibe en un tiempo τ_r^B . Este último es el TOA.

La distancia entre dos nodos puede ser fácilmente obtenida si se conoce el tiempo exacto de viaje entre un nodo A y un nodo B como $d = TOF \times c$, donde c para el caso de señales electromagnéticas es de $\sim 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ y TOF es el tiempo de vuelo (del inglés *Time of Flight*). Para obtener TOF se asume que un nodo A envía un mensaje en un tiempo τ_s^A hacia otro nodo B que lo recibe en un tiempo τ_r^B (ver la Fig. 2.3), entonces el TOF en el nodo receptor es

$$TOF = \tau_r^B - \tau_s^A. \quad (2.2)$$

Esto es solo cierto en el caso de que los nodos estén perfectamente sincronizados, lo cual no necesariamente ocurre como se verá a continuación.

Necesidad de sincronización

En términos generales, la sincronización se puede definir como un ajuste de las escalas de tiempo debido a la interacción entre los procesos oscilantes [75]. En el contexto de esta tesis, los procesos oscilantes son los relojes internos de los dispositivos implicados en una red de comunicación y se busca que estos relojes en los dispositivos compartan la misma escala de tiempo mediante la interacción dada por el intercambio de mensajes que contienen sus propias mediciones de tiempo. Las diferencias en las escalas de tiempo de cada dispositivo están dadas por la diferencia en los materiales de construcción de cada reloj y por pequeñas variaciones que se dan por cambios medio ambientales como humedad y temperatura. Un modelo simple de reloj está dado por la ecuación

$$\tau = \omega \times t + \phi, \quad (2.3)$$

donde t es el tiempo real, τ el tiempo medido por el dispositivo, ω es la deriva (en inglés *skew*) y ϕ es la diferencia con el tiempo real que se conoce como sesgo (en inglés *offset*). Un reloj está perfectamente sincronizado si su *skew* es $\omega = 1$ y su *offset* $\phi = 0$ [76]. Los errores en la medición del tiempo inciden directamente en la estimación de la distancia y por ende en la estimación de la posición de dispositivos. Si uno de los relojes, por ejemplo el del transmisor, tiene un sesgo ϕ con respecto al receptor, el tiempo medido de salida se convierte en $\tau_s^A = t_s^A + \phi$, y, entonces, la distancia estimada se vuelve

$$\hat{d} = c \times (\tau_r^B - \tau_s^A) = c \times (t_r^B - t_s^A - \phi) = d - c \times \phi. \quad (2.4)$$

Si el sesgo tiene un valor de $\phi = 0.5$ ns entonces la distancia tiene un error de 15 cm. Con la motivación de mitigar los errores por sincronización surgen esquemas como el *Two-Way-Ranging* (TWR) (también conocido como *Two Way TOA*). El tiempo medido en este esquema es el viaje de ida y vuelta o *RTT*, del inglés *Round Trip Time*, en el cual el error por el offset se puede eliminar al medir ambos tiempos en el mismo dispositivo. El *RTT* es igual a [77]

$$RTT = 2 \times TOF + \delta, \quad (2.5)$$

donde δ es el tiempo de respuesta que debe ser conocido. Es importante notar que la mayor parte de la literatura asume $\delta = 0$, aunque claramente esto no puede ser posible. En efecto, en este caso los tiempos de salida y llegada se pueden escribir como $\tau_s = t_s + \phi$ y $\tau_r = t_r + \phi$ y entonces la estimación de la distancia se escribe como

$$\hat{d} = c \times \frac{\tau_r^A - \tau_s^A}{2} = c \times \frac{t_r + \phi - t_s - \phi}{2} = c \times \frac{t_r - t_s}{2} = d, \quad (2.6)$$

donde el factor de $1/2$ es debido a la comunicación de ida y vuelta. Este procedimiento funciona si se asume que la falta de sincronización se debe únicamente a un *offset* constante. Sin embargo, las mediciones de tiempo se pueden ver alteradas por variaciones en los osciladores de los relojes de los dispositivos causando una deriva en la medición del tiempo. Por ende, los tiempos medidos se suelen modelar como $\tau_s^A = \omega \times t_s + \phi$ y $\tau_r^A = \omega \times t_r + \phi$. En este caso la distancia estimada

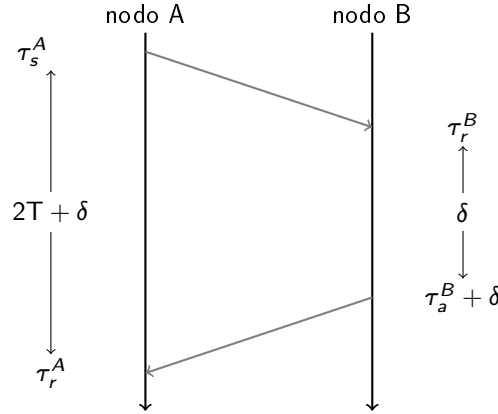


FIGURA 2.4: Two-Way Ranging. Un nodo A transmite en un tiempo de salida τ_s^A hacia un nodo B que recibe en un tiempo τ_r^B . Tras un tiempo δ (debido a procesamiento, a protocolos de acceso al medio, etc.) el nodo B responde en un tiempo τ_s^B al nodo A que recibe en un tiempo τ_r^A .

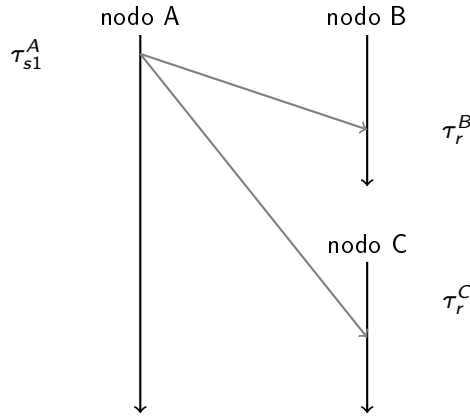


FIGURA 2.5: Representación gráfica de TDOA. Un nodo transmite en tiempos distintos hacia dos nodos de referencia diferentes, la posición se estima con la diferencia entre los tiempos de llegada a los nodos de referencia.

se vuelve

$$\hat{d} = c \times \frac{\tau_r^A - \tau_s^A}{2} = c \times \frac{\omega \times t_r^A + \phi - \omega \times t_s^A - \phi}{2} = \omega \times d. \quad (2.7)$$

Si por ejemplo, $|\omega - 1| = 2 \times 10^{-5}$ y $d = 500$ m, el error estimado estaría en el orden de 1 cm. Además, se debe observar que ni *skew* ni *offset* se mantienen constantes y sus cambios deben ser considerados [51, 78]. Sobre la estimación de las derivas se puede encontrar información en el Capítulo 4 y las referencias allí citadas.

Time Difference of Arrival

Otra alternativa para posicionamiento basado en tiempos es conocida como diferencia de tiempos de arribo o *Time Difference of Arrival* (TDOA). Consiste en medir la diferencia entre TOA de varios nodos distintos (ver la Fig. 2.5). La TDOA es entonces

$$TDOA = \tau_r^B - \tau_r^C. \quad (2.8)$$

Para entender la ventaja de TDOA sobre TOA, debemos distinguir entre diferentes tipos de nodo. Por un lado, el nodo A es aquel cuya posición es desconocida. Los nodos B y C, llamados nodos de referencia o anchors, tienen posiciones conocidas. Es factible que los anchors estén bien sincronizados entre sí, por ej., al estar conectados a través de una red cableada y por tener relojes de mayor calidad que el nodo A. Por lo tanto, los errores de sincronización con A o las imperfecciones de este no son de importancia. De esta forma, $c \times TDOA$ es igual a la diferencia de las distancias de los nodos de referencia B y C al nodo A.

Non-line-of-sight

Hasta este momento, en las ecuaciones de estimación de tiempos y distancias se ha supuesto que existe un camino de comunicación directa entre transmisor y receptor, lo cual no es necesariamente cierto. Cuando una señal viaja de manera directa entre transmisor y receptor se dice que el trayecto que recorre la señal está en *line-of-sight* (LOS). Si, por el contrario, algún elemento obstruye este camino directo, entonces se habla de *non-line-of-sight* (NLOS) (ver la Fig. 2.6). Al no existir un camino directo, el tiempo de vuelo de la señal entre el transmisor y el receptor no se relaciona sencillamente con la distancia entre ambos, afectando a los sistemas que utilizan ese tipo de mediciones. NLOS es común en ambientes interiores en donde se encuentran numerosas obstrucciones como ser paredes, muebles o personas.

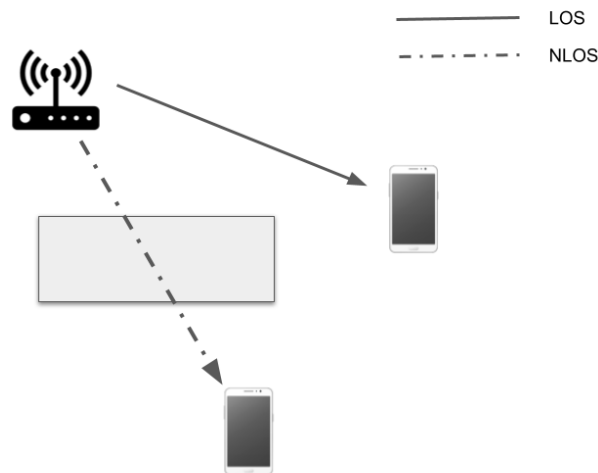


FIGURA 2.6: Un transmisor envía señales a dos receptores en distintas condiciones, en el primer caso la comunicación es directa (LOS), en el segundo hay un obstáculo que atenúa la señal (NLOS).

Las señales se pueden ver afectadas de manera distinta según el objeto con el que interactúe [79], por lo que es posible distinguir más de una clase de NLOS. Vale la pena describir el razonamiento detrás de estos diferentes tipos de condiciones NLOS. Considere la respuesta de impulso

del canal modelada en banda base como

$$h(t) = \sum_{k=1}^L g_k \delta(t - e_k), \quad (2.9)$$

donde L es el número de caminos que siguen las señales debido al *multipath*, $g_k \in \mathbb{C}$ y $e_k \in \mathbb{R}^{\geq 0}$ corresponden a la amplitud y al tiempo de arribo del k -ésimo camino, respectivamente. Como es costumbre, supongamos que $e_{k+1} > e_k$. El receptor estima el tiempo de llegada de la señal como el de la primera ruta detectada. La clave aquí es la palabra detectada. En efecto, en la condición LOS habitual y para distancias no demasiado largas, el primer trayecto detectado corresponderá al trayecto directo y a $\text{TOA} = e_1$. No obstante, puede haber un error de estimación debido a la condición de *multipath* y otras fuentes de ruido. Siempre que la potencia de la primera ruta ($\propto |g_1|^2$) cae por debajo de un umbral específico del receptor, la ruta directa se puede considerar como no detectada. Esta situación es análoga a la condición NLOS habitual en la literatura, y el tiempo de llegada se estima sobre la base de un camino secundario, es decir, e_k para algún $k > 1$. En la Ref. [80] los autores distinguen dos casos diferentes de NLOS, aunque se pueden distinguir aún más [81-85]. Siguiendo los casos que se identifican en [80], el primero es cuando la ruta directa no se detecta (por ejemplo, porque está bloqueada por un objeto metálico grande), pero la potencia total de la señal ($\propto \sum |g_k|^2$) es alta (probablemente porque la distancia es pequeña). En el segundo caso, no solo se bloquea el camino directo, sino que la potencia total es pequeña (probablemente porque el transmisor y el receptor están muy separados), observándose errores de estimación de TOA mayores que en el primero. En particular, en el área de canales UWB, es común usar los términos *soft* y *hard* para distinguir entre estas dos condiciones NLOS diferentes [81, 82]. En resumen, si las señales copia y original tienen una potencia similar pero la señal original se puede distinguir de entre sus copias se habla de *soft* NLOS. Si, por el contrario, las señales secundarias y original no se pueden distinguir entre sí y la potencia es baja, se habla de *hard* NLOS.

En ambientes donde existe *multipath* y NLOS, los nodos detectan el tiempo con un retardo positivo desconocido, por lo que la distancia real a la que se encuentran los dispositivos estará sobrestimada. En ausencia de imperfecciones de sincronización la estimación de la distancia en la Ec. (2.6) bajo NLOS se vuelve

$$\hat{d} = c \times \frac{(t_r^A - t_s^A)}{2} + c \times T = d + c \times T, \quad (2.10)$$

donde T representa el retardo por NLOS que es usualmente modelado como una variable aleatoria. La mitigación de este tipo de errores ha sido ampliamente estudiada (ver la Sección 5.1). En un capítulo posterior mostraremos una nueva alternativa para lidiar con estos errores.

2.1.3. Información de estado de canal de radiofrecuencias.

Como ya hemos mencionado, en un ambiente interior típico, una señal electromagnética se propaga por distintos caminos. Cada camino tiene un retardo, una atenuación y una fase distinta.

Entonces, la señal recibida es una combinación de numerosas versiones de la señal original. Toda esta información es más rica que simplemente la RSS y puede ser capturada en la capa física en una medición conocida como *Channel State Information* (CSI) [86]. La información contenida en la CSI puede, por ejemplo, ser organizada en una matriz tiempo-frecuencia que puede ser convertida en una imagen para su posterior uso con Redes Neuronales Convolucionales (CNN de su sigla en inglés Convolutional Neural Networks) o con *Generative Adversarial Networks* GAN como se verá más adelante en la Sección 3.2.7. Más información sobre posicionamiento con esta medición se puede encontrar en [1, 87, 88] y referencias allí citadas.

2.1.4. Intensidad de campo magnético

Subbu *et al.* [11] analizaron las señales de campo magnético al interior de edificios y determinaron que es una combinación del campo magnético terrestre y el campo generado por objetos ferromagnéticos; está disponible en todas partes y muchos dispositivos móviles modernos traen integrado un magnetómetro, lo que lo hace una medida útil para diseño de IPS. Se usa principalmente para localización por cercanía con objetos metálicos grandes, marcando sitios específicos en una trayectoria [89, 90], aunque también se puede usar como *fingerprint*, es decir, una medida única de un lugar específico. Sin embargo, como solo cuenta con tres componentes como máximo para caracterizar el espacio, el *fingerprint* no es lo suficientemente diverso para que esta pueda usar por sí sola para IPS. Es útil para combinarla con otras mediciones y algunos trabajos han mostrado que su inclusión puede mejorar la localización [48, 56]. Entre las ventajas de este tipo de sistemas está que no se ven afectados por *multipath fading* o *shadowing*, por lo que los *fingerprints* son más estables en el tiempo que los basados en RSS.

Las desventajas son: poca diversidad en el *fingerprint*; una etapa de entrenamiento más compleja [91]; las mediciones pueden necesitar ser transformadas desde el sistema de coordenadas del dispositivo y esta transformación induce a errores [92].

2.2. Clasificación de los tipos de posicionamiento

Cada dispositivo implicado en un sistema de posicionamiento está equipado con uno o más sensores y es capaz recibir y transmitir información desde y hacia otros dispositivos como si se tratara de una red de sensores en la que cada dispositivo que la compone es un nodo. La manera en la que se realizan las mediciones y la forma en la que se procesan da lugar a diferentes tipos de posicionamiento. Si existe un sistema de coordenadas global para los dispositivos (o nodos) el posicionamiento es absoluto; si, por el contrario, el sistema de coordenadas no es global, entonces el posicionamiento es relativo. Por otro lado, dependiendo de cómo se procesen las mediciones el posicionamiento puede ser centralizado o distribuido.

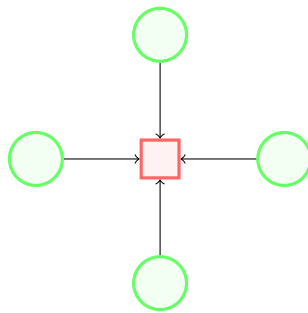


FIGURA 2.7: Posicionamiento centralizado. El posicionamiento se lleva a cabo en un solo nodo (cuadrado rojo) basado en la información que llega desde los demás nodos (círculos verdes).

2.2.1. Clasificación según el procesamiento de las mediciones

Posicionamiento centralizado

Se habla de posicionamiento centralizado si los datos se envían a un dispositivo establecido para su almacenamiento y procesamiento. Un ejemplo de una arquitectura para posicionamiento centralizado se puede encontrar en la Fig. 2.7.

Los sistemas centralizados tienen acceso a todas las observaciones cuando estiman la posición y están en capacidad de detectar datos anómalos para excluirllos del posicionamiento. Estos sistemas generalmente son más precisos que las arquitecturas distribuidas. Una desventaja es la capacidad de procesamiento que pueden llegar a demandar del dispositivo encargado de procesar la información [93].

Posicionamiento distribuido

En este tipo de posicionamiento, un conjunto de los nodos tiene la capacidad de procesamiento para generar estimaciones basados en sus observaciones. Además, se benefician de la información que reciben de otros dispositivos en la red para generar estimaciones globales. Una ventaja consiste en que el fallo, mal funcionamiento, o lecturas erróneas de alguno de los dispositivos no impide que se pueda llevar a cabo el posicionamiento [93]. Un ejemplo de una arquitectura distribuida se puede ver en la Fig. 2.8.

2.2.2. Clasificación según el tipo de coordenadas de los nodos

Posicionamiento absoluto

El posicionamiento es absoluto si existe un sistema de coordenadas global para la red. En este tipo de posicionamiento se distingue entre dos tipos de nodos, nodos objetivo y nodos de referencia. Un nodo objetivo es un dispositivo móvil o fijo con posición y velocidad desconocidas que debe ser localizado. Un nodo de referencia es un dispositivo fijo o móvil cuyas coordenadas con respecto al sistema global son conocidas en todo momento y con el mayor grado de confianza. El posicionamiento puede ser llevado a cabo por el nodo objetivo, por alguno de los nodos de

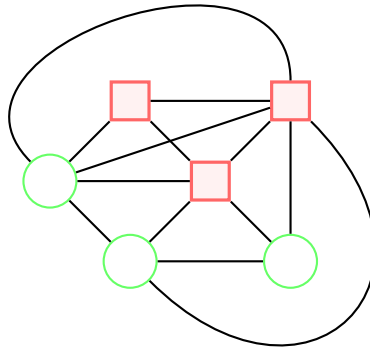


FIGURA 2.8: Posicionamiento distribuido. El posicionamiento se lleva a cabo en algunos nodos (cuadrados rojos) de manera distribuida basado en la información que recibe del resto de la red.

referencia (ver la Fig. 2.7) o por varios nodos de manera distribuida [93] (ver la Fig. 2.8). En el posicionamiento absoluto se pueden utilizar técnicas como, multilateración [94-96], de localización cooperativa [97, 98], sin estimación de la distancia como posicionamiento por proximidad [99], etc [77]. En la literatura es común que se refieran a los nodos de referencia como *anchors* y a los sistemas basados en esta configuración como *anchor-based*.

Posicionamiento relativo

En algunas redes, ninguno de los nodos tiene una posición conocida, es decir, no hay referencias. En este caso, solo coordenadas relativas pueden ser estimadas. El problema de posicionamiento relativo se puede formular de la siguiente manera [77]: dado un conjunto de nodos con posiciones desconocidas y mediciones de distancia entre algunos de ellos, determine las coordenadas relativas de todos o algunos de los nodos en la red. Este problema tiene complejidad NP y además es necesario utilizar algoritmos distribuidos para su solución. Por otra parte, estos métodos son susceptibles a caer en mínimos locales y requieren de una inicialización razonablemente precisa [77]. Algunos sistemas de este estilo se pueden encontrar en las Refs. [100-103] y referencias allí citadas.

2.3. Métodos de localización

Las técnicas más comunes para posicionamiento son multilateración, triangulación, *fingerprinting* y localización por proximidad. La multilateración consiste en estimar distancias entre dispositivos en posiciones conocidas y un dispositivo cuya posición se quiere determinar; una vez obtenidas las distancias, se puede usar geometría, programación cuadrática o métodos de regresión para determinar la posición del nodo. En las técnicas de AOA/AOD se estiman los ángulos desde los cuales llegan señales al dispositivo a localizar. El *fingerprinting* consiste en aproximar la

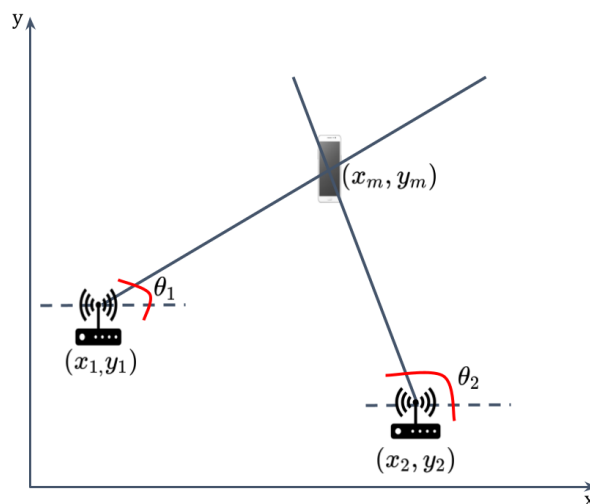


FIGURA 2.9: Representación de triangulación. Cada dirección θ provee una línea en la que se encuentran receptor y transmisor. Al menos dos dispositivos con posición conocida son requeridos para hallar un tercero que se localiza en la intersección de las líneas provistas por las direcciones de las cuales se detectaron señales.

posición a partir de una base de datos que se compone de las intensidades de señal medidas en posiciones conocidas. La localización por proximidad se hace ubicando el dispositivo receptor en el rango de cobertura de un transmisor. A continuación se exponen con más detalle estos métodos de localización.

2.3.1. Localización por proximidad

Se basa en la premisa de que las señales tienen un rango limitado y, por lo tanto, si un receptor puede detectar la señal desde un transmisor entonces el receptor está dentro del radio de cobertura del transmisor con posición conocida. Es el método de localización más sencillo pero a la vez es el más impreciso [104]. Este tipo de posicionamiento se suele usar como soporte con otras técnicas, por ejemplo para ubicar los puntos de referencia en técnicas de localización y mapeo simultáneo (SLAM de su sigla en inglés *Simultaneous Localization and Mapping*). Se puede usar con señales como Bluetooth, campo magnético, Wi-Fi, etc.

2.3.2. Triangulación

Consiste en estimar la dirección desde la cual se recibe una señal es transmitida o recibida, esta medición se conoce como ángulo de llegada o de salida según corresponda (AOA/AOD del inglés *Angle of Arrival/Angle of Departure*). Cada dirección recibida provee una línea en la cual el dispositivo objetivo y el de referencia están localizados. La posición del dispositivo objetivo se encuentra en la intersección de las mencionadas líneas como se muestra en la Fig. 2.9. Algunas maneras de obtener el AOA/AOD, se pueden encontrar en las Refs. [61, 105]. Además, el posicionamiento con AOA/AOD viene estandarizado para redes 5G desde su versión 16 [106].

Aunque es el principio de localización de aplicaciones como radar, exploración sísmica, o radio

astronomía [60], en interiores es una medida precisa para localización cuando la distancia entre el transmisor y el receptor es pequeña, pero su precisión se deteriora cuando esta distancia aumenta [1]. Otra desventaja está en la complejidad para su obtención respecto a otros sistemas ya que requiere de arreglos de antenas [107].

2.3.3. Multilateración

Consiste en estimar la localización de un nodo objetivo a partir de las distancias con los nodos de referencia. Las distancias se pueden determinar a partir de mediciones de potencia recibida o de tiempo, como ya fue explicado. La estimación de la posición del receptor se puede considerar como la determinación del vértice de un triángulo, cuyos otros vértices son las posiciones de los dos transmisores. Los lados del triángulo son las distancias del receptor a cada transmisor y la distancia entre transmisores. En la Fig. 2.10 se observa que en un espacio de dos dimensiones hay dos posibles posiciones para este vértice si se usan solo dos nodos de referencia. Por ello, se necesita otro transmisor para quitar esta ambigüedad. En donde se intercepten al menos tres circunferencias, será la posición más probable para el receptor. El radio de cada circunferencia es la distancia entre transmisor y receptor.

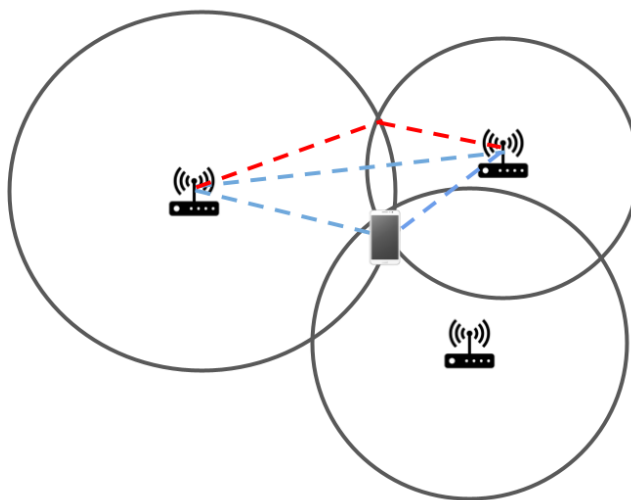


FIGURA 2.10: Representación de localización por lateración. El radio de cada circunferencia corresponde con la distancia de los transmisores al receptor representado por el teléfono en la intersección de las circunferencias.

Debido a errores en la estimación de las distancias, las circunferencias podrían no interceptarse o hacerlo en más puntos. Además, al usar un tercer transmisor solo como parámetro de decisión no se está realmente aprovechando la información del mismo. Por ello, el problema de localización no se suele resolver usando trigonometría, sino que se trata como un problema de estimación que se puede resolver por ejemplo, mediante cuadrados mínimos

Una ventaja del posicionamiento por cuadrados mínimos es que se puede usar un número ilimitado de nodos de referencia y que es posible incorporar distinta cantidad de mediciones. Una desventaja es que en general es necesario usar algún método numérico para aproximar la

solución [108] y que la solución puede ser subóptima [104].

Localización hiperbólica

Como las señales viajan a la misma velocidad, la TDOA está asociada a una diferencia de distancias a dos puntos igual a $\Delta d = c \times TDOA$ que es constante. Por lo que el nodo a localizar está ubicado en una hipérbola cuyos focos se encuentran en las posiciones de los nodos referencia. Para saber en cuales de los puntos que componen la hipérbola se encuentra el objetivo, es necesaria al menos una hipérbola más (ver Fig 2.11). Entonces, si las distancias a un nodo móvil de un nodo de referencia arbitrario es r_1 y las demás distancias de las referencias a un móvil son r_i , entonces las diferencias de las distancias son

$$d_{i1} = r_i - r_1 = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}, \quad i = 2, \dots, n, \quad (2.11)$$

donde n es la cantidad de nodos de referencia, (x_i, y_i) es la posición del i -ésimo nodo de referencia y (x, y) es la posición a determinar, ordenando la Ec. (2.11) como $r_1 + d_{i1} = r_i$ y elevando al cuadrado a ambos lados se obtiene

$$x_i^2 + y_i^2 - x_1^2 - y_1^2 - 2x(x_i - x_1) - 2y(y_i - y_1) = d_{i1}^2 - 2d_{i1}r_1, \quad (2.12)$$

que es un sistema de ecuaciones que se debe resolver para (x, y, r_1) . Escribiéndolo en forma matricial queda

$$H\vec{x} = \vec{b}, \quad (2.13)$$

$$\vec{x} = [x, y, r_1]^T, \quad (2.14)$$

$$H = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & d_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n - x_1 & y_n - y_1 & d_{n1} \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

$$\vec{b} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (x_2^2 + y_2^2) - (x_1^2 + y_1^2) - d_{21}^2 & \vdots & \vdots \\ (x_n^2 + y_n^2) - (x_1^2 + y_1^2) - d_{n1}^2 \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

En conclusión, queda un problema de estimación que se puede resolver mediante mínimos cuadrados, máxima verosimilitud, programación cuadrática, entre otros.

2.3.4. Fingerprinting

Se trata de una técnica de posicionamiento por etapas: calibración, entrenamiento y posicionamiento (ver Fig. 2.12). La etapa de calibración consiste en la recolección de datos que caractericen el espacio sobre el cual se desea hacer la localización de uno o más dispositivos mediante la medición de señales. Para ello, las señales se miden en posiciones conocidas y determinadas de antemano. De esta manera, la señal medida queda asociada a dicha posición. A la base de datos

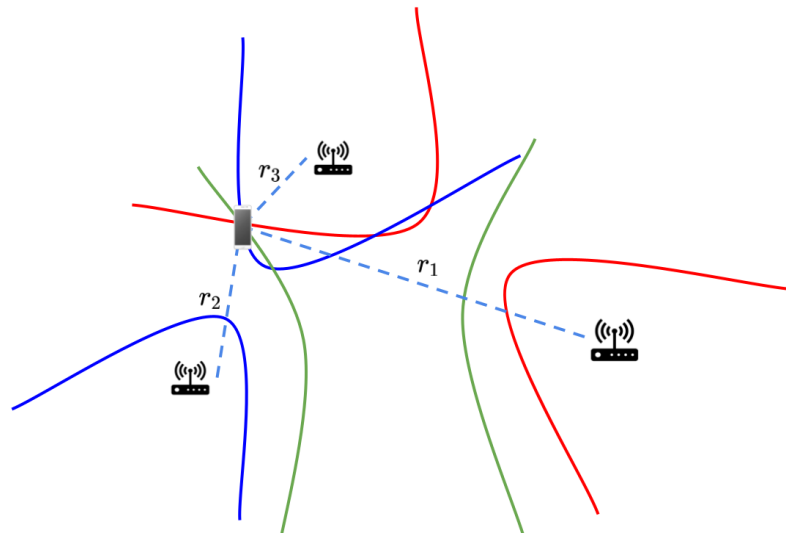


FIGURA 2.11: Representación de localización hiperbólica. Las hipérbolas están definidas por un par de mediciones de distancia (r_1, r_2) o (r_1, r_3) . Los dispositivos referencia definen los focos de las hipérbolas.

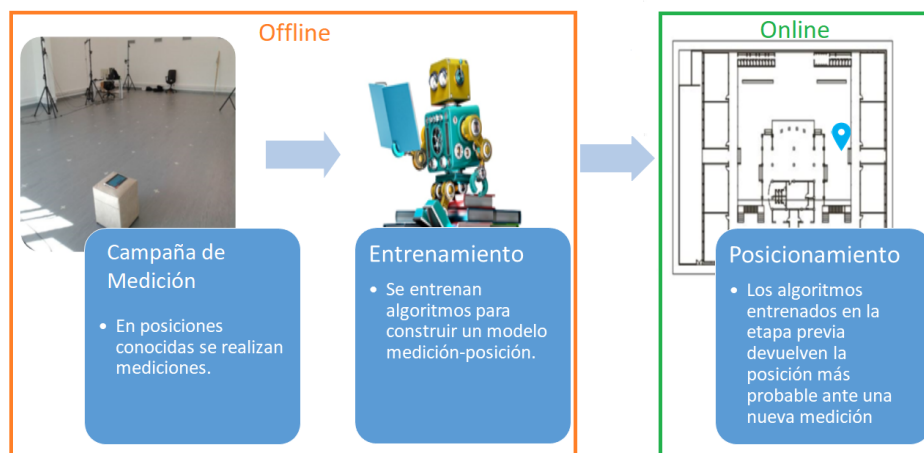


FIGURA 2.12: Etapas de la técnica de fingerprinting. En la imagen de la izquierda aparece un escenario real de construcción de un fingerprint. Luego de la construcción del fingerprint, se entrena un algoritmo para que relacione las mediciones con una posición (figura del medio). Después de una etapa de entrenamiento offline la ubicación, se obtiene online (figura de la derecha).

que se genera de este procedimiento, y que idealmente caracteriza el espacio, se le conoce como *fingerprint*. Esta técnica asume que la señal se propagará siempre de la misma manera (o parecida), es decir, que los muros, mobiliario, y elementos presentes afectarán siempre de la misma forma a las señales. Al mismo tiempo, asume que la medición en cada posición será lo suficientemente distinta como para distinguirla de las mediciones en otras posiciones. La precisión de esta técnica está directamente relacionada con la calidad y la cantidad de datos recolectados. Esta técnica puede alcanzar una exactitud de alrededor de 1 m [47] en interiores usando señales de Wi-Fi, pero, la etapa de calibración es laboriosa y consume mucho tiempo, además de no ser práctica para

posicionamiento a grandes escalas.

Se debe mencionar que el *fingerprint* puede variar en el tiempo por el cambio de las condiciones del ambiente, por ejemplo, cambios en el mobiliario, tránsito de personas en el lugar, interferencia con dispositivos que no se encontraban en el momento de calibración o fallas de los dispositivos que sí estaban presentes alteran el *fingerprint*. Es por ello, y por lo laborioso de la etapa de calibración, que varios estudios de esta técnica se centran en la automatización de esta etapa. La automatización se puede hacer utilizando técnicas como: *crowdsourcing* [109, 110], SLAM [111, 112] o mediciones virtuales [113-115]. *Crowdsourcing* consiste en la obtención de datos de un número grande de personas usualmente vía aplicaciones móviles o en internet; un ejemplo de esta técnica son, por ejemplo, las aplicaciones de tráfico que permiten a sus usuarios reportar accidentes, rutas congestionadas, etc. Para hacer un *fingerprinting* vía *crowdsourcing* los usuarios de dispositivos a localizar podrían compartir por ejemplo las redes detectadas, la potencia recibida, datos de magnetómetro, conexiones Bluetooth, etc. De esta manera, se puede mantener actualizado el *fingerprint*. Para realizar este *fingerprinting*, los usuarios tendrían que contar con el mapa del espacio a censar o con algún mecanismo que permita relacionar las mediciones que cargan con la posición real en la que se encuentran. Para reducir las dificultades que acarrea contar con la participación de los usuarios, se pueden usar las técnicas SLAM. Estas son comúnmente utilizadas en el área de la robótica, específicamente para la navegación de vehículos no tripulados. Consiste en realizar el mapa con base en la identificación de puntos de referencia y luego realizar la localización utilizando los mismos. Este proceso es continuo y mejora con el tiempo a medida que se recolecta más información. SLAM suele usar diversidad de mediciones, por ejemplo RSS, campo magnético, o acelerómetros. Finalmente, las mediciones virtuales consisten en generar datos sintéticos que complementen al *fingerprint* haciéndolo más completo y diverso. Esta técnica es útil para el caso en que un transmisor falla o cambia de lugar o para reducir el costo y tiempo de la etapa de calibración.

Una vez obtenido el *fingerprint*, en la etapa de entrenamiento se construye un modelo que pueda relacionar las mediciones con su respectiva posición. Este modelo puede realizarse empleando técnicas de aprendizaje automático utilizadas típicamente para regresión. Más información de cómo funcionan algunas de estas técnicas y sobre los mecanismos que se usan para maximizar la precisión de técnicas *fingerprinting* se pueden encontrar en el Capítulo 3. La etapa de posicionamiento es simplemente la puesta en práctica del modelo aprendido en la etapa de entrenamiento.

2.3.5. Seguimiento del estado de un sistema

Los dispositivos a localizar no están necesariamente estáticos todo el tiempo y en algunas aplicaciones puede ser necesario seguir los cambios de posición de los mismos. El seguimiento de la ubicación (o de otros parámetros) en el tiempo es lo que se conoce como *tracking*. El movimiento de los dispositivos implica que los modelos que relacionan observación con posición ahora tengan la forma

$$\vec{z} = \vec{h}(\vec{x}, \vec{v}), \quad (2.17)$$

donde x es la posición y v la velocidad. Estimar la velocidad del dispositivo puede ser importante

para el análisis de los parámetros de interés. En cualquier caso, el número de mediciones necesarias para el seguimiento o *tracking* es mayor que en el caso de la localización estática. Habitualmente, la estimación se basa en un modelo de movilidad, el cual consiste en una formulación matemática o conceptual de reglas que intentan asemejarse al movimiento de los dispositivos dependiendo del escenario considerado [116]. En lo que queda de esta sección se expondrá, de manera somera y general, el problema de *tracking*, relacionando las observaciones a lo largo del tiempo, el modelo de observación de las mediciones y el modelo de movilidad. Esta breve presentación servirá como referencia para el desarrollo en el Capítulo 3. Considere que $\hat{x}(k|j)$ es la posición estimada en el instante k -ésimo dadas las observaciones $Z(j) = [z(1), z(2), \dots, z(j)]$ hasta el instante j -ésimo, incluyéndolo. Con esta notación, la posición estimada, sobre la base de todos los datos hasta el instante k , está dada por

$$\hat{x}(k|k) = \mathbb{E}(x(k)|Z(k)) = \int_{\mathcal{X}} x(k) f(x(k)|Z(k)) dx(k). \quad (2.18)$$

La evaluación de la ecuación anterior requiere el conocimiento de la densidad a posteriori $f(x(k)|Z(k))$. En un sentido estadístico, esta densidad contiene toda la información sobre los estados pasados y actuales que el sistema necesita para formar $\hat{x}(k|k)$. La mencionada densidad puede ser estimada de manera recursiva eliminando la necesidad de guardar la totalidad de las mediciones anteriores. Usando la formulación recursiva únicamente $f(x(k)|Z(k-1))$ y la nueva medición $z(k)$ son necesarias. Esto representa una ventaja, por ejemplo ante algoritmos que utilizan datos guardados hasta un instante específico [93]. El cálculo recursivo de la densidad a posteriori se logra utilizando el teorema de Bayes:

$$\begin{aligned} f(x(k)|Z(k)) &= f(x(k)|z(k), Z(k-1)) \\ &= \frac{f(z(k)|x(k), Z(k-1))}{f(z(k)|Z(k-1))} f(x(k)|Z(k-1)) \\ &= \frac{f(z(k)|x(k))}{f(z(k)|Z(k-1))} f(x(k)|Z(k-1)) \\ &= f(x(k)|Z(k-1)) \frac{f(x(k)|z(k))}{f(z(k)|Z(k-1))} \frac{f(z(k))}{f(x(k))}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

En la derivación se asume que $z(k)$ no depende de $Z(k-1)$ dado $x(k)$. Esta suposición no puede justificarse trivialmente porque $z(k)$ depende de condiciones medio ambientales como *multipath* y *shadowing* además de la posición actual del móvil. A pesar de esta suposición, el tipo de *tracking* acá expuesto suele dar resultados satisfactorios como se verá más adelante. Entonces, la densidad a posteriori en la Ec. (2.19) requiere de la nueva observación $f(z(k)|Z(k-1))$ y estimación de 4 densidades, a saber:

- **Densidad de predicción:** Es denotada como $f(x(k)|Z(k-1))$ y es un modelo que relaciona la evolución en el tiempo del estado actual del dispositivo móvil con mediciones previamente obtenidas. Se emplea el conocimiento de la dinámica del móvil y usa el hecho de que los

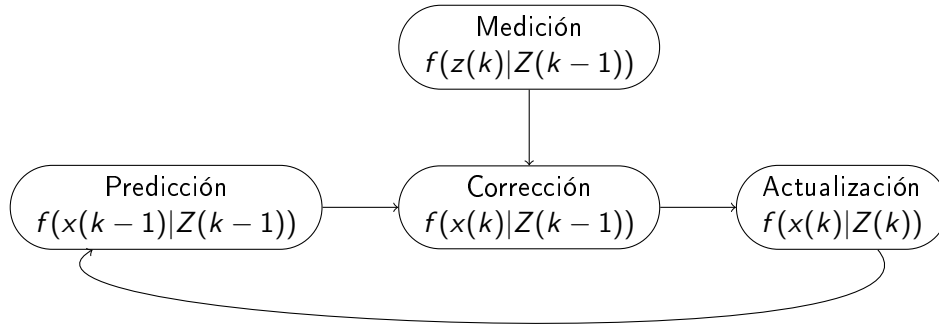


FIGURA 2.13: Estructura predicción-corrección para la estimación de estados. En primera instancia se predice el estado basados en un modelo previamente definido, esta predicción se corrige con la ayuda de la medición, el estado y el modelo se actualizan con la nueva medición.

estados del móvil están correlacionados entre sí.

- **Densidad de verosimilitud:** En la Ec. (2.19) es $f(z(k)|x(k))$. Relaciona la medición actual con el estado del dispositivo, representa el modelo de observación o de medición.
- **Densidad de evolución de medición:** En la Ec. (2.19) es $f(z(k)|Z(k-1))$ y modela la evolución temporal de las mediciones. Puede ser obtenida a partir de la densidad de verosimilitud y de la predicción ya que

$$f(z(k)|Z(k-1)) = \int f(z(k)|x(k))f(x(k)|Z(k-1))dx(k). \quad (2.20)$$

- **Densidad de medición:** En la Ec. (2.19) es $f(z(k))$ y representa la densidad de las mediciones.
- **Densidad a priori:** La densidad a priori $f(x(k))$ representa la información disponible sobre el estado del móvil previo a las observaciones.

Usando la formulación expuesta anteriormente, la densidad a posteriori $f(x(k)|Z(k))$ se puede calcular en dos pasos (ver la Fig. 2.13). Primero, basado en mediciones hasta el instante de tiempo previo se calcula una densidad que intenta predecir el estado actual. Luego, las mediciones se usan para corregir la predicción. Esta estructura de predicción-corrección es utilizada por métodos como los filtros de Kalman o los filtros de partículas para el seguimiento (o *tracking*) de la posición u otras cantidades. Más información sobre estos métodos se puede encontrar, por ejemplo, en las Refs. [117-119]. En cuanto a su aplicación al problema de posicionamiento en interiores, veremos más detalles en el Capítulo 4.

2.4. Algunas tecnologías para localización en interiores

2.4.1. Tecnologías de radiofrecuencia

RFID

Las primeras formas de localización en interiores se basaban en sistemas con hardware ad-hoc que debía acompañar a los individuos u objetos a seguir. En esta área, un trabajo pionero fue el de Ni *et al.* [9], donde se propuso el prototipo LANDMARK basado en dispositivos RFID activos para localización en interiores. RFID es una tecnología dirigida principalmente a proporcionar identificación de objetos basada en etiquetas identificadoras únicas de varios dígitos, generalmente asociadas con manejo de inventario. Las etiquetas RFID son pequeñas y muy baratas, pero su alcance es limitado a aproximadamente 1 m. Aunque algunas pueden alcanzar los 20 m, las mismas se ven afectadas en cercanías de objetos metálicos grandes o grandes cuerpos de agua. Normalmente, se utiliza un lector de etiquetas especial para la identificación. Estas etiquetas no cuentan con batería y requieren de la energía del lector para activarse; este principio se conoce como *backscattering*. La tecnología no está particularmente dirigida a la determinación de la posición, pero una simple adaptación permite su uso para tal fin. Por ejemplo, posicionando a los lectores en ubicaciones clave, como las puertas, se pueden utilizar para identificar a las personas que se mueven por un edificio. Si bien las etiquetas son baratas, los costos de infraestructura pueden ser altos si un gran número de lectores se emplean para proporcionar una buena cobertura de posicionamiento. Por ejemplo, en un edificio de oficinas, puede ser necesario un lector ubicado en la entrada de cada oficina. Además, los costos de infraestructura para interconectar los lectores serían altos. La precisión de posicionamiento suele ser de unos pocos metros (el tamaño de una habitación) [120]. Más sobre este tipo de sistemas se puede ver en las Refs. [121-124] y las referencias allí citadas.

IEEE 802.11 (WLAN)

Comúnmente conocido como Wi-Fi es un estándar y una tecnología creada por una alianza de varias compañías con el fin de establecer un mecanismo capaz de crear conexión inalámbrica que fuese compatible entre variedad de dispositivos. El mecanismo que siguen los dispositivos compatibles con Wi-Fi están descritos en el estándar 802.11 de la IEEE. El estándar describe la capa física, el protocolo MAC y el sistema de seguridad de Wi-Fi. Funciona fundamentalmente en dos bandas de frecuencias, 2.4 y 5.8 GHz. La razón de usar estas bandas es que son no licenciadas; se denominan bandas ISM (*Industrial, Scientific, and Medical*). Al ser bandas no licenciadas hay otras aplicaciones en las mismas, por lo que, para evitar demasiada interferencia, 802.11 hace uso de técnicas de ensanchado de espectro. Wi-Fi permite diseñar sistemas utilizando la infraestructura existente, lo cual abarata mucho los costos del IPS. Por ello, Wi-Fi es una de las tecnologías más estudiadas para IPS [1, 6, 125-134]. De hecho, según Pascacio *et al.* [135] el 41.6 % de los trabajos correspondientes a IPS publicados entre 2006 y 2020 se refiere a sistemas basados en Wi-Fi. La señal tiene un alcance de unos 100 m, lo que, dependiendo de la técnica de posicionamiento, representa una ventaja sobre otras tecnologías como el Bluetooth que tienen un alcance de hasta

10 m. En cuanto a las técnicas para posicionamiento con Wi-Fi se suele usar *fingerprinting* con RSS (ver el Capítulo 3 y las referencias allí citadas) o con CSI (del inglés *Channel State Information*) [136-139]. Anteriormente, era necesario modificar el hardware para obtener tiempos de vuelo de Wi-Fi. Sin embargo, las últimas versiones del estándar IEEE 802.11 contemplan dichas mediciones y además la localización mediante el protocolo de RTT [46, 140, 141]. En Torres *et al.* [88] desarrollaron un amplio análisis en el que compararon distintas tecnologías y sistemas. Según su análisis, la exactitud media de los sistemas Wi-Fi con *fingerprint* de RSS es < 5 m. Aunque bajo condiciones cuasi ideales y con un procesamiento previo de los datos es posible alcanzar exactitud media de 1.2 m como se puede ver en esta tesis en el Capítulo 3. Por otro lado, para sistemas basados en tiempos de vuelo o CSI de Wi-Fi la exactitud media es < 2 m [88].

Bluetooth

Es una tecnología disponible en gran cantidad de dispositivos móviles para ser usada como redes inalámbricas de uso personal (para más información sobre el estándar ver la Ref. [142]). Su alcance es de 5 a 20 m dependiendo de las condiciones de propagación [143]. Es claro de lo anterior que es necesaria la instalación de hardware para este tipo de sistemas y que, debido a su corto alcance, son necesarios varios dispositivos a medida que aumenta el área en la que se requiera la localización. Dado que la lectura de RSS no viene implementada en el estándar por defecto y el protocolo no favorece la medición de tiempos de vuelo, las primeras técnicas de posicionamiento consistían en la localización por proximidad [144, 145]. Sin embargo, mediante algunas modificaciones es posible diseñar sistemas con RSS [146], AOA [147] o TOF [148]. La exactitud de estos sistemas está entre 2 y 5 m según el meta estudio llevado a cabo por Torres *et al.* [88]. Más sistemas de posicionamiento con esta técnica se puede encontrar en la Ref. [149] y las referencias allí citadas.

ZigBee

ZigBee es un estándar de tecnología inalámbrica. Al igual que Bluetooth, se considera un servicio de red inalámbrica de uso personal, aunque no está tan extendido como el estándar anterior. Está especialmente diseñado para aplicaciones que exigen bajo consumo y que no requieren una alta tasa de transmisión. La cobertura del rango de señal de un dispositivo ZigBee puede ser de hasta 100 m en condiciones LOS, pero en ambientes interiores el rango va normalmente hasta los 20 m. La estimación de la distancia entre dos dispositivos ZigBee se suele realizar a partir de valores RSS. Como ZigBee opera en las bandas ISM, es vulnerable a la interferencia de una amplia gama de señales que utilizan la misma frecuencia y que pueden interrumpir la comunicación [143]. Más sobre este tipo de sistemas se puede ver en las Refs. [34, 150-152]. La exactitud media de los sistemas basados en ZigBee es < 5 m [88].

LoRa

LoRa (por el inglés *Long Range*) es una tecnología diseñada para conexiones a grandes distancias (hasta 20 km). Está pensada para que sea de bajo costo, con gran eficiencia energética,

tolerante al ruido y con buena penetración en estructuras. Estas características la hacen una alternativa interesante para posicionamiento en interiores, alcanzando exactitud media entre 0.7–3.7 m según el trabajo de Kim *et al.* [153], dependiendo de la cercanía entre dispositivos de referencia y objetivos y de si se encontraban o no en condiciones LOS. Los sistemas de posicionamiento basados en LoRa se enfocan principalmente en ambientes exteriores [154, 155], las distancias en exteriores pueden ser grandes y causan que la señal se atenúe en el camino, por lo que para localización en interiores es necesario agregar dispositivos adicionales [1]. Además, su baja tasa de transmisión causa que LoRa no se pueda utilizar en aplicaciones que requieran posicionamiento en tiempo real [156]. Si bien LoRa no es una tecnología tan extendida y estudiada como Wi-Fi o Bluetooth se pueden encontrar sistemas de posicionamiento para interiores basados en LoRa, estos pueden utilizar RSS [156, 157] o RTT [158].

Telefonía Móvil

La mayor parte de los sistemas de posicionamiento con esta tecnología están pensados para ambientes urbanos [159]. El servicio de posicionamiento en redes celulares se desarrolló por primera vez con el objetivo de proporcionar la ubicación de llamadas de emergencia y soportaba ambientes exteriores. Sin embargo, recientes avances contemplan el posicionamiento en interiores para atender llamadas de emergencia que provienen de dichos espacios [160]. De hecho, estándares de telefonía más recientes como las redes 5G contemplan una exactitud < 3 m para aplicaciones comerciales en interiores [161] y de algunos decímetros para seguridad en el interior de fábricas [162]. Para alcanzar la exactitud deseada, el diseño de los sistemas de posicionamiento con 5G debe explotar las ventajas específicas de la red, como el gran ancho de banda (por encima de 6 GHz), el despliegue masivo de nodos y las antenas utilizadas en los sistemas MIMO. Además, el conjunto de antenas masivas utilizado en las redes 5G introduce un grado de libertad adicional en el dominio espacial del canal inalámbrico, que tiene un gran potencial para mejorar significativamente la localización. Otro enfoque eficaz para lograr una alta precisión de posicionamiento en diversos escenarios es la integración de dispositivos 5G con tecnologías como bluetooth o GPS [161].

Los métodos de posicionamiento incluyen cercanía con una antena transmisora, TDOA, RTT o AOA/AOD [162]. Para posicionamiento en interiores esta tecnología se suele usar en conjunto con mediciones de otras señales [88]. Un trabajo que por medio de simulaciones muestra el desempeño del posicionamiento en interiores de las redes celulares es el de Dwivedi *et al.* [163] quienes mencionan exactitud de entre 0.2 m y 20 m dependiendo del algoritmo utilizado. Otros trabajos de posicionamiento en interiores con redes de celular son, por ejemplo, el de Vaghefi *et al.* [164] que usaron la técnica de *fingerprint*, el de Varshavsky *et al.* [39], en donde obtuvieron una exactitud media < 25 m para algunos casos específicos usando *fingerprint* de redes celulares en combinación de Wi-Fi; y el de Poosamani y Rhee [165], quienes al usar la información de la capa física de señales 4G lograron una exactitud media de 2.4 m.

Ultra-wideband (UWB)

Es una tecnología de rango mediano y ancho de banda amplio que le permite ser resistente a las afectaciones por *multipath*, minimizar la interferencia con otras tecnologías en la misma banda, además de tener buena penetrabilidad en los materiales de edificios como concreto, vidrio o madera. Estas características lo hacen una tecnología muy favorable para el diseño de IPS, siendo de las más utilizadas para este fin (ver [10, 135, 166, 167] y las referencias allí citadas). El rango de cobertura de este tipo de sistemas puede alcanzar los 100 m [143] y la precisión alcanza el orden de los centímetros [88, 120]. Se pueden implementar IPS con esta tecnología con mediciones como TOA, RTT, AOA, o RSS y con técnicas como multilateración o *fingerprinting*.

Debido a su amplio ancho de banda las señales de UWB tienen alta resolución en las mediciones de tiempo [168] por lo que gran parte de los sistemas con UWB se basan en TOA o TDOA [10, 167, 169-172]. Una de las desventajas de usar mediciones de tiempo son sus afectaciones por NLOS, por lo que mucha de la investigación en sistemas de UWB se centran en la mitigación de errores por NLOS, más información al respecto se puede encontrar en las referencias citadas en la Sección 5.1.

2.4.2. Otras tecnologías

Sistemas de comunicación óptica

Los sistemas clásicos de posicionamiento con luz usaban una placa con un identificador único que emitían de manera periódica usando luz infrarroja. La posición del usuario se determinaba basado en la proximidad con receptores instalados en posiciones pre-establecidas y, por ende, la precisión del sistema dependía de la densidad de receptores instalados. Este sistema tiene las limitaciones de la necesidad de instalar infraestructura y el rango limitado de los sensores infrarrojos [173, 174].

Otra tecnología disponible para el posicionamiento con luz es la comunicación con luz visible (VLC de su sigla *Visible Light Communication*). Esta tecnología es un tipo de comunicación en el que los datos se envían mediante la modulación de ondas de luz en el espectro visible (longitud de onda de 380 nm a 750 nm). La idea detrás de este tipo de sistemas es proveer iluminación y comunicación al mismo tiempo. Los transmisores consisten en bombillas tipo LED con un driver que controla la corriente pasando a través de los LED, influenciando directamente la intensidad de la iluminación. Estos cambios en la intensidad de la iluminación deben ser imperceptibles para los humanos, pero no para los receptores responsables de capturar la luz y convertirla en corriente eléctrica y posteriormente datos. Los receptores constan típicamente de un fotodiodo, pero también otros dispositivos como cámaras de teléfono pueden ser utilizados [175]. Entre las ventajas de este tipo de sistemas está que la infraestructura para iluminación se puede usar para la comunicación y el posicionamiento, el espectro electromagnético en el que trabaja es libre de licencias y cuenta con mayor ancho de banda del espectro electromagnético para su transmisión que los sistemas basados en RF. Otra ventaja es que no tiene problemas de interferencia electromagnética en ambientes con equipamiento sensible. Entre las desventajas se cuentan que VLC requiere de caminos LOS,

depende de la orientación del receptor y que no es una tecnología tan adaptada en forma masiva al día de hoy.

Sistemas de navegación inercial

Un sistema de navegación inercial (INS del inglés *Inertial Navigation System*) permite estimar la posición, velocidad y dirección a partir de un dispositivo conocido como unidad de medición inercial (IMU del inglés *Inertial Measurement Unit*). Este consiste en un dispositivo electrónico equipado de una combinación de acelerómetros, giroscopios y, a veces, magnetómetros. Si la posición y la orientación inicial del dispositivo móvil es conocida, posiciones posteriores, orientaciones y velocidades pueden ser actualizadas a partir de una técnica conocida como *dead reckoning* sin la necesidad de ningún tipo de referencias. Esto permite que los sistemas de navegación inercial puedan ser implementados en ambientes donde la instalación y mantenimiento de estructuras es complicada o imposible. Una desventaja de este tipo de sistemas es que la deriva de la posición crece con el tiempo, por lo que los INS se suelen utilizar en conjunto con otros sistemas de posicionamiento [14, 176] que le provean una posición de tanto en tanto y le permitan corregir. En este sentido, los INS pueden ayudar al sistema complementario en donde este tenga poca o nula cobertura. La exactitud de este tipo de sistemas varía con el ambiente en el que se esté usando y está entre los 1 y los 10 m [88]. Más información sobre este tipo de sistemas se puede encontrar en [143, 177, 178] y las referencias allí citadas.

Sistemas basados en ondas acústicas

El sonido son ondas mecánicas, es decir una oscilación de presión que se transmite por un medio. Los sistemas de posicionamiento usan el aire o los materiales con los que se construyen estructuras como medio de transmisión. Las posiciones de los nodos móviles se determinan mediante multilateración (ver Sección 2.3.3) en función de la distancia medida a nodos estáticos montados permanentemente en el techo o las paredes y cuya ubicación es conocida. La mayoría de los sistemas utilizan ultrasonido, pero como alternativa se puede utilizar un sonido audible [143]. Los sistemas de posicionamiento basados en sonido pueden alcanzar exactitud de centímetros [179-181]. Sin embargo, el fuerte decaimiento de las ondas acústicas causa que los sistemas se limiten a un rango operativo de 10 m, a menos que se despliegan nodos adicionales [143]. La relativamente lenta velocidad del sonido facilita la sincronización entre dispositivos. Las desventajas de este tipo de sistemas son las afectaciones por el efecto Doppler, y que la velocidad del sonido depende directamente de la temperatura. También se ven afectados por NLOS y por *multipath fading*, por lo que alcanzar la mencionada exactitud de centímetros no resulta sencillo.

2.4.3. Combinación de medidas y tecnologías

Debido a que cada medición y tecnología cuenta con fortalezas y desventajas, varios investigadores proponen combinarlas con el fin de potenciarlas. Por ejemplo en esta tesis, en la Sección 3.5.1 y las referencias allí citadas, se puede ver cómo mediciones del campo magnético en combinación con RSS de Wi-Fi da mejores resultados que usar únicamente RSS. Dispositivos como los

teléfonos inteligentes vienen equipados con gran cantidad de sensores cuyas mediciones se pueden utilizar en conjunto para posicionamiento. Por ejemplo, Yu *et al.* [140] proponen un sistema basado en tiempos de señales Wi-Fi, acelerómetros, giroscopios y magnetómetros, sensores que están disponibles en la mayoría de los teléfonos inteligentes. Pascacio *et al.* [135] contiene una revisión muy completa sobre más de 100 trabajos publicados entre 2006 y 2020 en los que se usan combinaciones de mediciones y tecnologías. Para hacerse una idea de la mejoría que representa fusionar mediciones se puede ver por ejemplo la revisión del estado del arte de Brena *et al.* [182], en el que mencionan por ejemplo un sistema [183] que pasó de tener exactitud media de 5.73 m con solo Wi-Fi a tener exactitud media de 1.23 m al utilizar sensores inerciales. O el trabajo de Kriz *et al.* [7] que obtuvo una mejora del 23 % al incorporar Bluetooth a mediciones Wi-Fi.

Capítulo 3

Exactitud de sistemas basados en potencia recibida de señales de radio

En este capítulo probamos algunos de los algoritmos del estado del arte para el posicionamiento de dispositivos usando mediciones RSS con el fin de determinar qué tan exactos pueden ser. Una idea de la exactitud se puede obtener con herramientas tales como la cota de Cramér-Rao (ver, por ejemplo, [184] y referencias allí citadas) o mediante trabajos experimentales. Siguiendo este segundo camino, hay varios trabajos que tratan de evaluar la performance de IPS basados en RSS [1, 15, 21, 43-45, 127, 185-187]. Sin embargo, el problema que se encuentra en estos trabajos es que no son realmente comparables ya que cada sistema de posicionamiento se diseña y construye bajo condiciones que no necesariamente se replicarán en otros ambientes. Esto causa que la comparación justa entre algoritmos no sea posible y es precisamente este tipo de comparación la principal motivación de este capítulo. Para tal fin, la metodología consistió en realizar una toma de datos en condiciones bastante ideales y luego probar algoritmos de localización encontrados en el estado del arte con el fin de determinar la exactitud máxima que se puede alcanzar con sistemas basados en la medición de RSS en redes Wi-Fi. Se concluye que con RSS únicamente es difícil alcanzar la localización con un error inferior a 1 m bajo la configuración del estudio aquí propuesto.

El trabajo en este capítulo ha sido parcialmente publicado y presentado en los siguientes artículos de conferencia:

J. P. Grisales Campeón, S. López, S. R. de Jesús Meleán, H. Moldovan, D. R. Parisi and P. I. Fierens, “Indoor Positioning based on RSSI of Wi-Fi signals: how accurate can it be?”, pp. 1-8, Junio 2018 IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON), 2018 [47].

J. P. Grisales Campeón, S. López, S. R. de Jesús Meleán, H. Moldovan, D. R. Parisi and P. I. Fierens, “Fusion of magnetic and Wi-Fi fingerprints for indoor positioning”, 2018 Congreso Argentino de Ciencias de la Informática y Desarrollos de Investigación (CACIDI), pp.1-5, Noviembre 2018, [48].

El capítulo se organizó de la siguiente manera. Primero se expone el trabajo relacionado en la Sección 3.1 y posteriormente los algoritmos de localización en la Sección 3.2. A continuación se muestran algunas técnicas de pre-procesamiento que se utilizan para mejorar la exactitud de los algoritmos 3.3. Finalmente se muestra el montaje experimental usado en el estudio y los resultados y conclusiones obtenidos. Se presenta el montaje experimental en la Sección 3.4 y los resultados en la Sección 3.5. Finalmente, el capítulo se cierra con conclusiones en la Sección 4.5.

3.1. Trabajo Relacionado

En la literatura, los errores de localización suelen ser estimados mediante experimentos en diversidad de escenarios usando diferentes algoritmos. Esto complica la comparación justa de los sistemas. Sin embargo, se puede obtener una idea del orden de magnitud de los errores de posicionamiento a partir de la bibliografía. Por ejemplo, en la Ref. [44] se presenta un error medio de localización entre 0.6 y 1.0 m dependiendo de diferentes variables como la cantidad de transmisores y el algoritmo de localización. Mientras tanto Correa *et al.* [43] recopilaron varios trabajos y reportan errores en el orden de 1 – 3 m.

Con el fin de hallar la precisión máxima de sistemas de posicionamiento en interiores, se han realizado varias competencias en las que distintos grupos de trabajo llevan sus algoritmos y/o dispositivos y los prueban en un espacio en común en los que pueden hacer sus propias mediciones. Una competencia muy conocida se realiza desde el 2010 en el marco de la conferencia internacional IPIN (*Indoor Positioning and Indoor Navigation*). Para esta tesis se tomaron como valores referencia los resultados de la competencia EvAAL-ETRI realizado en el marco de la IPIN-2015 y los resultados recopilados por Torres-Sospreda *et al.* [45]. En el mencionado trabajo se compararon específicamente sistemas basados en *fingerpriting* de Wi-Fi. Los equipos fueron provistos por un conjunto de datos con *fingerprints* provenientes de 520 puntos de acceso y 30 dispositivos móviles en casi 110.000 m² (tres edificios con 5 pisos). Un conjunto de test fue reservado para puntuar a los competidores. El error medio más bajo reportado por la competencia fue de ~ 4.5 m. (se añadían 4 metros de penalidad por cada piso detectado de manera incorrecta).

Considere nuevamente el modelo de propagación descrito por la Ec. (2.1). Es usual modelar S como una variable gaussiana aleatoria de media cero y varianza σ_S^2 . El efecto del *shadowing* en la estimación de la distancia se puede reducir promediando varias mediciones. La cota inferior de Cramér-Rao para la estimación de la distancia bajo este modelo está dada por [188]

$$\sqrt{\text{Var}(\hat{d})} \geq \frac{\ln(10)}{10} \frac{\sigma_S}{\gamma} d, \quad (3.1)$$

donde γ y σ_S dependen de diversos factores. Para tener una idea del orden de magnitud de los errores de estimación más bajos, considere $\gamma = 1.5$ y $\sigma_S = 4$ dB, valores parecidos a los que utilizan en la Ref. [189]. Fijando una distancia de referencia de 1 m, se obtiene un error mínimo de estimación de la distancia $\sqrt{\text{Var}(\hat{d})} \geq 0.6$ m. Aunque en esta aproximación no se tienen en cuenta todos los factores que afectan la localización en interiores, da una idea del orden de magnitud que se puede esperar.

Los sistemas basados en RSS tienen la limitación de ser, por sus características, susceptibles a cambios en el ambiente; por ejemplo, la propagación se ve afectada si cambia la ubicación de los muebles o por la circulación de personas. De hecho, estas variaciones se han usado para estimar el número de personas presentes [32]. Teniendo esto en cuenta y para minimizar los efectos de las presencia de personas, durante la toma de mediciones en este trabajo solo había una persona encargada de las mediciones en el cuarto y la misma no permanecía al lado del dispositivo durante

el período de captura de RSS.

3.2. Algoritmos de localización con *fingerprinting*

De la literatura se han seleccionado diferentes métodos de localización, tratando de incluir soluciones tradicionales y nuevas para el problema. Para poder presentar los algoritmos de una forma homogénea, precisamos de algunas definiciones preliminares. Todos los algoritmos seleccionados tienen al menos dos fases, como se espera de las técnicas de *fingerprinting* (ver la Sección 2.3.4). En la campaña de medición, se obtiene un conjunto de datos que consiste de mediciones de RSS tomadas en R puntos de referencia (RP) o de calibración. En cada RP, un dispositivo móvil realiza N mediciones de la potencia de la señal recibida desde A puntos de acceso (“enrutadores”) Wi-Fi. Entonces, se define $u(n, r, a)$ como la n -ésima potencia de señal medida ($n \in \{1, 2, \dots, N\}$) proveniente del punto de acceso $a \in \{1, 2, \dots, A\}$ en el punto de referencia $r \in \{1, 2, \dots, R\}$. Para cada punto de referencia r se definen los vectores $\vec{u}_r^n, \vec{u}_r \in \mathbb{R}^A$ como

$$\vec{u}_r^n(a) = u(n, r, a), \quad \vec{u}_r = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \vec{u}_r^n, \quad \bar{\vec{u}}(a) = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \vec{u}_r(a). \quad (3.2)$$

La posición del punto de referencia r está dada por $\vec{x}_r = (x_r, y_r)$ y la del punto de acceso por $\vec{X}_a = (X_a, Y_a)$. Además, se define la matriz $\mathbf{U}$ de mediciones RSS que contiene a los vectores $\vec{u}_r^n$ en sus filas y también se define a $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{RN \times 2}$ como la matriz con las correspondientes posiciones de los puntos de referencia.

En cuanto a las mediciones en la etapa *online*, se asume que la potencia recibida desde cada punto de acceso es medida M veces en una posición a determinar, llamando $w(m, a)$ a la m -ésima medición de potencia recibida desde el punto de acceso a . Se define $\mathbf{W}$ como la matriz $\mathbf{W}(i, j) = q(i, j)$. Además se define $\vec{q} \in \mathbb{R}^A$ como el vector de valores de potencia promedio, es decir

$$\vec{q}(a) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M q(m, a). \quad (3.3)$$

3.2.1. Algoritmos basados en un modelo de propagación

En esta sección se incluyen los algoritmos cuyo componente más importante es el ajuste del modelo de propagación a partir de mediciones. Un ejemplo de este tipo de algoritmos se puede encontrar en el trabajo de Yang *et al.* [190]. Siguiendo su metodología, para cada punto de acceso con posición conocida, se ajusta un polinomio a la relación entre la distancia y el RSS:

$$d = \alpha_0 + \alpha_1 \times \text{RSS} + \alpha_2 \times \text{RSS}^2 + \dots \quad (3.4)$$

El orden del polinomio es un parámetro de diseño que se elige mediante ensayo y error hasta obtener los mejores resultados. En la etapa *online* la localización se lleva a cabo mediante ajuste de mínimos cuadrados:

$$\hat{\vec{x}} = \arg \min_{\vec{x}} \sum_{a=1}^A \left(\left\| \vec{x} - \vec{X}_a \right\|_2 - \hat{d}_a \right)^2, \quad (3.5)$$

donde $\hat{d}_a$ es la distancia al punto de acceso a estimada con el polinomio obtenido del ajuste y $\hat{\vec{x}}$ es la estimación de la posición $\vec{x}$ del dispositivo.

3.2.2. Algoritmo K vecinos más cercanos (kNN)

Este algoritmo consiste en relacionar mediante medidas de cercanía una medición de potencia tomada *online* $s(m, a)$ con las potencias $u(n, r, a)$ existentes en la base de datos. La forma más usual de determinar la cercanía entre potencias es la distancia euclidiana entre ellas, siendo este el enfoque de uno de los trabajos pioneros en localización con RSS de Wi-Fi conocido como RADAR [191]. Sin embargo, existen otras alternativas para determinar la cercanía entre mediciones como, por ejemplo, la similitud del coseno [192]. La estimación de la posición está dada por el promedio ponderado de las posiciones $\vec{x}_r$ en las cuales se midieron las k potencias más cercanas a la potencia $s(m, a)$. Es decir, el estimado es

$$\hat{\vec{x}} = \sum_{r=1}^k w_i \vec{x}_r, \quad (3.6)$$

donde w_i son pesos elegidos para minimizar el error; en esta tesis fueron seleccionados mediante validación cruzada. El número de vecinos se elige a conveniencia buscando el menor error. Según nuestros estudios este método puede alcanzar una exactitud media de 1.7 m únicamente con RSS, pero puede ser mejorado con el apoyo de mediciones adicionales como, por ejemplo, campo magnético [48].

3.2.3. Algoritmo HORUS

El algoritmo HORUS [193] es otro de los clásicos en cuanto a posicionamiento con RSS y suele ser usado como base de comparación de algoritmos más nuevos. Se puede considerar como una adaptación del algoritmo de k vecinos más cercanos que asume una distancia entre potencias recibidas inversamente proporcional a la probabilidad posteriori $p(\vec{x}_{r_j} | \vec{s})$ y los pesos están dados por

$$w_i = \frac{p(\vec{x}_{r_i} | \vec{s})}{\sum_{j=1}^k p(\vec{x}_{r_j} | \vec{s})}, \quad (3.7)$$

donde la probabilidad a posteriori se puede reemplazar por la probabilidad $p(\vec{s} | \vec{x}_{r_j})$ de acuerdo al teorema de Bayes. Los cálculos se simplifican aún más si se asume independencia entre las potencias de los diferentes puntos de acceso (APs),

$$p(\vec{q} | \vec{x}_r) = \prod_{a=1}^A p(\vec{q}(a) | \vec{x}_r). \quad (3.8)$$

Las probabilidades se obtienen a partir de las mediciones. Diversas variantes de este enfoque difieren en la forma en que se estiman dichas probabilidades. En la Ref. [193] sugieren el uso de distribuciones tanto paramétricas como no paramétricas. Mientras que para el caso paramétrico usan una simple distribución Gaussiana, para el caso no paramétrico estiman la probabilidad mediante varios histogramas. En este trabajo usamos un ajuste Gaussiano simple.

3.2.4. Algoritmo de estimación de la densidad del kernel

El estimador de HORUS puede considerarse una aproximación a la posición esperada dadas las medidas actuales. Kushki *et al.* [194] proponen estimar esta posición usando estimación de densidad por kernel (KDE de su sigla en inglés). Asuma que $k = R$ en la Ec. (3.6). Entonces, los pesos son calculados como

$$w_r = \frac{1}{n\sigma} \sum_{n=1}^N K\left(\frac{\vec{q} - \vec{u}_r^n}{\sigma}\right), \quad (3.9)$$

donde K es un kernel seleccionado y σ es un parámetro de diseño que controla el ancho del kernel; si es muy pequeño, el modelo tiende al sobre-ajuste, mientras que si es muy grande se tiende al sub-ajuste, por lo que la elección de este parámetro no es tarea sencilla. En este trabajo se usó un kernel Gaussiano y el σ se eligió siguiendo el procedimiento sugerido por la Ref. [194] para este tipo de kernel.

3.2.5. Algoritmos de regresión

Otro enfoque común de posicionamiento consiste en ajustar un modelo lineal con cuadrados mínimos

$$\hat{\vec{\alpha}} = \arg \min_{\vec{\alpha}} \|\mathbf{U}\vec{\alpha} - \mathbf{X}\|_2. \quad (3.10)$$

Es sabido que esta aproximación al problema tiende a sobre-ajustar los datos de entrenamiento [195]. Por ello, algunos algoritmos incluyen un término de regularización

$$\hat{\vec{\alpha}} = \arg \min_{\vec{\alpha}} \|\mathbf{U}\vec{\alpha} - \mathbf{X}\|_2 + \lambda \|\vec{\alpha}\|_2. \quad (3.11)$$

Este enfoque se conoce como regresión tipo *ridge* [196] e impide el sobre-ajuste favoreciendo soluciones más “pequeñas” mediante el parámetro λ que se elige, por ejemplo, usando validación cruzada. Otra alternativa es usar una penalidad l_1

$$\hat{\vec{\alpha}} = \arg \min_{\vec{\alpha}} \|\mathbf{U}\vec{\alpha} - \mathbf{X}\|_2 \quad \text{sueto a } \|\vec{\alpha}\|_1 \leq t, \quad (3.12)$$

donde t es un parámetro que necesita ser ajustado. A la regresión con esta penalidad se le conoce como regresión LASSO [197], la cual selecciona solamente un subconjunto de las variables provistas para usar en el modelo final. Otra alternativa es usar las penalidades de la regresión LASSO y la *ridge* juntas, que es llamada regresión *elastic net* [198]:

$$\hat{\vec{\alpha}} = \arg \min_{\vec{\alpha}} \|\mathbf{U}\vec{\alpha} - \mathbf{X}\|_2 + \lambda \|\vec{\alpha}\|_1 + \lambda_2 \|\vec{\alpha}\|_2. \quad (3.13)$$

Estas metodologías han sido usadas para localización en interiores, por ejemplo, en la Ref. [199].

Una limitación de estos enfoques es que usan modelos lineales. Una alternativa es usar el truco del kernel, lo que permite que la regresión *ridge* se realice en un espacio de dimensión mayor [200]. En este trabajo t , λ , λ_1 y λ_2 fueron elegidos mediante validación cruzada buscando el menor error de posicionamiento. En los casos en que se utilizó un kernel junto con ridge regression, el kernel fue de tipo Gaussiano y el algoritmo resultante es denominado en este trabajo como kernel ridge.

3.2.6. Support Vector Machines

Las *Support Vector Machines* (SVM) son algoritmos supervisados de clasificación. En particular, para la clasificación de puntos en un espacio n -dimensional, se busca el hiperplano que logre la clasificación con el mayor margen posible. En el caso que los puntos no sean linealmente separables, es común recurrir a la transformación mediante kernels. Las SVM pueden ser usadas para regresión mediante lo que es conocido como el truco de ϵ -insensitivity [201]. En la Fig. 3.1 se puede observar una representación de este tipo de regresión. Este algoritmo busca el hiperplano que mejor modele la tendencia de los datos. Según esta tendencia se puede predecir de manera posterior un dato que no esté en el conjunto de entrenamiento.

En esta tesis denominamos SVR al algoritmo SVM adaptado para regresión. El problema, resuelto para el caso lineal es

$$\hat{\vec{\alpha}}, \hat{\alpha}_0 = \arg \min_{\vec{\alpha}, \alpha_0} \sum_{r=1}^R \sum_{n=1}^N L_{\epsilon} \left(\vec{\alpha}^T \vec{u}_r^n + \alpha_0 - \vec{x}_r \right) + \frac{\lambda}{2} \|\vec{\alpha}\|_2, \quad (3.14)$$

$$L_{\epsilon}(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } |r| < \epsilon \\ |r| - \epsilon & \text{cualquier otro caso.} \end{cases} \quad (3.15)$$

Junto con el hiperplano se construye una franja dentro de la cual se debe abarcar la mayor cantidad de datos; los datos por fuera de los márgenes son considerados errores y se incluyen en el modelo según la función de costo en la Ec. (3.15). Para más detalles ver la Ref. [201]. Los hiper-parámetros para la SVR fueron elegidos mediante prueba y error buscando el menor error de posicionamiento. Se usó kernel Gaussiano.

3.2.7. Redes Neuronales

Las redes neuronales se han aplicado a diversidad de problemas de clasificación o regresión y su uso en el problema de localización en interiores ha sido ampliamente abordado en la literatura [138, 202-206]. Las redes neuronales se pueden usar en distintas etapas de localización por *fingerprinting*. Se pueden usar tanto para ampliar los datos del *fingerprint* como para localización propiamente dicha. Un ejemplo de uso en la ampliación del *fingerprint* mediante redes neuronales se puede encontrar en el trabajo de Ren *et al.* [114], quienes aprovecharon las *Generative Ad-*

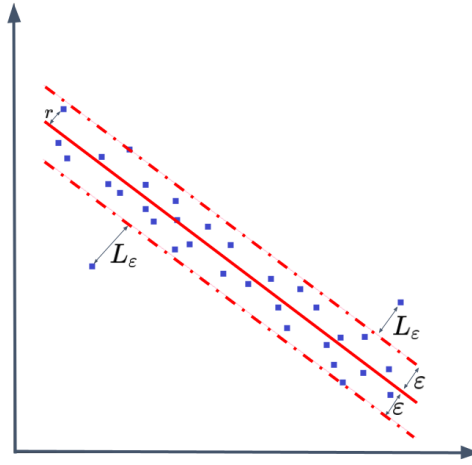


FIGURA 3.1: Representación gráfica de la regresión mediante *support vector machines*. La línea continua roja representa el hiperplano que modela la tendencia de los datos. Las líneas punteadas están ambas a una distancia ϵ del hiperplano y representan el margen dentro del cual se deben abarcar la mayor cantidad de datos (cuadrados azules).

versarial Networks y su capacidad para generar datos artificiales con el objeto de producir datos de RSS que reemplazaran las mediciones que por cualquier motivo dejaban de estar presentes en el *fingerprint* (por ejemplo, desconexión de un punto de acceso). De esta manera se ahorran tener que repetir todo el proceso de toma de datos. La base de datos construida fue utilizada para entrenar un algoritmo de vecinos más cercanos que posteriormente se usó para el posicionamiento obteniendo un error medio de ~ 2.0 m.

De las innumerables alternativas, en esta tesis sólo realizamos experimentos con redes prealimentadas (*feedforward neural networks* en inglés) con una sola capa oculta y usando la función logística como función de activación no lineal [207].

Si bien en este capítulo nos enfocamos en RSS, es necesario mencionar que muchos trabajos con redes neuronales utilizan la información de estado del canal (ver Sección 2.1.3). Uno de los trabajos más representativos en localización con aprendizaje profundo es el de Chen *et al.* [206]. En este trabajo utilizan las redes neuronales tanto para el entrenamiento como para el posicionamiento. En particular emplean una red neuronal convolucional [208] con una arquitectura que consiste en tres capas convolucionales y dos capas posteriores totalmente interconectadas. La red es entrenada como un algoritmo que clasifica imágenes de CSI. La construcción de imágenes a partir del CSI puede ser consultada en el mismo trabajo de Chen *et al.* La imagen correspondiente a las mediciones del dispositivo objetivo entra al modelo entrenado. Las primeras 4 capas de la red intentan extraer las características de las imágenes CSI y en la última capa se lleva a cabo el posicionamiento. Esta última capa consta de tantas neuronas como huellas tenga el *fingerprint*; en otras palabras, la salida de cada neurona corresponde a una huella del *fingerprint*. Las salidas de estas neuronas son normalizadas mediante la función *softmax* [209] de manera que la suma de todas las salidas sea 1, pudiéndose interpretar la salida de cada neurona como la probabilidad de que el dispositivo se encuentre en la huella correspondiente a esa neurona. La posición final estimada se calcula

mediante el método del centroide de probabilidad ponderada

$$\hat{L} = \frac{\sum_{j \in \Omega} y^{(j)} R_j}{\sum_{j \in \Omega} y^{(j)}}, \quad (3.16)$$

donde $y^{(j)}$ es la salida de cada neurona, R_j son las coordenadas de cada huella del *fingerprint* y Ω es el conjunto de huellas. Chen y colegas mencionan una exactitud media para su sistema de 1.36 m.

Un trabajo más reciente sobre posicionamiento de CSI de Wi-Fi es el de Zhang *et al.* [210]. Este trabajo construye el *fingerprint* de una manera diferente e innovadora con respecto a otros relacionados. Zhang y colegas midieron CSI a lo largo de trayectorias en lugar de recopilar el CSI en posiciones estacionarias predeterminadas. Según los autores, el CSI de una trayectoria proporciona tanto el CSI de la ubicación actual como de ubicaciones anteriores del dispositivo permitiendo explotar información espacial y temporal. Además, el sistema de Zhang utilizó datos sintéticos obtenidos mediante las GAN, lo que le permitió mejorar su sistema hasta alcanzar un error medio de 0.74 m. Cabe destacar que para lograr tal precisión tuvieron que implementar hardware que permitiera medir los *fingerprint* de trayectorias, lo cual, incrementa la complejidad y el costo de este sistema con respecto a otros existentes. Las desventajas de este tipo de algoritmos es que suelen ser costosas en términos computacionales, son susceptibles a problemas de *overfitting* y es complicado dar con una arquitectura adecuada que pueda resolver el problema de localización.

3.2.8. Sistemas sin etapa de calibración

Debido a lo engorroso que puede resultar un *fingerprinting*, existen varias propuestas que tratan de evitar esta etapa de calibración. Un ejemplo es el sistema que proponen Elbaky y Youssef [99] que consiste en armar celdas de Voronoi con centroides en las posiciones de los transmisores; las regiones o celdas de Voronoi se van seleccionando usando la heurística de que la potencia recibida debe ser mayor en las cercanías del transmisor. La exactitud de este tipo de sistemas depende de la ubicación de los transmisores. Otros sistemas de este estilo son, por ejemplo, los presentados en las Refs. [102, 103].

3.3. Pre-procesamiento

3.3.1. Selección de Puntos de Acceso

Las mediciones de potencia desde diferentes APs no son necesariamente independientes, por lo que ciertas mediciones se pueden desestimar sin gran pérdida de información y ahorrando recursos al sistema. Además, el uso de señales débiles desde APs distantes podría degradar la exactitud del posicionamiento [44]. Por estas razones, tiene sentido seleccionar un subconjunto de los APs observables. En este trabajo probamos algunas de las metodologías más comunes para la selección de APs:

1. APs más potentes: Solo los APs con la potencia media más alta son seleccionados para el

posicionamiento.

2. Criterio de Fisher: Es una manera de cuantificar que tanto cambian las mediciones desde cada AP a la vez que tiene en cuenta su estabilidad en el tiempo. El criterio de Fisher asigna un puntaje a cada AP de acuerdo a

$$F_a = \frac{\sum_{r=1}^R (\vec{u}_r(a) - \vec{\bar{u}}(a))^2}{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N \sum_{r=1}^R (u(n, r, a) - \vec{u}_r(a))^2}. \quad (3.17)$$

En otras palabras, el criterio favorece a aquellos AP con más varianza entre las diferentes posiciones de referencia mientras que penaliza la varianza en un mismo punto de medición. Los APs que más puntúan bajo este criterio son seleccionados para el posicionamiento.

En la sección de resultados se puede observar la influencia que tiene la selección de puntos de acceso en la localización.

3.3.2. Detección de outliers

Mediciones muy inexactas pueden llevar a errores en el entrenamiento del algoritmo de posicionamiento. Por esta razón, puede ser útil descartar algunos *fingerprints* que no se parezcan a otros en la muestra. Estos *fingerprints* distintos se conocen como atípicos u *outliers*. Para detectarlos y descartarlos, en este trabajo se utilizó el filtro de Hampel, pero existen otras técnicas para el mismo fin (ver [44] y sus referencias para más detalles). El filtro de Hampel utiliza una ventana deslizante de ancho configurable para recorrer las mediciones. Para cada conjunto de mediciones en la ventana, se calcula la distancia a la mediana en relación a mediana de dichas distancias, es decir,

$$\text{MAD}(n, r, a) = \frac{|u(n, r, a) - \text{mediana}(\vec{u}_r^a)|}{\text{mediana}\{|u(n, r, a) - \text{mediana}(\vec{u}_r^a)|\}}. \quad (3.18)$$

Las mediciones que en las que $\text{MAD}(n, r, a) > \eta$ desviaciones estándar de la mediana de la ventana se consideran como *outliers*, siendo η otro parámetro de diseño del filtro. En esta tesis, analizamos la influencia que tiene la detección de *outliers* en la etapa de entrenamiento para el posicionamiento.

3.4. Montaje Experimental

Para la medición de potencia se usó una Lenovo Yoga Tablet 2 y se desarrolló una simple aplicación de Android que permitía medir y guardar las potencias de señales Wi-Fi y mediciones de otros sensores tales como el magnetómetro y el acelerómetro. La aplicación pedía al sistema operativo escanear continuamente por señales desde los puntos de accesos detectables en el área. El tiempo en que se actualizaba la información era aproximadamente cada 5 segundos. Se debe notar que las mediciones de RSS no estaban calibradas y su exactitud dependía del hardware del

dispositivo. La información del dispositivo revela que usaba un chip Broadcom BCM43241 para la medición de RSS que, según la Ref. [211], tiene la exactitud presentada en la Tabla 3.1 (los valores corresponden a un intervalo de confianza del 95 %).

TABLA 3.1: Especificaciones del chip Broadcom BCM43241

Rango [dBm]	Exactitud [dB]	
	Mínimo	Máximo
-98 to -30	-5	5
> -30	-8	8

Las mediciones se tomaron en una habitación grande, usualmente usada para experimentos de captura de movimiento, en uno de los edificios del ITBA. Como se puede ver en la Fig. 3.3, la habitación estaba casi vacía y una grilla de medición fue dibujada en el piso. La grilla consistía en puntos espaciados 1 m y tenía algunos puntos intermedios, de acuerdo a como se observa en la Fig. 3.2. Una grilla más fina resultaba innecesaria teniendo en cuenta el error que se esperaba de los límites teóricos. Exactamente 20 mediciones se tomaron en cada posición. La tablet se colocó sobre un banco y durante las mediciones no había personas en la sala. En la misma habitación había tres puntos de acceso a alturas similares a la que estaba la tablet. Se debe notar que las antenas en los puntos de acceso estaban lejos de ser isotrópicas. Además de las antenas dentro de la habitación, la tablet guardaba mediciones de los APs alrededor y cuyas posiciones no se conocen. En total se detectaron mediciones desde nueve APs. Los APs transmitían simultáneamente en las bandas de Wi-Fi de 2412, 2417, 2437, 2462 y 5745 MHz y las potencias recibidas variaban entre -79 a -18 dBm.

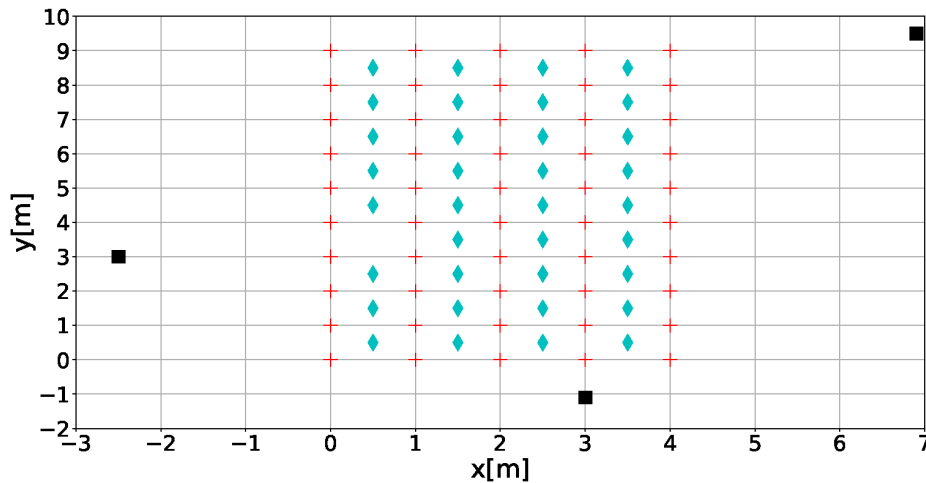


FIGURA 3.2: Representación gráfica de la grilla donde se tomaron mediciones. Las mediciones se realizaron en los puntos marcados con cruces rojas (formando una grilla de 1 m de lado) y con rombos. Los cuadrados negros indican la ubicación de los puntos de acceso.



FIGURA 3.3: Montaje experimental para medir RSS

3.5. Resultados usando RSS

Para la etapa de entrenamiento *offline*, se seleccionaron aleatoriamente 80 % de los datos y el restante 20 % se usó para pruebas. El ejercicio se repitió 100 veces y se promediaron los resultados para disminuir los efectos de usar un conjunto en particular. Los resultados se compararon mediante la distribución acumulativa obtenida empíricamente a partir de este promedio. Todos los algoritmos fueron implementados en Python, usando las bibliotecas Scikit-learn, Scipy, Numpy, Pandas y Matplotlib.

La Fig. 3.4 presenta los resultados de usar la selección de puntos de acceso por el criterio de máxima potencia media, al usar los métodos de k vecinos más cercanos (kNN), kernel ridge y elastic net sobre el error cuadrático medio, el desempeño de kernel ridge y elastic net mejoró significativamente mientras se aumentaba el número de puntos de acceso. Obsérvese que el número de APs en la figura es mayor a tres, esto es, se están considerando las señales recibidas de puntos de acceso por fuera del control del experimento. En la figura se presenta la diferencia en relación al error cuadrático medio al usar tres APs. El desempeño de los demás algoritmos (que no se muestran en la figura por claridad) es similar al desempeño de elastic net. Un mayor número de APs proporciona más información y al parecer en nuestras mediciones no parecía haber mediciones con datos groseramente erróneos. En el caso de kNN no se aprecia mejoría al incrementar la cantidad de puntos de accesos.

La Fig. 3.5 presenta los resultados de utilizar el criterio de Fisher para la selección de APs cuando kNN, KDE y regresión ridge fueron usados. Las conclusiones son similares a las de la Fig. 3.4. En cuanto a los efectos de usar los criterios expuestos para la selección de APs, se puede

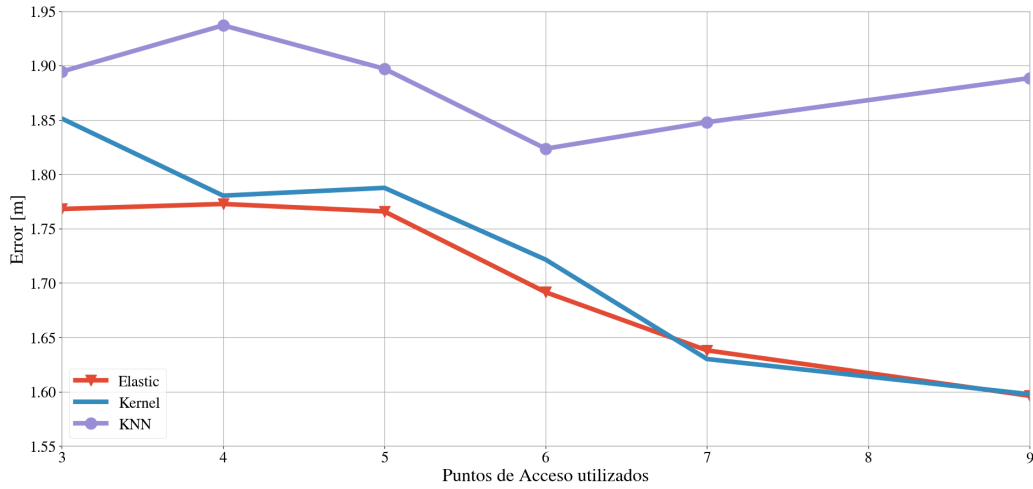


FIGURA 3.4: Resultados de utilizar el criterio de máxima potencia media para la selección de APs en los algoritmos kNN (círculos lilas), KDE (línea azul continua) y elastic net (triángulos rojos).

observar en la Fig. 3.6 que el error siempre es menor al seleccionar con el criterio de Fisher o el de máxima potencia que eligiendo los APs de manera aleatoria.

Algunas veces, seleccionar un subconjunto de APs para localización puede ayudar a disminuir la complejidad de los algoritmos. Por ello, es interesante estudiar qué criterio tiene mejor desempeño. La Fig. 3.7 muestra el error medio cuando 5 APs son seleccionados de acuerdo a cada criterio. Se observa que el criterio de Fisher obtiene mejores resultados.

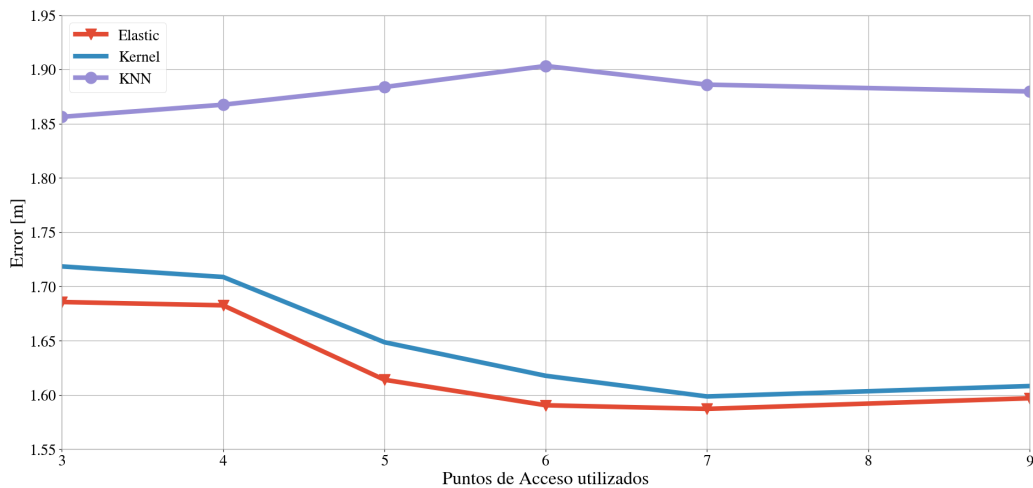


FIGURA 3.5: Resultados de utilizar el criterio de Fisher para la selección de APs en los algoritmos kNN (círculos lilas), KDE (línea sólida azul) y elastic net (triángulos rojos).

La Fig. 3.8 presenta los efectos del filtro de Hampel cuando se usan los algoritmos de kNN, SVR, KDE, y el método basado en un modelo de propagación. Debe aclararse que, en este último caso, sólo pueden usarse las potencias recibidas desde los tres APs cuya posición es conocida. Los resultados se muestran para η (ver la Ec. (3.18)) que va desde 3.5 (descartar varias muestras como

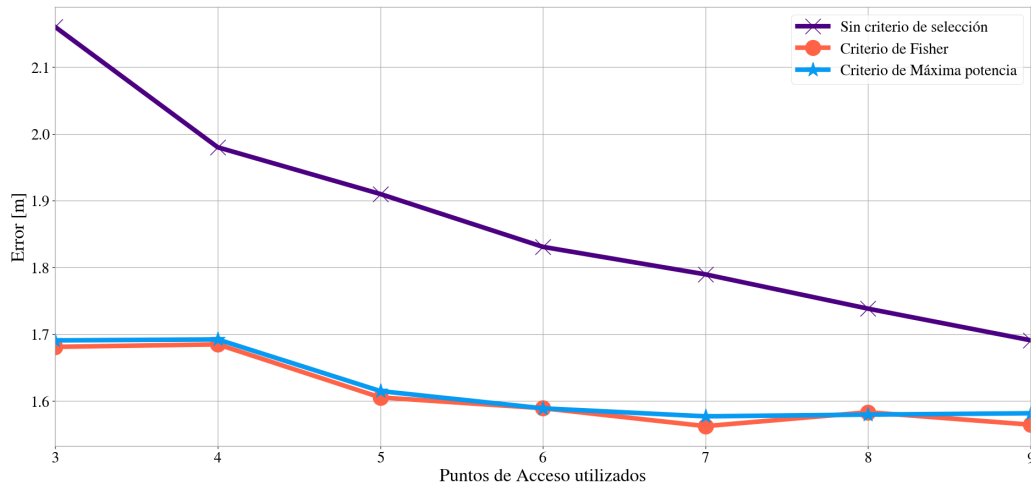


FIGURA 3.6: Efectos de los criterios de selección de AP, se muestran resultados de no usar criterio de selección (X purpura), usar el criterio de Fisher (círculos rojos) o el de máxima potencia (estrella azules).

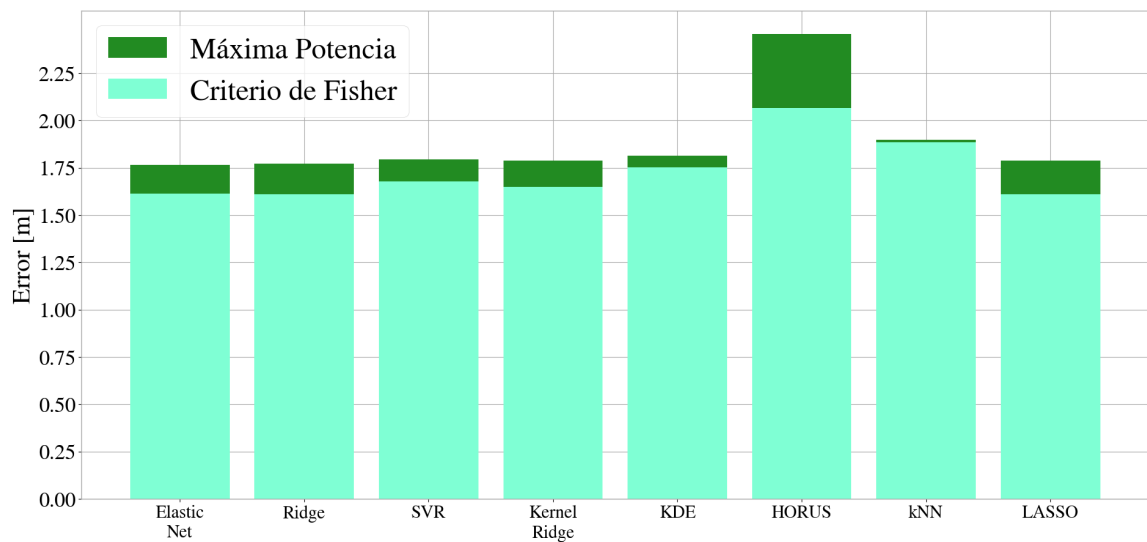


FIGURA 3.7: Comparación de los criterios de máxima potencia media y Fisher para selección de APs. Las barras presentan los errores medios para el caso de 5-APs.

outliers) a 5 (no se descarta ninguna muestra). El desempeño de todos los algoritmos, excepto el basado en un modelo de propagación, e incluyendo los que no se muestran en la figura por claridad mejoran mientras más datos se incluyan. En el caso de KDE, la mejora es significativa, posiblemente debido a que un mayor número de muestras permite una mejor estimación de la densidad. En el caso, del algoritmo basado en un modelo, unas pocas muestras “defectuosas” afectan el ajuste de acuerdo a la Ec. (3.4).

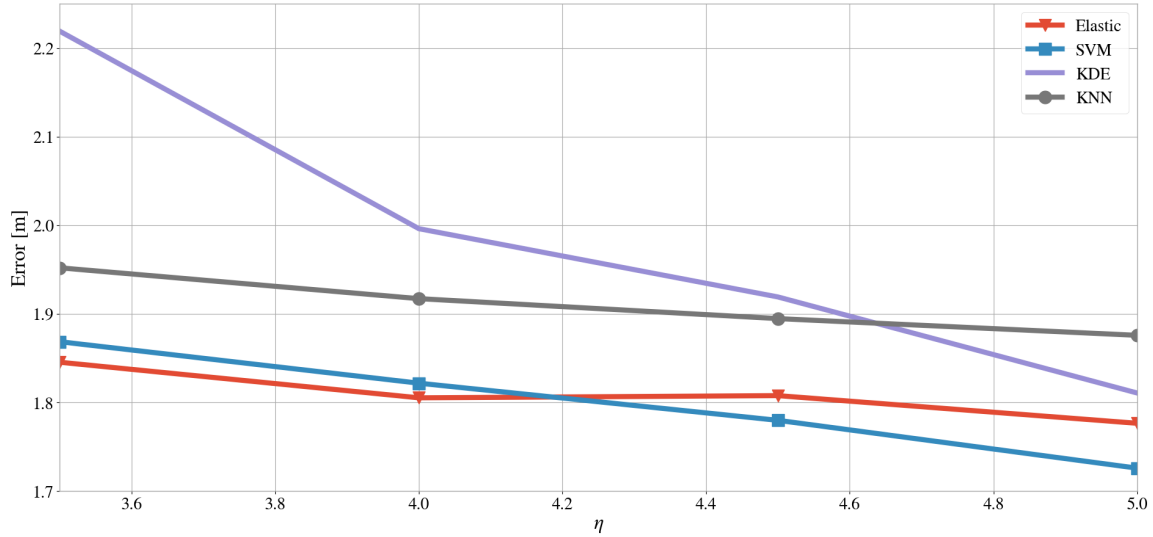


FIGURA 3.8: Efecto del filtro de Hampel en los algoritmos kNN (círculos grises), KDE (línea continua lila), SVR (cuadrados azules) y elastic net (triángulos rojos). Cuanto menor sea η más información se descarta.

Como ya se ha dicho, un factor que afecta la localización basada en potencia es el shadowing (ver Sección 2.1.1). Pero promediando varias mediciones se puede disminuir el efecto de este, en expensas de incrementar el tiempo de la localización. La Fig. 3.9 muestra que promediando se puede incrementar la exactitud de la localización. Esta figura muestra la función de distribución acumulada (CDF según la sigla en inglés *Cumulative Distribution Function*) cuando no se realiza ningún promedio y cuando se promedian 20 mediciones. Las primeras dos filas de la Tabla 3.2 presentan el mismo resultado en diferente forma. El error medio cuando las mediciones son promediadas es $\sim 10\%$ menor que cuando no se promedian.

-9-9

FIGURA 3.9: Efectos de promediar varias mediciones de RSS para SVR. CDF cuando se promedian 20 mediciones (círculos azules) y cuando no se promedian (cuadrados rojos).

Finalmente, la Fig. 3.10 y la Tabla 3.2 presentan los resultados del desempeño de los algoritmos para localización, usando los mejores hiperparámetros, número de APs óptimo y el límite de filtro de Hampel con el que se obtuvieron los mejores resultados. Algunos algoritmos no fueron incluidos en la figura para mayor claridad. En particular, LASSO, elastic net, ridge regression y KDE tienen desempeños muy similares y por ello solo se muestra el último. SVR es el algoritmo con los mejores resultados, aunque no son significativamente mejores que los resultados de los demás algoritmos.

El algoritmo basado en un modelo de propagación da los peores resultados, pero se debe tener en cuenta que solo se usaron tres APs cuyas posiciones eran conocidas.

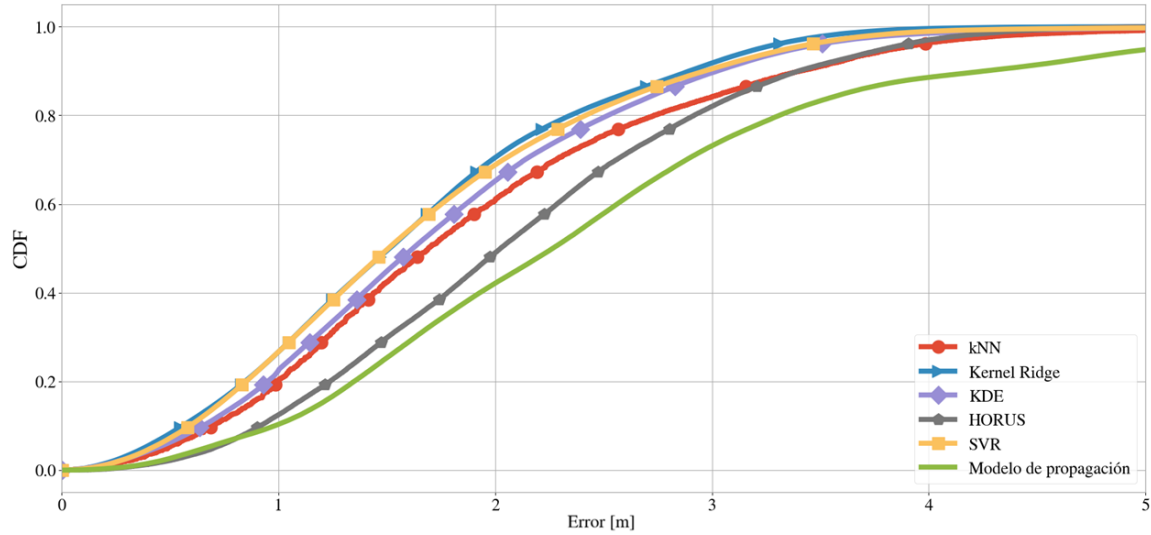


FIGURA 3.10: Función de distribución acumulada empírica para el error de los diferentes algoritmos: Vecinos más cercanos (círculos rojos), regresión kernel ridge (triángulos azules), regresión con support vector machines (cuadrados amarillos), basado en un modelo de propagación (línea verde sólida), estimación de densidad del Kernel (rombos violetas), HORUS (pentágonos grises).

3.5.1. Fusión con mediciones de campo magnético

Algunos trabajos han mostrado que un *fingerprint* (FP) diverso puede ser beneficioso para el posicionamiento, esto se puede evidenciar en este mismo trabajo en las Figs. 3.4 y 3.5 en las que se observa que gran parte de los algoritmos se benefician de la adición de información por incluir más APs. Los APs no son la única manera de extender el FP; este se puede extender, por ejemplo, con mediciones de campo magnético como se puede observar en las Refs. [48, 212]. Aunque el campo magnético se puede usar por sí mismo para posicionamiento, presenta la desventaja de tener poca variedad al poder usar únicamente tres componentes. Sin embargo, el FP con campo magnético presenta ventajas, a saber no se ve afectado por multipath fading y es más estable en el tiempo [11, 213].

En esta sección, usando el mismo montaje experimental expuesto en la Sección 3.4, se trata de responder cuánto más se pueden mejorar los resultados de RSS únicamente al agregar campo magnético al FP. Para ello se usaron nuevamente kNN, kernel ridge, LASSO, regresión ridge y KDE, pero con un conjunto de datos ampliado de dos maneras distintas: usando tres componentes del campo magnético $\vec{B}$ o con la norma $\|\vec{B}\|$. La norma suele usarse en vez de todo el vector porque el dispositivo móvil puede, en general, ubicarse en una orientación desconocida. Si bien este problema puede resolverse parcialmente (por ej., el acelerómetro puede ayudar a ubicar la

TABLA 3.2: Exactitud de la localización.

Algoritmo	1er Cuartil [m]	Mediana [m]	3er Cuartil [m]
SVR mediciones promediadas.	0.72	1.24	1.89
SVR	0.90	1.40	2.05
Elastic net	0.92	1.45	2.11
LASSO	0.92	1.45	2.11
Regresión ridge	0.91	1.45	2.12
Regresión kernel ridge	0.95	1.48	2.08
Red neuronal	1.03	1.56	2.24
KDE	1.06	1.61	2.26
kNN	1.11	1.70	2.48
HORUS	1.31	1.96	2.70
Basado en modelo	2.23	2.69	3.48

dirección vertical al suelo), resulta complejo. En las condiciones del experimento ya descritas, sin embargo, la orientación del dispositivo y, por tanto, de su magnetómetro, es siempre la misma. Las mediciones de campo magnético se hicieron en los mismos lugares de las mediciones de RSS. Las especificaciones del magnetómetro en el dispositivo se muestra en las Tablas 3.3 y 3.4.

TABLA 3.3: Especificaciones del magnetómetro I

Resolución [μT]	0.44
Rango Máximo [μT]	810.0

TABLA 3.4: Especificaciones del magnetómetro II

Componente	σ [μT]
B_x	3.32
B_y	3.03
B_z	3.42

Se seleccionaron 80 % de los puntos de referencia para entrenamiento y el 20 % restante se reservó para pruebas. En la Tabla 3.5 se reportan los errores cuadráticos medios en metros basado en 100 particiones aleatorias que se hicieron para promediar los efectos de un conjunto particular de datos de entrenamiento y prueba. Los hiperparámetros se seleccionaron mediante validación cruzada. Los parámetros de KDE son los propuestos por Kushki *et al.* [194].

Como se observa en la Tabla 3.5, añadir el campo magnético siempre mejora el desempeño de la localización. Más aún, la mejora parece más significativa para algoritmos que tenían un desempeño más pobre únicamente RSS. Se debe mencionar que los resultados presentados corresponden al caso de usar el número óptimo de APS.

Se midió el efecto de usar diferente número de APs junto con las tres componentes del campo y con la intensidad para probar si el efecto de añadir campo magnético es similar al efecto de usar más o menos puntos de acceso. Los resultados se muestran en las Figs. 3.11-3.13. Los APs se añadieron de forma secuencial de acuerdo con su relevancia dada por el criterio de Fisher. Se

TABLA 3.5: Ganancia en exactitud

Algoritmo	Wi-Fi + $\ \vec{B}\ $	Wi-Fi + $\vec{B}$
SVR	4 %	13 %
LASSO	2 %	9 %
Regresión ridge	2 %	9 %
Regresión kernel ridge	2 %	11 %
KDE	6 %	27 %
kNN	16 %	31 %

encontró mejora en cada caso en que se agregó $\vec{B}$. Sin embargo, para los algoritmos de regresión (ridge, LASSO), la adición de la intensidad del campo no mostró ganancia significativa sobre el uso de RSS únicamente (ver, por ejemplo, la Fig. 3.13). Además, se puede observar que hay al menos dos comportamientos distintos; mientras que en el caso de kNN no hay ganancia significativa al añadir más APs, los demás algoritmos sí muestran mejoría.

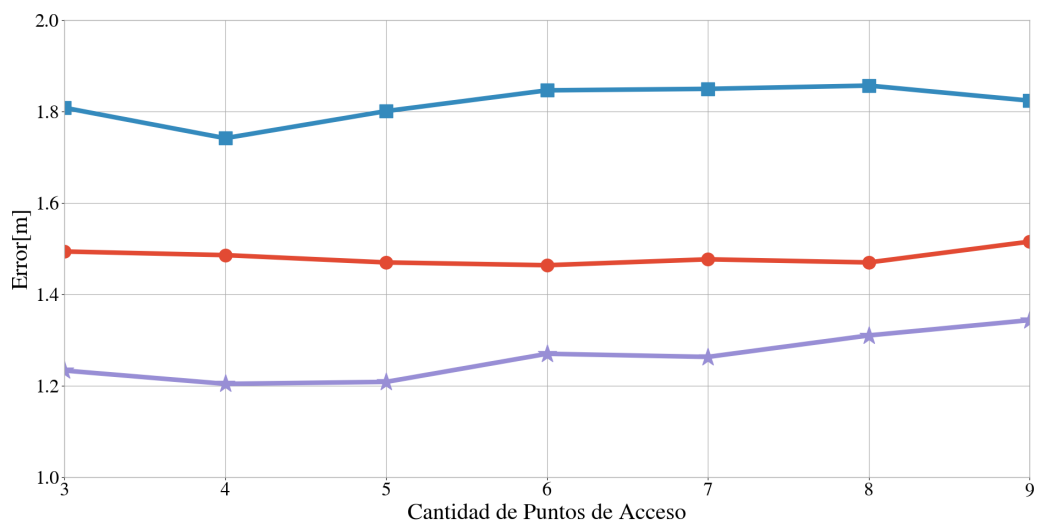


FIGURA 3.11: Error cuadrático medio para kNN: Wi-Fi RSS (cuadrados azules), Wi-Fi RSS + $\|\vec{B}\|$ (círculos rojos), y Wi-Fi RSS + $\vec{B}$ (estrellas lilas).

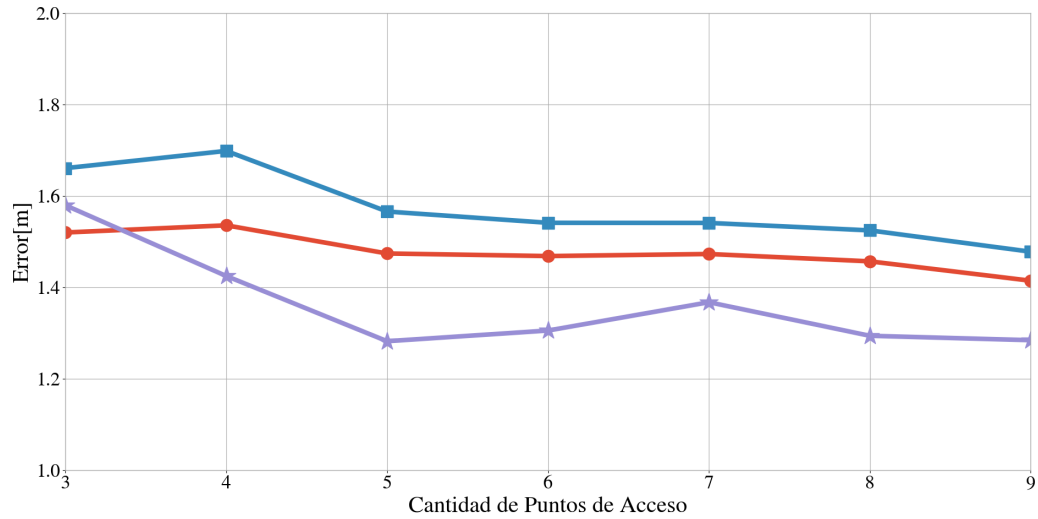


FIGURA 3.12: Error cuadrático medio para SVR: Wi-Fi RSS (cuadrados azules), Wi-Fi RSS + $\|\vec{B}\|$ (círculos rojos), y Wi-Fi RSS + $\vec{B}$ (estrellas lilas).

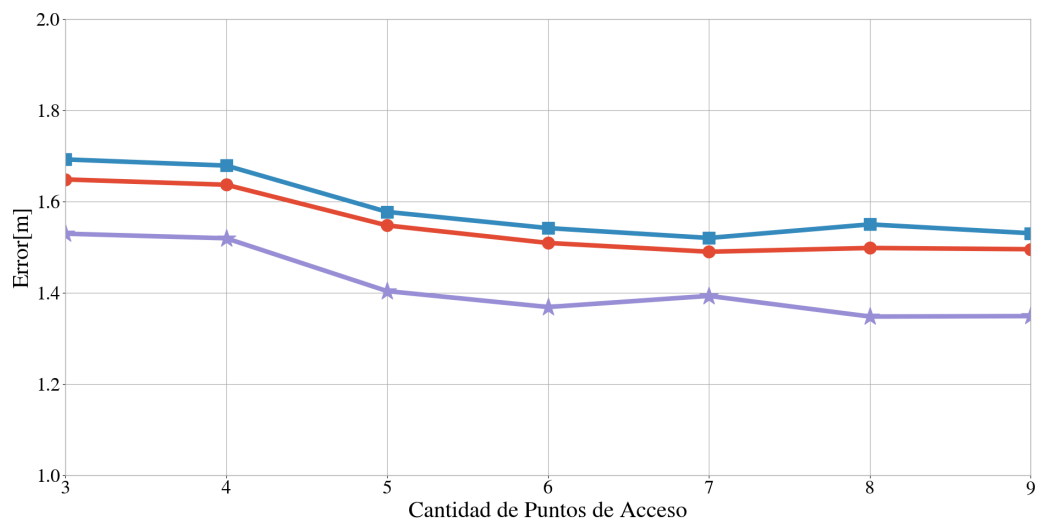


FIGURA 3.13: Error cuadrático medio para regresión kernel ridge: Wi-Fi RSS (cuadrados azules), Wi-Fi RSS + $\|\vec{B}\|$ (círculos rojos), y Wi-Fi RSS + $\vec{B}$ (estrellas lilas).

3.6. Conclusiones

En este capítulo se estudió la exactitud de los sistemas de posicionamiento en interiores basados en mediciones de potencia recibida en redes Wi-Fi y usando el método de *fingerprinting*. Esto se hizo mediante un experimento cuidadosamente planeado para conseguir un conjunto de datos bajo el cual se pudieron comparar con justicia diversos algoritmos del estado del arte. Encontramos que errores por debajo de 1 m son improbables usando solamente mediciones de la potencia recibida. De hecho, el algoritmo con mejor desempeño obtuvo un error medio de 1.4 m. Se mostró que para mejorar el desempeño de los algoritmos se puede agregar información al *fingerprint* valiéndose de mediciones como la intensidad de campo magnético.

Bajo el montaje experimental realizado, se encontró que es conveniente usar tantos puntos de acceso como sea posible y más de un tipo de medición. En el caso de que sea necesario restringir el número de puntos de acceso, el criterio de Fisher da mejores resultados que el criterio de máxima potencia media.

Además, se encontró que descartar posibles outliers no parece ser de mucha ayuda, al menos bajo el conjunto de datos con el que se contó. Sin embargo, promediar varias mediciones puede ayudar a disminuir los efectos del *shadowing* de la señal.

El estudio presentado en este capítulo tiene varias limitaciones. Las mediciones fueron hechas con un solo dispositivo y, por tanto, las conclusiones dependen de la calidad de los sensores del mismo. La localización de la mayor parte de los puntos de acceso no estuvo bajo control. Asimismo, los puntos de acceso que sí fueron localizados ad hoc, eran todos del mismo modelo y no fueron cambiados de posición. Estos detalles impiden evaluar el comportamiento promedio bajo situaciones diferentes. Finalmente, puede considerarse que la grilla de medición impone de por sí una cota inferior a la exactitud alcanzable.

Capítulo 4

Sincronización y posicionamiento de dispositivos móviles

El foco de este capítulo es en sistemas de posicionamiento basados en tiempos de arribo (TOA) de señales inalámbricas. En particular, se considera el problema de la determinación simultánea de la posición, la velocidad y los parámetros que describen el comportamiento del reloj de un nodo (o dispositivo) móvil usando mediciones de tiempo imperfectas y un conjunto de nodos de referencia sincronizados entre sí (ver las definiciones en la Sección 2.2.2). El reloj del nodo móvil se modela con deriva (*skew* en inglés) y sesgo (en inglés *offset*, ver la Sección 2.1.2). Para tal fin, se propone un protocolo de medición similar al utilizado en la estimación de distancias por intercambio de dos mensajes, denominado en inglés *Two-Way Ranging* (TWR, ver Sección 2.1.2). Dados los datos que se desprenden del intercambio de mensajes entre el dispositivo y cada nodo de referencia, se estiman la posición y velocidad del dispositivo, y el *skew* y el *offset* de su reloj, aplicando filtros de Kalman extendido y *unscented*.

En la relación entre el dispositivo y los nodos de referencia, se pueden distinguir dos situaciones. La más simple es aquella en la que hay un camino LOS entre ellos y es la que consideraremos en este capítulo.

El desempeño de los algoritmos propuestos se analiza mediante simulaciones. También evaluamos una aproximación a la cota de Cramér-Rao, ofreciendo información acerca de los límites de desempeño alcanzables. El trabajo en este capítulo ha sido parcialmente publicado en el siguiente artículo de revista:

J. P. Grisales Campeón y P. I. Fierens, “Joint position and clock tracking of wireless nodes”, *Computer Networks*, vol. 197, p. 108296, 2021. [54].

Este capítulo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 4.1 se presenta el trabajo relacionado. En la Sección 4.2 se presenta el problema a estudiar, el protocolo de medición y los algoritmos de posicionamiento. En la sección 4.3 mostramos la cota de Cramér-Rao para nuestro sistema. Finalmente las secciones 4.4 y 4.5 muestran los resultados obtenidos y las conclusiones respectivamente.

4.1. Trabajo relacionado

Existe una amplia literatura sobre posicionamiento basado en tiempos de vuelo, véanse por ejemplo las Refs. [1, 65, 67-70, 72, 108, 130, 214, 215]. El gran interés por este tipo de sistemas radica en que son más precisos que los sistemas basados en RSS y además se puede evitar la etapa de calibración de técnicas como el *fingerprinting* [1, 65]. Sin embargo, los sistemas basados en tiempo de vuelo se ven afectados por otros problemas no más fáciles de resolver o contrarrestar, a saber: *multipath fading* [67-70], interferencia con otros usuarios [71, 108], propagación NLOS [72-74, 214, 215], variabilidad temporal de la señales del reloj (*jitter*) [216], o el sesgo y la deriva del reloj [217]. Estos fenómenos complican la sincronización de relojes y la correcta estimación de distancias entre dispositivos receptores y transmisores. En esta tesis nos enfocamos en la estimación de la deriva y el sesgo del reloj con el fin de sincronizar los relojes del móvil y de la referencia, primero bajo condiciones LOS y luego bajo condiciones NLOS. Si bien la sincronización no es estrictamente necesaria para el posicionamiento [94, 218], sí puede ser conveniente para otro tipo de propósitos, por ejemplo, rastreo y vigilancia, conservación de energía en protocolos de acceso al medio (MAC del inglés *Medium Access Control*) o sistemas de procesamiento de información distribuida [219-221]. Por ello, hay gran cantidad de literatura en cuanto a sincronización se refiere. Por ejemplo, Elson *et al.* [222] propusieron un esquema de sincronización de dispositivos a partir de nodos de referencia. Se debe notar que el interés de los autores estaba en la sincronización de redes inalámbricas hasta 1 μ s y que el tiempo de propagación de los mensajes no fue tenido en cuenta. Noh, Serpedin y Qarage [223] propusieron un algoritmo de sincronización para la estimación de *offset* y el *skew* del reloj en los nodos de una red inalámbrica. En su trabajo Noh y colegas alcanzaron la cota inferior de Cramér-Rao para la deriva y el sesgo del reloj bajo un modelo de retardo de tipo Gaussiano. En su trabajo asumieron constantes tanto el *skew* como el *offset*. El algoritmo de Noh *et al.* no fue utilizado para el posicionamiento de los dispositivos. El trabajo de Noh y colegas ha sido extendido, por ejemplo, por Liao y Barooah [224] quienes consideraron el caso de una red cambiante por el movimiento de los nodos. Otros trabajos sobre sincronización se pueden encontrar en las Refs. [225-229] y trabajos allí citados.

Uno de los primeros trabajos en posicionamiento y sincronización simultánea es el de Denis, Pierrot y Abou-Rjeily [230]. Los autores de dicho trabajo proponen un algoritmo distribuido que converge en varios pasos. Todos los nodos fueron supuesto estacionarios y con relojes imperfectos cuyas características no variaban con el tiempo. Zheng y Wu [231] consideraron el problema de un único nodo móvil y varios nodos referencia estacionarios con imprecisiones de reloj de todos los nodos. Sin embargo, estas condiciones no cambiaban en el tiempo. Las Refs. [50, 52, 163, 232-236] también resuelven el problema de sincronización y posicionamiento con parámetros de reloj constantes.

Rajan y Van der Veen [49] permitieron el movimiento de los nodos extendiendo su trabajo en [232], pero las posiciones de los nodos no fueron rastreadas *online*, ya que todas las mediciones se procesaron por lotes. Cabe destacar que los esfuerzos de Rajan y colegas se enfocaron en localización y sincronización en redes sin referencias. El protocolo de medición que utilizaron estuvo basado en TWR y los parámetros de sincronización se mantuvieron constantes. Yuan *et*

al. [237] permitieron que el sesgo del reloj cambiara de acuerdo a un modelo de caminata aleatoria mientras que la deriva permanecía constante. Por otro lado, Etzlinger *et al.* [238] propusieron un método en que cada nodo puede determinar los parámetros cambiantes de su propio reloj en forma distribuida y secuencial. Su algoritmo dividía el tiempo en fases de medición de la misma duración. En cada fase de medición, los nodos intercambiaban mensajes con marca de tiempo. El intercambio de mensajes era asimétrico en el sentido en que la cantidad de mensajes desde un nodo A a un nodo B puede ser diferente a la cantidad de mensajes desde el nodo B hacia el A. En este trabajo también consideramos fases de medición de la misma duración y que se intercambian mensajes que contienen la marca de tiempo con que se envían. Sin embargo, suponemos que los nodos intercambian exactamente dos mensajes en cada fase de medición, uno en cada dirección, esto inspirados en el protocolo TWR que se explicó en el Capítulo 2. Además, suponemos que hay nodos referencia perfectamente sincronizados entre sí. Aunque esto simplifica el problema, parece razonable en redes con nodos fijos con relojes de buena calidad y dispositivos móviles con relojes más baratos como es el caso de, por ejemplo, puntos de acceso de Wi-Fi y dispositivos móviles compatibles con Wi-Fi. Es necesario aclarar que, aunque los nodos de referencia contengan relojes ideales, aún existe un tiempo de procesamiento necesario hasta que el dispositivo móvil responda al nodo de referencia, y es mediante este tiempo de respuesta y los errores de sincronización en el dispositivo móvil que se introducen errores de medición del tiempo que justifican la estimación de la deriva y el sesgo del reloj del móvil para una estimación más precisa de su posición.

Se debe notar que el problema de posicionamiento y sincronización simultánea se ha considerado utilizando otros observables además de los tiempos de transmisión y recepción. Por ejemplo Koivisto *et al.* [51] analizaron el problema basados en dirección de arribo o de salida y TOA en nodos 5G. Mientras que Guo *et al.* en [96] se apoyaron de RSS en conjunto con mediciones RTT calibradas para tener en cuenta el error por sincronización.

En esta Tesis consideramos nodos de referencia estáticos y un nodo o dispositivo móvil que requiere ser localizado, asumimos que el dispositivo móvil está siempre en el rango de cobertura de los nodos de referencia y las posiciones fueron rastreadas de forma *online*.

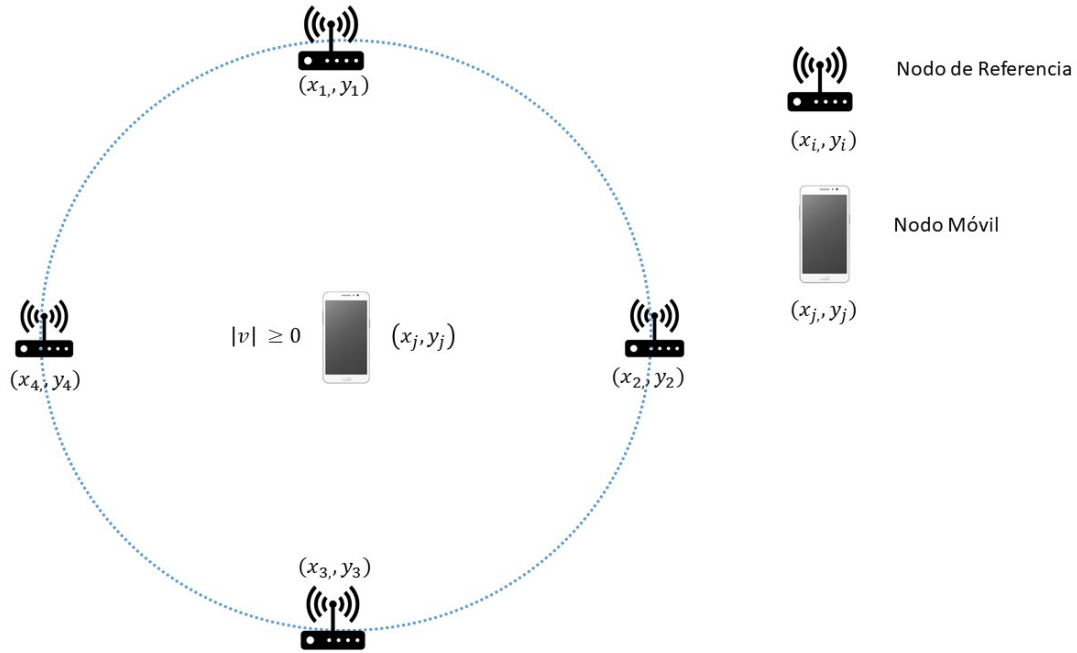


FIGURA 4.1: Esquema con nodo móvil y nodo de referencia. La posición de los nodos (x_i, y_i) , con $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ de referencia es conocida en todo momento. En esta tesis estos nodos se asumen estáticos. El nodo móvil puede o no estar estático y su posición (x_j, y_j) es desconocida y necesita ser determinada.

4.2. Sistema de sincronización y posicionamiento

4.2.1. Modelo de reloj

Si bien existen modelos de reloj más complejos (ver, por ej., Refs. [78, 239]), el modelo afín [49, 76] ofrece suficiente riqueza para nuestra aplicación. En particular, el tiempo τ medido por el nodo móvil puede escribirse como (ver Sección 2.1.2)

$$\tau = \omega t + \phi + \eta, \quad (4.1)$$

donde t es el tiempo real. El *skew* es representado por ω , una cantidad adimensional cercana a la unidad, ϕ es el *offset*, y η modela un ruido de medición aleatorio de tipo Gaussiano, esto es, $\eta \sim \mathcal{N}(0, \sigma_m^2)$. El orden de magnitud de los parámetros en la Ec. (4.1) en relojes reales se obtuvo de la literatura. Tirado-Andrés y A. Araujo en [240] mencionan que la exactitud de la frecuencia en osciladores varía entre ~ 0.01 ppm para un oscilador de cristal controlado por horno basado en MEMs a $\sim 10 - 100$ ppm para osciladores de cuarzo. Estos valores indican que $|\omega - 1|$ va desde $\sim 10^{-8}$ hasta $\sim 10^{-4}$. En cuanto al *offset* se puede obtener una idea de su magnitud del trabajo de Koivisto *et al.* [51] donde mencionan requerimientos para el sesgo con valores menores a $0.5 \mu\text{s}$.

Si bien la deriva y el sesgo del reloj pueden considerarse constantes para intervalos de tiempo muy pequeños, los mismos experimentan variaciones debido a diversos factores como la temperatura [240]. Por este motivo, ambos parámetros se modelan como caminatas aleatorias de tiempo discreto, con saltos Gaussianos. En particular, discretizamos el tiempo en períodos de longitud h

y describimos la evolución del *skew* y el *offset* en períodos consecutivos k y $k + 1$ como

$$\omega_{k+1} = \omega_k + \eta_k^\omega, \quad (4.2)$$

$$\phi_{k+1} = \phi_k + \eta_k^\phi, \quad (4.3)$$

donde $\eta_k^\omega \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\omega^2)$ y $\eta_k^\phi \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\phi^2)$ son independientes. En la Ref. [240] podemos encontrar valores de σ_ω en el rango 10^{-11} - 10^{-9} para osciladores comerciales y períodos del orden de 1 ms.

En relación al ruido de medición σ_m^2 , McElroy, Neirynck y McLaughlin [220], mencionan valores de σ_m^2 en el orden de $1.5 - 3 \times 10^{-20}$ s² para productos comerciales de UWB.

En esta Tesis suponemos que los nodos de referencia están perfectamente sincronizados entre sí y que además sus relojes no tienen imperfecciones, como también se hace en otros trabajos de la literatura [223]. Aún con relojes perfectos, los anchors pueden incurrir en un pequeño error en la medición del tiempo. Este error se modela como ruido aditivo Gaussiano, de media cero y varianza σ_r^2 .

4.2.2. Modelo del sistema

Para simplificar el análisis, se supone que los nodos están en un espacio de dos dimensiones, aunque el modelo propuesto se puede extender fácilmente a tres dimensiones. Además se supone que los nodos de referencia son estáticos. La extensión al caso en que los nodos de referencia se mueven es inmediata si las posiciones de los mismos se suponen conocidas. En la Fig. 4.1 se puede ver un esquema que resume el modelo.

Para el nodo móvil (dispositivo) se usa el modelo de movilidad de Gauss-Markov [241]. En particular, se considera que la velocidad cambia como una caminata aleatoria con pasos Gaussianos no correlacionados [242] donde el tiempo se encuentra discretizado en períodos de longitud h .

La descripción del sistema en los párrafos anteriores se puede resumir de la siguiente manera. El tiempo es discretizado en pasos de longitud h . Al inicio del k -ésimo período, ω_k , ϕ_k , $[v_k^x, v_k^y]$, y $[x_k^m, y_k^m]$ representan el *skew*, el *offset*, la velocidad y la posición del móvil respectivamente. Estas cantidades están descritas por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \omega_{k+1} &= \omega_k + \eta_k^\omega, & \phi_{k+1} &= \phi_k + \eta_k^\phi, \\ v_{k+1}^x &= v_k^x + \eta_k^{v^x}, & v_{k+1}^y &= v_k^y + \eta_k^{v^y}, \\ x_{k+1}^m &= x_k^m + h v_k^x, & y_{k+1}^m &= y_k^m + h v_k^y, \end{aligned}$$

donde $\eta_k^\omega \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\omega^2)$, $\eta_k^\phi \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\phi^2)$, $\eta_k^{v^x}, \eta_k^{v^y} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$ son independientes. El sistema se puede escribir matricialmente de la siguiente manera:

$$\vec{s}_{k+1} = \mathbf{F} \vec{s}_k + \mathbf{G} \vec{\eta}_k^s \quad (4.4)$$

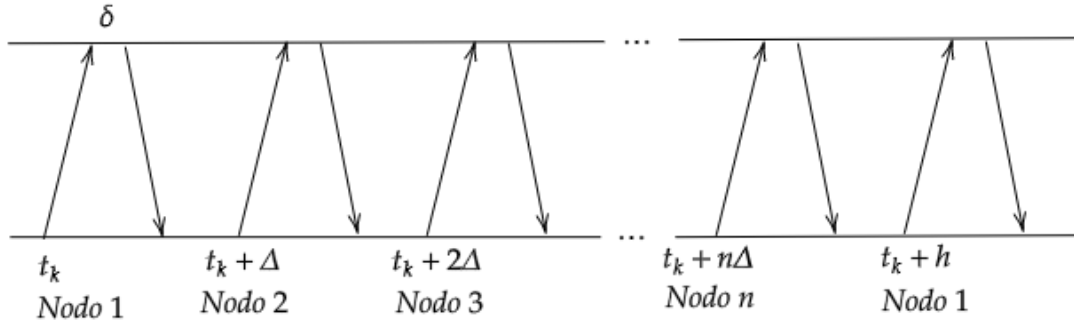


FIGURA 4.2: Representación gráfica del protocolo de medición. Cada nodo de referencia envía un mensaje y espera respuesta desde el móvil. Este tarda un tiempo δ fijo en procesar y responder. Los intercambios de mensajes están espaciados un tiempo Δ . Todo esto sucede dentro del intervalo de duración h . Los relojes de los nodos de referencia están perfectamente sincronizados mientras que el del nodo móvil presenta imperfecciones.

donde

$$\vec{s}_k = \begin{pmatrix} \omega_k \\ \phi_k \\ v_k^x \\ v_k^y \\ x_k^m \\ y_k^m \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

$$\vec{\eta}_k^s = \begin{pmatrix} \eta_k^\omega \\ \eta_k^\phi \\ \eta_k^{v^x} \\ \eta_k^{v^y} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{4 \times 4} \\ \mathbf{0}_{2 \times 4} \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

Es importante destacar que supondremos que el *skew*, el *offset* y la velocidad no cambian significativamente durante el tiempo de muestreo h . Sin embargo, sí permitiremos cambios en la posición del móvil, como se explica más adelante.

4.2.3. Protocolo y modelo de medición

Protocolo de medición

Cada nodo de referencia intercambia dos mensajes con el móvil (ver la Sección 2.1.2). Este enfoque es similar al de otros sistemas de posicionamiento (véanse, por ejemplo, las Refs. [94, 95, 223, 232]). Sin embargo, existen algunos detalles que dependen de la forma de acceso al medio y que es necesario contemplar. Por ejemplo, es posible que comunicaciones o intentos de acceso

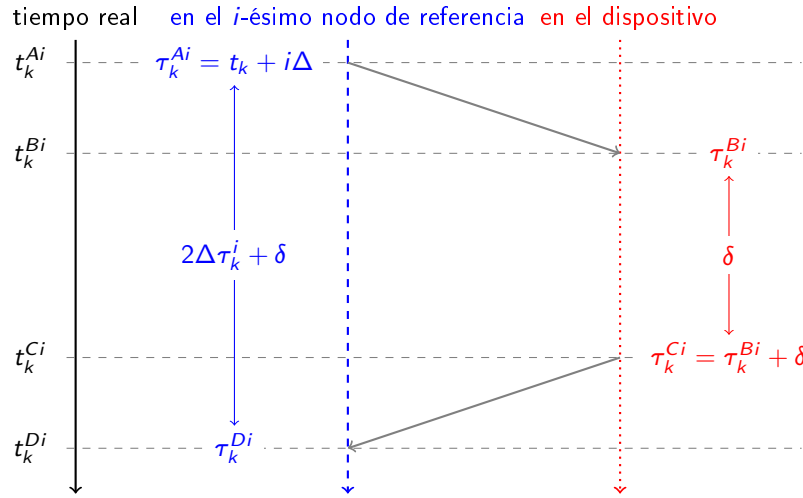


FIGURA 4.3: Intercambio de mensajes entre el i -ésimo nodo de referencia y el nodo móvil. Un mensaje es enviado desde el nodo de referencia al móvil en el tiempo t_k^{Ai} y otro en el sentido contrario en el tiempo t_k^{Ci} . El tiempo real (en negro a la izquierda) no coincide con el tiempo medido por la referencia (en azul en el centro) ni con el medido por el móvil (a la derecha en rojo). Los algoritmos de estimación se basan en las mediciones τ_k^{Bi} y $\Delta\tau_k^i$. El ruido de medición no se muestra por claridad.

desde distintos puntos de referencia colisionen entre sí. Para simplificar el análisis y liberarnos de detalles de la forma de acceso al medio, vamos a suponer a continuación que la comunicación desde cada nodo de referencia hacia el móvil puede realizarse de forma secuencial y en instantes de tiempo predeterminados. Esta suposición no es tan restrictiva. En principio, se basa sobre el hecho que los nodos de referencia están perfectamente sincronizados entre sí. Luego, se puede suponer que es posible reservar recursos para acceder en instantes de tiempo fijo, o que el tráfico es suficientemente bajo como para permitir dichos accesos sin dificultad. Basados en esta suposición del acceso secuencial, le asignamos a cada nodo de referencia un número en $\{0, 1, \dots, n-1\}$, donde n es la cantidad total de nodos de referencia. El nodo referencia i -ésimo inicia un intercambio de la k -ésima observación en el instante de tiempo $t_k + i\Delta$ donde Δ es un tiempo adecuado menor que h/n , ya que cada nodo referencia debe terminar su intercambio antes de que empiece el siguiente período de observación. Por otro lado, Δ debe ser lo suficientemente grande como para que el intercambio de dos mensajes pueda llevarse a cabo. Una representación gráfica de este protocolo se muestra para mayor claridad en la Fig. 4.2. Si bien en algunos trabajos, el tiempo de procesamiento requerido para enviar una respuesta no es tenido en cuenta de manera explícita [130, 225, 243], en este trabajo sí es considerado. Además, se muestra más adelante cómo se facilita la estimación del *skew* (ver Sección 4.2.3) al introducirlo. De este modo, el dispositivo móvil debe responder a cada nodo de referencia exactamente δ segundos después de haber recibido un mensaje del mismo, donde δ debe ser lo suficientemente grande como para contemplar el máximo tiempo de preparación y procesamiento de la respuesta posible. La Fig. 4.3 resume gráficamente cada intercambio.

La distancia del móvil a cada nodo de referencia se supone constante mientras dure el intercambio de mensajes, pero se da la opción de que la posición del móvil pueda cambiar mientras empieza la comunicación con la siguiente referencia. En este sentido, podemos asumir que la ve-

locidad del móvil v es tal que $v\delta$ es mucho más pequeña que la distancia a cualquier referencia, pero no es necesariamente el caso de $v\Delta$. Además, el protocolo supone que la velocidad, el *skew* y el *offset* varían lentamente con el tiempo, pero pueden ser consideradas constantes durante el período de observación h . Con todas estas consideraciones, el procedimiento de medición en cada nodo referencia se puede describir de la siguiente manera:

- El i -ésimo nodo de referencia envía un mensaje en el tiempo $t_k + i\Delta$. Llamemos $\tau_k^{A_i} = t_k + i\Delta$ al instante en que la referencia envía el mensaje. Aunque el reloj en el nodo de referencia está perfectamente sincronizado con sus pares, varios factores pueden afectar la medición de este tiempo.
- El dispositivo móvil guarda el tiempo $\tau_k^{B_i}$ en que recibe el mensaje.
- El dispositivo móvil envía un mensaje de vuelta a la referencia después de un tiempo de procesamiento conocido (δ). El tiempo en que se envía este mensaje, medido por el móvil es $\tau_k^{C_i} = \tau_k^{B_i} + \delta$.
- El nodo de referencia recibe la respuesta del dispositivo móvil en el instante $\tau_k^{D_i}$.

Después de este intercambio, cada referencia guarda dos observaciones

$$\tau_k^{B_i}, \quad \Delta\tau_k^i = \frac{(\tau_k^{D_i} - \tau_k^{A_i}) - (\tau_k^{C_i} - \tau_k^{B_i})}{2}, \quad (4.7)$$

que corresponden al tiempo de llegada al dispositivo móvil y al tiempo total de vuelo de la señal respectivamente.

Detalles del modelo de observación

Recordemos que la posición del nodo móvil no cambia significativamente mientras dura el intercambio con una referencia dada. Esto implica que, para el k -ésimo período de medición

$$\|\vec{v}_k\| \left(\frac{2d_k^i}{c} + \delta \right) \ll d_k^i, \quad (4.8)$$

donde $\vec{v}_k$ es la velocidad del dispositivo móvil, c es la velocidad de la luz y d_k^i es la distancia entre el móvil y el nodo de referencia i -ésimo en el k -ésimo tiempo de observación. Si asumimos que $d_k^i/c \ll \delta$, la condición en la Ec. (4.8) se convierte en $\|\vec{v}_k\| \delta \ll d_k^i$.

Por ejemplo, si $\delta = 1 \mu\text{s}$ y $\|\vec{v}_k\| = 100 \text{ m/s}$, entonces, la distancia requerida es $d_k^i \gg 0.1 \text{ mm}$. Este resultado garantiza que podemos asumir la posición del móvil constante en un amplio espectro de aplicaciones.

Basados en estas suposiciones, en los cálculos siguientes la distancia entre el móvil y cada una de las referencias es

$$d_k^i = \sqrt{(x_k^m + v_k^x i\Delta - x^i)^2 + (y_k^m + v_k^y i\Delta - y^i)^2} \quad (4.9)$$

donde (x^i, y^i) son las coordenadas fijas del nodo referencia y (x_k^m, y_k^m) es la posición del dispositivo móvil al inicio del k -ésimo período de tiempo. Se debe notar que se espera que el intercambio comience en el instante de tiempo $kh + i\Delta$ pero puede empezar en un instante ligeramente distinto debido a errores de medición de tiempo en el nodo de referencia. En la Ec. (4.9) hemos despreciado esta pequeña diferencia ya que suponemos $\sigma_r \ll \delta$ donde σ_r es la desviación estándar de los errores de medición. Esta suposición permite considerar a d_k^i como una cantidad determinística dado el estado $\vec{s}_k$.

Aunque el nodo de referencia esté perfectamente sincronizado, se puede ver influenciado por distintos factores, por lo que el tiempo tiempo real en que se envía el primer mensaje está dado por

$$t_k^{Ai} = \tau_k^{Ai} - \eta_k^{Ai} = kh + i\Delta - \eta_k^{Ai}, \quad (4.10)$$

donde $\eta_k^{Ai} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_r^2)$ representa el ruido de medición. El hecho de que η_k^i esté restando es por convención para que $\tau = t + \eta$. El mensaje es recibido en el móvil en un tiempo (ver Fig. 4.3)

$$t_k^{Bi} = t_k^{Ai} + \frac{d_k^i}{c}, \quad (4.11)$$

mientras que el tiempo que mide el nodo móvil es

$$\tau_k^{Bi} = \omega_k t_k^{Bi} + \phi_k + \eta_k^{Bi} = \omega_k \tau_k^{Ai} + \omega_k \frac{d_k^i}{c} + \phi_k - \omega_k \eta_k^{Ai} + \eta_k^{Bi}, \quad (4.12)$$

donde $\eta_k^{Bi} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_m^2)$ modela el error de medición. De acuerdo a su referencia temporal, el móvil responde en

$$\tau_k^{Ci} = \tau_k^{Bi} + \delta = \omega_k t_k^{Ci} + \phi_k + \eta_k^{Ci}, \quad (4.13)$$

y entonces, el tiempo real de respuesta es

$$t_k^{Ci} = \frac{\tau_k^{Bi} + \delta - \phi_k - \eta_k^{Ci}}{\omega_k}, \quad (4.14)$$

donde $\eta_k^{Ci} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_m^2)$. Usando la Ec. (4.12), se puede obtener

$$t_k^{Ci} = \tau_k^{Ai} + \frac{d_k^i}{c} + \frac{\delta}{\omega_k} - \eta_k^{Ai} + \frac{\eta_k^{Bi} - \eta_k^{Ci}}{\omega_k}. \quad (4.15)$$

Luego, el nodo de referencia recibe la respuesta desde el móvil en un tiempo

$$t_k^{Di} = t_k^{Ci} + \frac{d_k^i}{c}, \quad (4.16)$$

que es medido como

$$\tau_k^{Di} = t_k^{Di} + \eta_k^{Di} = \tau_k^{Ai} + 2\frac{d_k^i}{c} + \frac{\delta}{\omega_k} - \eta_k^{Ai} + \frac{\eta_k^{Bi} - \eta_k^{Ci}}{\omega_k} + \eta_k^{Di}, \quad (4.17)$$

donde $\eta_k^{Di} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_r^2)$. Finalmente, la observación está dada por

$$\begin{aligned} \Delta\tau_k^i &= \frac{(\tau_k^{Di} - \tau_k^{Ai}) - (\tau_k^{Ci} - \tau_k^{Bi})}{2} \\ &= \frac{d_k^i}{c} + \frac{\delta}{2} \left(\frac{1}{\omega_k} - 1 \right) + \frac{\eta_k^{Di} - \eta_k^{Ai}}{2} + \frac{\eta_k^{Bi} - \eta_k^{Ci}}{2\omega_k}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Basado en las Ecs (4.12) y (4.18), se puede obtener

$$\mathbb{E} \left[\tau_k^{Bi} \middle| \vec{s}_k \right] = \omega_k(kh + i\Delta) + \omega_k \frac{d_k^i}{c} + \phi_k, \quad (4.19)$$

$$\mathbb{E} \left[\Delta\tau_k^i \middle| \vec{s}_k \right] = \frac{d_k^i}{c} + \frac{\delta}{2} \left(\frac{1}{\omega_k} - 1 \right), \quad (4.20)$$

$$\text{Var} \left[\tau_k^{Bi} \middle| \vec{s}_k \right] = (\omega_k)^2 \sigma_r^2 + \sigma_m^2, \quad (4.21)$$

$$\text{Var} \left[\Delta\tau_k^i \middle| \vec{s}_k \right] = \frac{\sigma_m^2}{2(\omega_k)^2} + \frac{\sigma_r^2}{2}, \quad (4.22)$$

$$\text{Cov} \left[\tau_k^{Bi}, \Delta\tau_k^i \middle| \vec{s}_k \right] = \frac{\sigma_m^2}{2\omega_k} + \frac{\omega_k \sigma_r^2}{2}. \quad (4.23)$$

Como se supone que $|\omega_k - 1| \ll 1$, la matriz de covarianza es aproximadamente constante:

$$\mathbf{C}_{\tau_k^{Bi}, \Delta\tau_k^i | \vec{s}_k} \approx \frac{\sigma_m^2 + \sigma_r^2}{2} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.24)$$

El vector completo de observaciones viene dado por

$$\vec{z}_k = \left(\tau_k^{B0}, \Delta\tau_k^0, \tau_k^{B1}, \Delta\tau_k^1, \dots, \tau_k^{B(n-1)}, \Delta\tau_k^{n-1} \right)^T, \quad (4.25)$$

donde n es el número de nodos de referencia. Dado que el estado del sistema tiene seis parámetros, al menos tres nodos referencias (dos observaciones por referencia) son necesarios.

La Ec. (4.20) explica por qué la incorporación explícita del tiempo de procesamiento facilita la estimación del *skew* del reloj. De hecho, si el protocolo no incluyera un valor δ conocido, el segundo término en el lado derecho de la ecuación tendría un tiempo desconocido.

4.2.4. Algoritmos de estimación

Hay muchos algoritmos que pueden tratar con modelos de observación no lineales como el presentado en la sección anterior, por ejemplo, filtros de Kalman extendidos [244-246], filtros de Kalman *unscented* [118, 247-249], filtros de partículas [245, 250-252] y filtros de partículas *unscented* [253].

Filtro de Kalman extendido (EKF)

El filtro de Kalman extendido (EKF, según su sigla en inglés) se basa en la linealización de los modelos del sistema y de observación, mediante un polinomio de Taylor de primer orden. Dado que existe una vasta literatura sobre el filtro de Kalman extendido (ver, por ej., Refs. [244, 254]), en este capítulo nos limitamos a presentar la aplicación de EKF a nuestro problema. Como el modelo del sistema es lineal (ver Sección 4.2.2), solo es necesaria la linealización de la observación. Esta observación se puede escribir como

$$\vec{z} = \vec{\mathcal{H}}(\vec{s}, \vec{\eta}^z), \quad (4.26)$$

donde los subíndices temporales no se explicitan para simplificar la notación. El vector de estado es $\vec{s}$ y $\vec{\eta}$ es el ruido de observación que está dado por

$$\vec{\eta}^z = \left(\eta^{A1}, \eta^{B1}, \eta^{C1}, \eta^{D1}, \eta^{A2}, \dots, \eta^{D(n-1)} \right)^T, \quad (4.27)$$

$$\mathbf{C}_{\vec{\eta}^z} = \text{diag} \left(\sigma_r^2, \sigma_m^2, \sigma_m^2, \sigma_r^2, \dots, \sigma_r^2 \right). \quad (4.28)$$

La Ec. (4.26) puede ser linealizada como

$$\vec{z} = \vec{z}_0 + \mathbf{H}(\vec{s} - \vec{s}_0) + \mathbf{W}\vec{\eta}^z, \quad (4.29)$$

donde $\mathbf{H}$ y $\mathbf{W}$ son los Jacobianos

$$\mathbf{H} = \left. \frac{\partial h}{\partial \vec{s}} \right|_{\vec{s}=\vec{s}_0, \eta^z=0}, \quad \mathbf{W} = \left. \frac{\partial h}{\partial \vec{\eta}^z} \right|_{\vec{s}=\vec{s}_0, \eta^z=0}. \quad (4.30)$$

Luego de algunas manipulaciones algebraicas, las filas de estas matrices se pueden escribir como

$$\mathbf{H}_{2i,:} = \begin{pmatrix} t + i\Delta + \frac{d^i}{c} \\ 1 \\ \omega a^i i \Delta \\ \omega b^i i \Delta \\ \omega a^i \\ \omega b^i \end{pmatrix}^T, \quad \mathbf{H}_{2i+1,:} = \begin{pmatrix} -\frac{\delta}{2\omega^2} \\ 0 \\ a^i i \Delta \\ b^i i \Delta \\ a^i \\ b^i \end{pmatrix}^T, \quad (4.31)$$

$$\mathbf{W}_{2i,4i:4i+3} = \begin{pmatrix} -\omega \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T, \quad \mathbf{W}_{2i+1,4i:4i+3} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2\omega} \\ -\frac{1}{2\omega} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}^T, \quad (4.32)$$

donde t es el tiempo de observación, los dos puntos en la Ec. (4.31) indican que se completan todas las filas o columnas de la matriz y en la Ec. (4.32) indican en que porción de la matriz se

Algoritmo 1: Filtro de Kalman Extendido

Paso predictivo:

$$\hat{\mathbf{s}}_{k|k-1} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{s}}_{k-1|k-1}, \quad (4.35)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}^T + \mathbf{Q}, \quad (4.36)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \tilde{\mathcal{H}}(\hat{\mathbf{s}}_{k|k-1}, \vec{0}). \quad (4.37)$$

Paso de actualización:

$$\vec{y}_k = \vec{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}, \quad (4.38)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k, \quad (4.39)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}, \quad (4.40)$$

$$\hat{\mathbf{s}}_{k|k} = \hat{\mathbf{s}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \vec{y}_k, \quad (4.41)$$

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{W}_k \mathbf{C}_{\vec{\eta}^z} \mathbf{W}_k^T, \quad (4.42)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{H}_k \mathbf{R}_k \mathbf{H}_k^T. \quad (4.43)$$

$\mathbf{H}_k$ y $\mathbf{W}_k$ están dadas por las Ecs. (4.31) y (4.32), respectivamente, evaluadas en $\vec{s} = \hat{\mathbf{s}}_{k|k-1}$

ubican estas submatrices. Hemos definido:

$$a^i = \frac{(x^m + v^x i \Delta - x^i)}{cd^i}, \quad b^i = \frac{(y^m + v^y i \Delta - y^i)}{cd^i}. \quad (4.33)$$

Finalmente, se puede reescribir la Ec. (4.29) como

$$\vec{z} = \vec{z}_0 + \mathbf{H}(\vec{s} - \vec{s}_0) + \vec{\zeta}^z, \quad (4.34)$$

donde $\vec{\zeta}^z \in \mathbb{R}^{2n}$ es un vector de variables Gaussianas de media cero con covarianza $\mathbf{R} = \mathbf{W} \mathbf{C}_{\vec{\eta}^z} \mathbf{W}^T$.

El Algoritmo 1 describe la iteración k -ésima del filtro de Kalman extendido. Se observa que usamos la versión estabilizada de Joseph para la matriz de covarianza [246, 254] ya que es más robusta para nuestros cálculos.

Filtro de Kalman Unscented

En lugar de aproximar las funciones no lineales en los modelos dinámico y de observación, el filtro de Kalman *unscented* (UKF, según la sigla en inglés) aproxima la distribución a posteriori de los parámetros dada la observación mediante una distribución Gaussiana representada por unas pocas muestras deterministas conocidas como *puntos sigma*. Estos puntos sigma permiten calcular la verdadera media y covarianza hasta un segundo orden de la expansión de Taylor para cualquier función no lineal. Más detalles sobre este filtro se pueden encontrar, por ejemplo, en las Refs. [118, 247-249].

El UKF en cada paso se puede escribir como se presenta en el Algoritmo 2 [248]. En estas

Algoritmo 2: Unscented Kalman Filter

Cálculo de puntos sigma:

$$\mathbf{D} = \left(\sqrt{(6 + \lambda) \mathbf{P}_{k-1|k-1}} \right)^T,$$

$$\bar{\mathcal{S}}_{k-1|k-1}^0 = \hat{\mathbf{s}}_{k-1|k-1},$$

$$\bar{\mathcal{S}}_{k-1|k-1}^j = \hat{\mathbf{s}}_{k-1|k-1} + \mathbf{D}_{:,j} \quad j = 1, \dots, 6,$$

$$\bar{\mathcal{S}}_{k-1|k-1}^j = \hat{\mathbf{s}}_{k-1|k-1} - \mathbf{D}_{:,j} \quad j = 7, \dots, 12.$$

Paso predictivo:

$$\bar{\mathcal{S}}_{k|k-1}^j = \mathbf{F} \bar{\mathcal{S}}_{k-1|k-1}^j, \quad (4.44)$$

$$\hat{\mathbf{s}}_{k|k-1} = \sum_{j=0}^{12} W_m^j \bar{\mathcal{S}}_{k|k-1}^j, \quad (4.45)$$

$$\Delta \bar{\mathcal{S}}_{k|k-1}^j = \bar{\mathcal{S}}_{k|k-1}^j - \hat{\mathbf{s}}_{k|k-1}, \quad (4.46)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \sum_{j=0}^{12} W_c^j \Delta \bar{\mathcal{S}}_{k|k-1}^j \left(\Delta \bar{\mathcal{S}}_{k|k-1}^j \right)^T, \quad (4.47)$$

$$\bar{\mathcal{Z}}_{k|k-1} = \vec{h} \left(\bar{\mathcal{S}}_{k|k-1}^j, \vec{0} \right), \quad (4.48)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{j=0}^{12} W_m^j \bar{\mathcal{Z}}_{k|k-1}^j. \quad (4.49)$$

Corrección y paso de actualización:

$$\Delta \bar{\mathcal{Z}}_{k|k-1}^j = \bar{\mathcal{Z}}_{k|k-1}^j - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}, \quad (4.50)$$

$$\mathbf{P}_k^{zz} = \sum_{j=0}^{12} W_c^j \Delta \bar{\mathcal{Z}}_{k|k-1}^j \left(\Delta \bar{\mathcal{Z}}_{k|k-1}^j \right)^T, \quad (4.51)$$

$$\mathbf{P}_k^{sz} = \sum_{j=0}^{12} W_c^j \left(\Delta \bar{\mathcal{S}}_{k|k-1}^j \right) \left(\Delta \bar{\mathcal{Z}}_{k|k-1}^j \right)^T, \quad (4.52)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^{sz} (\mathbf{P}_k^{zz})^{-1}, \quad (4.53)$$

$$\hat{\mathbf{s}}_{k|k} = \hat{\mathbf{s}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \left(\bar{\mathbf{z}}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right), \quad (4.54)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k (\mathbf{P}_k^{zz})^{-1} \mathbf{K}_k^T. \quad (4.55)$$

ecuaciones $\lambda = a^2(6 + \kappa) - 6$, siendo a un parámetro que determina la dispersión de los puntos sigma y κ es un factor de escalamiento. Una guía para seleccionar los valores adecuados para estos parámetros se puede encontrar en las referencias. En nuestro caso, $a = 1$ y $\kappa = -3$ arrojaron buenos resultados. Los pesos W_m^j y W_c^j se calcularon como en la Ref. [248], es decir

$$W_m^0 = \frac{\lambda}{\lambda + 6}, \quad W_c^0 = \frac{\lambda}{\lambda + 6} + 1 - \alpha^2 + \beta, \quad (4.56)$$

$$W_m^j = W_c^j = \frac{\lambda}{2(\lambda + 6)} \quad j \neq 0, \quad (4.57)$$

donde β es un parámetro que para distribuciones Gaussianas debe hacerse igual a dos [248], tal como hicimos en esta tesis.

Estimación inicial del estado del sistema

Los filtros de Kalman requieren de una estimación inicial. Para este fin, utilizamos dos observaciones suponiendo que el reloj no tiene *skew*, es decir $\omega = 1$. Bajo esta aproximación, las Ecs. (4.12) y (4.18) se convierten en

$$\tau_k^{B_i} = \tau_k^{A_i} + \frac{d_k^i}{c} + \phi_k + \eta_k^{B_i}, \quad (4.58)$$

$$\Delta \tau_k^i = \frac{d_k^i}{c} + \frac{\eta_k^{D_i} - \eta_k^{A_i}}{2} + \frac{\eta_k^{B_i} - \eta_k^{C_i}}{2}, \quad (4.59)$$

por lo que el *offset* se puede estimar con el promedio

$$\hat{\phi} = \frac{1}{2n} \sum_{k=0}^1 \sum_{i=0}^{n-1} \left(\tau_k^{B_i} - \tau_k^{A_i} - \Delta \tau_k^i \right). \quad (4.60)$$

Aquí hemos supuesto que $\phi_0 \approx \phi_1 \approx \phi$ y el segundo término de la derecha está distribuido como $\mathcal{N}(0, (\sigma_m^2 + \sigma_r^2)/(4n))$. La estimación de la posición del móvil se hace por medio de un ajuste de cuadrados mínimos no lineal de las distancias estimadas

$$\arg \min_{(x_k^m, y_k^m)} \sum_{i=0}^{n-1} \left[(x_k^m - x^i)^2 + (y_k^m - y^i)^2 - (c \Delta \tau_k^i)^2 \right]^2 \quad k = 0, 1. \quad (4.61)$$

En esta ecuación se asume que no cambia significativamente la posición del móvil entre intercambios con distintos nodos de referencia. Finalmente, la velocidad se calcula como un simple cociente incremental, es decir

$$\hat{v}_0^x = \frac{\hat{x}_1^m - \hat{x}_0^m}{h}, \quad \hat{v}_0^y = \frac{\hat{y}_1^m - \hat{y}_0^m}{h}. \quad (4.62)$$

Como se muestra en las simulaciones, estas estimaciones son suficientes para obtener resultados razonables.

4.3. Cota inferior de Cramér-Rao del modelo de medición

La cota inferior de Cramér-Rao (CRB según la sigla en inglés) es una buena manera de estimar los límites a los que puede llegar la exactitud de un algoritmo de estimación. Sin embargo, el cálculo de la CRB no es sencillo en nuestra aplicación. Por ello, hacemos el cálculo para el caso más simple en el que la velocidad del móvil no cambia, es decir, $\sigma_v^2 = 0$. Nuestro cálculo está basado en la computación recursiva de la matriz de información presentada por Tichavský *et al.* [255]. La cota inferior de Cramér-Rao puede ser escrita como (ver Refs. [245, 255])

$$\mathbf{P}_{k|k} \doteq \mathbb{E} \left[\left(\hat{\vec{s}}_{k|k} - \vec{s}_k \right) \left(\hat{\vec{s}}_{k|k} - \vec{s}_k \right)^T \right] \geq \mathbf{J}_k^{-1}, \quad (4.63)$$

donde $\mathbf{P}_{k|k} - \mathbf{J}_k^{-1}$ es una matriz semi-definida positiva, y $\mathbf{S}_k$ es la matriz de información de $\left(\omega_{k-1}, \phi_{k-1}, \vec{s}_k^T \right)^T$. Se puede demostrar que $\mathbf{J}_k$ y $\mathbf{S}_k$ satisfacen las siguientes ecuaciones de recurrencia (ver la Proposición 2 en la Ref. [255]):

$$\mathbf{S}_{k+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{k+1}^{11} & \mathbf{S}_{k+1}^{12} & \mathbf{S}_{k+1}^{13} \\ \mathbf{S}_{k+1}^{21} & \mathbf{S}_{k+1}^{22} & \mathbf{S}_{k+1}^{23} \\ \mathbf{S}_{k+1}^{31} & \mathbf{S}_{k+1}^{32} & \mathbf{S}_{k+1}^{33} \end{pmatrix} = \mathbf{M}^{-T} \begin{pmatrix} \mathbf{J}_k^{11} + \mathbf{H}_k^{11} & \mathbf{J}_k^{12} + \mathbf{H}_k^{12} & \mathbf{H}_k^{13} \\ (\mathbf{J}_k^{12} + \mathbf{H}_k^{12})^T & \mathbf{J}_k^{22} + \mathbf{H}_k^{22} & \mathbf{H}_k^{23} \\ (\mathbf{H}_k^{13})^T & (\mathbf{H}_k^{23})^T & \mathbf{H}_k^{33} \end{pmatrix} \mathbf{M}^{-1},$$

donde,

$$\mathbf{J}_{k+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{k+1}^{22} & \mathbf{S}_{k+1}^{23} \\ \mathbf{S}_{k+1}^{32} & \mathbf{S}_{k+1}^{33} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{k+1}^{21} \\ \mathbf{S}_{k+1}^{31} \end{pmatrix} (\mathbf{S}_{k+1}^{11})^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{k+1}^{12} & \mathbf{S}_{k+1}^{13} \end{pmatrix}, \quad (4.64)$$

$$\mathbf{J}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_k^{11} & \mathbf{J}_k^{12} \\ \mathbf{J}_k^{21} & \mathbf{J}_k^{22} \end{pmatrix} \quad (4.65)$$

$$\mathbf{M}_n = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{G}_k^{(1)} & \mathbf{G}_k^{(2)} & \mathbf{G}_k^{(3)} \end{pmatrix} \quad (4.66)$$

$$\mathbf{H}_k^{11} = \mathbb{E} \left[-\Delta_{\vec{s}_k^{(1)}} \log \bar{P}_k \right], \quad (4.67)$$

$$\mathbf{H}_k^{12} = \mathbb{E} \left[-\Delta_{\vec{s}_k^{(1)}} \log \bar{P}_k \right], \quad (4.68)$$

$$\mathbf{H}_k^{13} = \mathbb{E} \left[-\Delta_{\vec{s}_k^{(1)}} \log \bar{P}_n \right], \quad (4.69)$$

$$\mathbf{H}_k^{22} = \mathbb{E} \left[-\Delta_{\vec{s}_k^{(2)}} \log \bar{P}_k \right], \quad (4.70)$$

$$\mathbf{H}_k^{23} = \mathbb{E} \left[-\Delta_{\vec{s}_k^{(2)}} \log \bar{P}_k \right], \quad (4.71)$$

$$\mathbf{H}_k^{33} = \mathbb{E} \left[-\Delta_{\vec{s}_{k+1}^{(1)}} \log \bar{P}_k \right], \quad (4.72)$$

$$\bar{P}_k = p \left[\vec{s}_{k+1}^{(1)} \mid \vec{s}_k \right] \cdot p \left[\vec{Z}_{k+1}^{(1)} \mid \vec{s}_k, \vec{s}_{k+1}^{(1)} \right], \quad (4.73)$$

donde el operador Δ_{Φ}^{Θ} es igual a

$$\Delta_{\Phi}^{\Theta} = \nabla_{\Phi} \nabla_{\Theta}^T, \quad (4.74)$$

$$\nabla_{\Theta} = \left[\frac{\partial}{\partial \Theta_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial \Theta_r} \right]^T. \quad (4.75)$$

En estas ecuaciones se ha dividido el estado $\vec{s}_k$ en bloques como

$$\vec{s}_k = \begin{pmatrix} \vec{s}_k^{(1)} \\ \vec{s}_k^{(2)} \end{pmatrix}, \quad (4.76)$$

$$\vec{s}_k = \begin{pmatrix} \omega_k \\ \phi_k \\ v_k^x \\ v_k^y \\ x_k^m \\ y_k^m \end{pmatrix}, \quad \vec{s}_k^{(1)} = \begin{pmatrix} \omega_k \\ \phi_k \end{pmatrix}, \quad \vec{s}_k^{(2)} = \begin{pmatrix} v_k^x \\ v_k^y \\ x_k^m \\ y_k^m \end{pmatrix}. \quad (4.77)$$

La transición de un estado al siguiente se puede definir como,

$$\vec{s}_{k+1} = \begin{pmatrix} \vec{s}_{k+1}^{(1)} \\ \vec{s}_{k+1}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_k(\vec{s}_k, \eta_k) \\ g_k(\vec{s}_k, \vec{s}_{k+1}^{(2)}) \end{pmatrix}, \quad (4.78)$$

donde f_k, g_k son, en general, funciones no lineales, y η_k es ruido Gaussiano. En nuestra aplicación,

$$\vec{\eta}_{k+1} \sim \mathcal{N}(\vec{0}, \mathbf{C}), \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \sigma_{\omega}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\phi}^2 \end{pmatrix}. \quad (4.79)$$

Si g_k se asume lineal como en el Caso 1 de la Proposición 2 de Tichavsky [255], $\vec{s}_{k+1}^{(2)}$ se puede escribir como

$$\vec{s}_{k+1}^{(2)} = \mathbf{G}_k^{(1)} \vec{s}_k^{(1)} + \mathbf{G}_k^{(2)} \vec{s}_k^{(2)} + \mathbf{G}_k^{(3)} \vec{s}_{k+1}^{(1)}. \quad (4.80)$$

De acuerdo a las Ecs. (4.77) y (4.78) y a la Sección 4.2.2, queda

$$\vec{s}_{k+1}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_k \\ \phi_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ h & 0 & 1 & 0 \\ 0 & h & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_k^x \\ v_k^y \\ x_k^m \\ y_k^m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{k+1} \\ \phi_{k+1} \end{pmatrix}, \quad (4.81)$$

y, por lo tanto,

$$\mathbf{G}_k^{(1)} = \mathbf{G}_k^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_k^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ h & 0 & 1 & 0 \\ 0 & h & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.82)$$

A partir de la Ec. (4.82) se llega a la siguiente matriz

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.83)$$

Para calcular las matrices $\mathbf{H}_k$, suponemos que la distribución de ω_k es angosta y que ω_k es aproximadamente 1, una suposición razonable para valores reales de la deriva en la práctica. Se sabe que

$$\log \bar{P}_k = \log p \left[\bar{s}_{k+1}^{(1)} \middle| \bar{s}_k \right] + \log p \left[\bar{z}_{k+1}^{(1)} \middle| \bar{s}_k, \bar{s}_{k+1}^{(1)} \right], \quad (4.84)$$

donde las densidades de probabilidad en la Ec. (4.84), suponiendo distribución Gaussiana vienen dadas por

$$p \left(\bar{s}_{k+1}^{(1)} \middle| \bar{s}_k \right) = \frac{1}{2\pi\sigma_\omega\sigma_\phi} e^{-\frac{(\omega_{k+1}-\omega_k)^2}{2\sigma_\omega^2}} e^{-\frac{(\phi_{k+1}-\phi_k)^2}{2\sigma_\phi^2}}, \quad (4.85)$$

$$p \left(\bar{z}_{k+1} \middle| \bar{s}_k, \bar{s}_{k+1}^{(1)} \right) = \prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{2\pi \det(\mathbf{R}_{k+1})} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \bar{\alpha}^T \mathbf{R}_{k+1}^{-1} \bar{\alpha} \right\}, \quad (4.86)$$

con $\bar{\alpha}$ que es igual a

$$\bar{\alpha} = \begin{pmatrix} \tau_{k+1}^{B_i} - \overline{\tau_{k+1}^{B_i}} \\ \Delta \tau_{k+1}^i - \overline{\Delta \tau_{k+1}^i} \end{pmatrix}, \quad (4.87)$$

y $\mathbf{R}$ es la matriz de covarianza (ver Ec. (4.23)). Por lo tanto, la Ec. (4.84) queda como la suma de

$$\log p \left(\bar{s}_{k+1}^{(1)} \middle| \bar{s}_k \right) = -\log(2\pi\sigma_\omega\sigma_\phi) - \frac{(\omega_{k+1}-\omega_k)^2}{2\sigma_\omega^2} - \frac{(\phi_{k+1}-\phi_k)^2}{2\sigma_\phi^2}, \quad (4.88)$$

$$\log p \left(\bar{z}_{k+1} \middle| \bar{s}_k, \bar{s}_{k+1}^{(1)} \right) = -n \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log \det(\mathbf{R}_{k+1}) - \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} \bar{\alpha}^T \mathbf{R}_{k+1}^{-1} \bar{\alpha}. \quad (4.89)$$

Se puede observar que la Ec. (4.89) no depende de $\bar{s}_k^{(1)}$ por lo que para $\mathbf{H}_k^{11}$ solo importan las derivadas de la Ec. (4.88) con respecto a $\bar{s}_k^{(1)}$. Luego de desarrollar las derivadas y de algunas manipulaciones algebraicas, se obtiene

$$\mathbf{H}_k^{11} = \begin{pmatrix} \sigma_\omega^{-2} & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^{-2} \end{pmatrix}. \quad (4.90)$$

Siguiendo un procedimiento similar, pero derivando primero a $\bar{s}_k^{(1)}$ y luego a $\bar{s}_{k+1}^{(1)}$ se obtiene que

$$\mathbf{H}_k^{13} = -\mathbf{H}_k^{11}. \quad (4.91)$$

Para obtener $\mathbf{H}_k^{12}$ es claro de la Ec. (4.88) que las derivadas cruzadas son iguales a cero, y además, la Ec. (4.89) no depende de $\bar{s}_k^{(1)}$. Por lo tanto

$$\mathbf{H}_k^{12} = \mathbf{0}. \quad (4.92)$$

Para la matriz $\mathbf{H}_k^{22}$, la Ec. (4.88) no depende de $\bar{s}_k^{(2)}$, por lo que se debe derivar la Ec. (4.89) con respecto a $\bar{s}_k^{(2)}$ dos veces. Después de algunos cálculos, se obtiene

$$\mathbf{H}_k^{22} = \frac{2}{c(\sigma_m^2 + \sigma_r^2)} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{(d_{k+1}^i)^2} \begin{pmatrix} a_k & b_k & c_k & d_k \\ b_k & e_k & d_k & f_k \\ c_k & d_k & g_k & h_k \\ d_k & f_k & h_k & i_k \end{pmatrix}, \quad (4.93)$$

donde hemos definido

$$\begin{aligned} a_k &= (\Delta x_{k+1}^i)^2 (h + i\Delta)^2, & b_k &= \Delta x_{k+1}^i \Delta y_{k+1}^i (h + i\Delta)^2, \\ c_k &= (\Delta x_{k+1}^i)^2 (h + i\Delta), & d_k &= \Delta x_{k+1}^i \Delta y_{k+1}^i (h + i\Delta), \\ e_k &= (\Delta y_{k+1}^i)^2 (h + i\Delta)^2, & f_k &= (\Delta x_{k+1}^i)^2 (h + i\Delta), \\ g_k &= (\Delta x_{k+1}^i)^2, & h_k &= \Delta x_{k+1}^i \Delta y_{k+1}^i, \\ i_k &= (\Delta y_{k+1}^i)^2, \\ \Delta x_{k+1}^i &= x_k^m + v_k^x (h + i\Delta) - x^i, \\ \Delta y_{k+1}^i &= y_k^m + v_k^y (h + i\Delta) - y^i, & d_{k+1} &= \sqrt{(\Delta x_{k+1}^i)^2 + (\Delta y_{k+1}^i)^2}. \end{aligned}$$

La matriz $\mathbf{H}_k^{23}$ no depende de $\bar{s}_k^{(2)}$ por lo que se debe derivar la Ec. (4.88) con respecto a $\bar{s}_k^{(2)}$ y luego con respecto a $\bar{s}_{k+1}^{(1)}$, quedando como

$$\mathbf{H}_k^{23} = -\frac{\delta}{c(\sigma_m^2 + \sigma_r^2)} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{d_{k+1}^i} \begin{pmatrix} j_k & 0 \\ l_k & 0 \\ m_k & 0 \\ p_k & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.94)$$

donde

$$\begin{aligned} j_k &= \Delta x_{k+1}^i (h + i\Delta), & m_k &= \Delta x_{k+1}^i, \\ l_k &= \Delta y_{k+1}^i (h + i\Delta), & p_k &= \Delta y_{k+1}^i. \end{aligned}$$

Para la matriz $\mathbf{H}_k^{33}$ se deben derivar tanto a la Ec. (4.88) como a la Ec. (4.89). La derivada de la Ec. (4.88) con respecto a $\bar{s}_k^{(1)}$ dos veces queda como

$$\Delta_{\bar{s}_k^{(1)}}^{\bar{s}_k^{(1)}} \log p(\bar{s}_{k+1}^{(1)} | \bar{s}_k) = \begin{pmatrix} \sigma_\omega^{-2} & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^{-2} \end{pmatrix}, \quad (4.95)$$

lo que es igual a la matriz $\mathbf{H}_k^{11}$. Para $\mathbf{H}_k^{33}$ también se debe calcular la derivada de la Ec. (4.88) con respecto a $\bar{s}_{k+1}^{(1)}$ dos veces, obteniéndose

$$\Delta_{\bar{s}_{k+1}^{(1)}}^{\bar{s}_{k+1}^{(1)}} \log p(\bar{s}_{k+1}^{(1)} | \bar{s}_k) = \frac{1}{\sigma_m^2 + \sigma_r^2} \begin{pmatrix} r_k & q_k \\ q_k & 2 \end{pmatrix}, \quad (4.96)$$

con

$$q_k = 2 \left(kh + i\Delta + \frac{d_{k+1}^i}{c} + \frac{\delta}{2} \right),$$

$$r_k = 4 + 6\sigma_r^2 + 2(\sigma_m^2 - \sigma_r^2) \left(\frac{\sigma_m^2}{\sigma_m^2 + \sigma_r^2} \right) + \delta^2 - (\sigma_m^2 + \sigma_r^2)^2.$$

La matriz finalmente queda como

$$\mathbf{H}_k^{33} = \mathbf{H}_k^{11} + \frac{1}{\sigma_m^2 + \sigma_r^2} \begin{pmatrix} r_k & q_k \\ q_k & 2 \end{pmatrix}. \quad (4.97)$$

Por simplicidad, suponemos distribuciones *a priori* Gaussianos independientes, es decir: $\omega_0 \sim \mathcal{N}(1, \sigma_w^2)$, $\phi_0 \sim \mathcal{N}(0, \sigma_p^2)$, $v^x \sim \mathcal{N}(\bar{v}^x, \sigma_{v^x}^2)$, $v^y \sim \mathcal{N}(\bar{v}^y, \sigma_{v^y}^2)$, $x_0^m \sim \mathcal{N}(\bar{x}_0^m, \sigma_x^2)$, $y_0^m \sim \mathcal{N}(\bar{y}_0^m, \sigma_y^2)$. Entonces, se puede observar que

$$\mathbf{J}_0^{-1} = \text{diag}(\sigma_w^2, \sigma_p^2, \sigma_{v^x}^2, \sigma_{v^y}^2, \sigma_x^2, \sigma_y^2) \quad (4.98)$$

$$\mathbf{S}_0^{-1} = \text{diag}(\sigma_w^2, \sigma_p^2, \sigma_w^2, \sigma_p^2, \sigma_{v^x}^2, \sigma_{v^y}^2, \sigma_x^2, \sigma_y^2). \quad (4.99)$$

4.3.1. Consecuencias de la cota de Cramér-Rao

Consideraremos un escenario aún más sencillo que permite obtener fórmulas más simples, pero de las que se pueden obtener conclusiones importantes. Para ello, suponemos las siguientes simplificaciones:

- La velocidad del dispositivo móvil es cero.
- Todas los nodos de referencia se distribuyen aleatoriamente en una circunferencia de radio R de manera que se mantengan a una distancia constante del móvil.
- σ_m y σ_r son iguales.
- Finalmente, se supone que $n\Delta \ll h$ y $d_k^i \ll ch$.

Bajo estas condiciones, las matrices se simplifican de la siguiente manera:

$$\mathbf{H}_k^{23} = \mathbf{0}, \quad (4.100)$$

$$\mathbf{H}_k^{22} \approx \frac{n}{2c^2\sigma_m^2} \begin{pmatrix} h^2 & 0 & h & 0 \\ 0 & h^2 & 0 & h \\ h & 0 & 1 & 0 \\ 0 & h & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.101)$$

$$\mathbf{H}_k^{33} \approx \frac{n}{\sigma_m^2} \begin{pmatrix} (kh)^2 + \frac{\sigma_m^2}{n\sigma_\omega^2} & kh \\ kh & 1 + \frac{\sigma_m^2}{n\sigma_\phi^2} \end{pmatrix}. \quad (4.102)$$

Reemplazando estos nuevos valores de las matrices $\mathbf{H}_k$ en S_{k+1} se llega a

$$\mathbf{J}_k = \begin{pmatrix} j_{11} & j_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ j_{12} & j_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j_{33} & 0 & j_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j_{44} & 0 & j_{46} \\ 0 & 0 & j_{35} & 0 & j_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j_{46} & 0 & j_{66} \end{pmatrix}, \quad (4.103)$$

con

$$j_{11} = \frac{n(kh)^2}{\sigma_m^2} + \frac{1}{\sigma_m^2}, \quad (4.104)$$

$$j_{12} = \frac{nh}{\sigma_m^2}, \quad (4.105)$$

$$j_{22} = \frac{n}{\sigma_m^2} + \frac{1}{\sigma_\phi^2}, \quad (4.106)$$

$$j_{33} = \frac{1}{\sigma_{v_x}^2} + k^2 h^2 \sigma_x^2 + \frac{2k^3 + 3k^2 - 5k}{12} \frac{nh^2}{c^2 \sigma_m^2}, \quad (4.107)$$

$$j_{44} = \frac{1}{\sigma_{v_y}^2} + k^2 h^2 \sigma_y^2 + \frac{2k^3 + 3k^2 - 5k}{12} \frac{nh^2}{c^2 \sigma_m^2}, \quad (4.108)$$

$$j_{35} = -kh \frac{1}{\sigma_x^2} - \frac{hk(k+1)n}{4c^2 \sigma_m^2}, \quad (4.109)$$

$$j_{46} = -kh \frac{1}{\sigma_y^2} - \frac{hk(k+1)n}{4c^2 \sigma_m^2}, \quad (4.110)$$

$$j_{55} = \frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{kn}{2c^2 \sigma_m^2}, \quad (4.111)$$

$$j_{66} = \frac{1}{\sigma_y^2} + \frac{kn}{2c^2 \sigma_m^2}. \quad (4.112)$$

De estas ecuaciones se puede observar que la CRB no depende de la distancia. Estas conclusiones son refrendadas por los resultados de las simulaciones. Si además la incertidumbre es la misma para cada de una de las componentes de la velocidad y la posición, y tomando la inversa de la

Ec. (4.103), con un tiempo grande se llega a

$$\text{CRB}(x^m) = \text{CRB}(y^m) \propto \frac{c^2 \sigma_m^2}{kn}, \quad (4.113)$$

$$\text{CRB}(v^x) = \text{CRB}(v^y) \propto \frac{c^2 \sigma_m^2}{h^2 k^3 n}, \quad (4.114)$$

donde se puede ver que el error de posicionamiento decrece con el tiempo (mientras aumenta k) y cuando aumenta el número n de nodos de referencia. Esto también es corroborado por los resultados de las simulaciones en la Sección 4.4.

4.4. Experimentos numéricos

En esta sección se estudia el desempeño de los algoritmos propuestos para la localización y sincronización simultánea bajo diferentes condiciones. En primer lugar, evaluaremos la influencia del número de nodos referencia y la distancia entre ellos y el móvil. A tal fin, los nodos de referencia se establecen con velocidad igual a cero y se distribuyen uniforme y determinísticamente en una circunferencia de radio R en cuyo centro se posiciona inicialmente al móvil. La velocidad media del dispositivo móvil se fija en cero en un principio, pero se cambiará en simulaciones posteriores. Los demás parámetros de simulación se presentan a continuación:

- Se fija el valor medio del *skew* $\omega_0 = 1 - 10^{-5}$ y $\sigma_\omega = 10^{-11}$, en concordancia con los valores en la Ref. [240]. Si bien el valor exacto del *skew* es arbitrario, la influencia del mismo es evaluada en otras simulaciones.
- Se fija el valor medio del *offset* $\phi_0 = 500$ ns y $\sigma_p = 0.01$ ns.
- $\sigma_r = \sigma_m = 0.2$ ns, valores acordes con los encontrados en productos de uso comercial [220].
- Para la velocidad se establece arbitrariamente $\sigma_v = 0.1$ m s⁻¹. Este valor implica que, luego de medio segundo, cada componente de la velocidad pueda describirse como una variable con distribución normal de media nula y desvío ~ 2.2 m s⁻¹.
- Los intervalos de tiempo son $h = 1$ ms, $\delta = 1$ μ s y $\Delta = 5$ μ s.

Las Figs. 4.4 y 4.5 muestran el error cuadrático medio (RMSE por su sigla en inglés) para la estimación de la posición y de la velocidad, respectivamente. Los resultados son el promedio de 1000 simulaciones con $n = 3$ y R con valores de 1 y 100 m. Se observa que UKF estima mejor la posición y la velocidad que EKF, pero, al pasar el tiempo, los resultados de ambos algoritmos son similares. Además se observa que los errores son más grandes cuando aumenta la distancia entre las referencias y el móvil. Sin embargo, estas diferencias también se equiparan con el paso del tiempo. La cota de Cramér-Rao (para $R = 100$ m) decrece con el tiempo, mientras que los errores de los algoritmos se estabilizan en un mínimo. La diferencia se debe a que la CRB se calculó bajo la suposición de velocidad constante, mientras que las simulaciones contienen variaciones $\sigma_v \neq 0$.

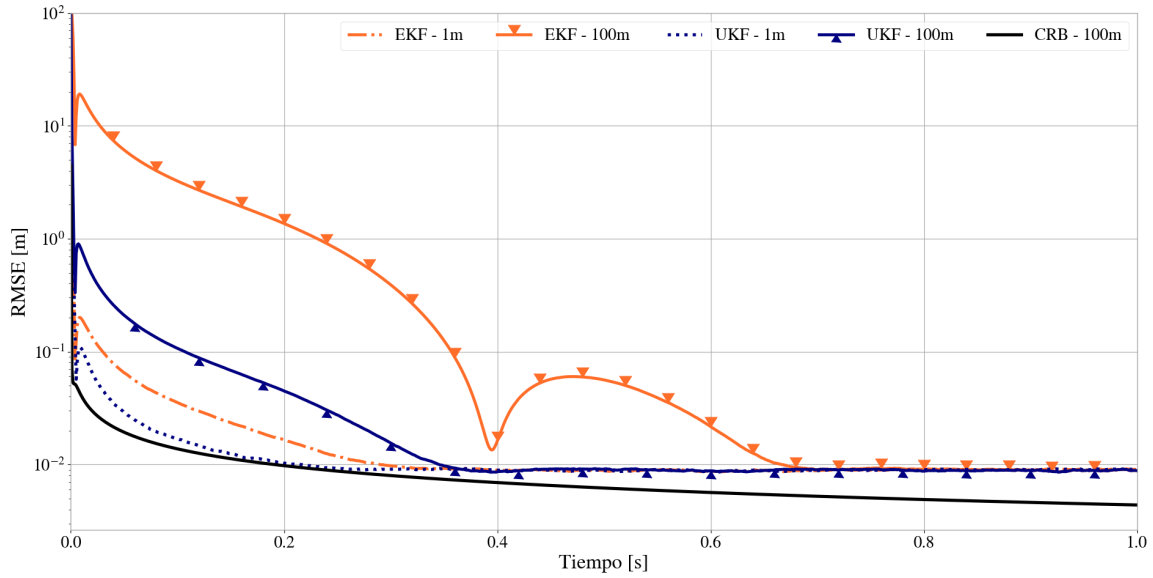


FIGURA 4.4: Error de posicionamiento vs. tiempo. La exactitud del UKF (azul punteada para 1 m y sólida con triángulos 100 m) es consistentemente mejor que la de EKF (naranja con líneas y puntos para 1 m y sólida con triángulos para 100 m). La CRB para $R = 100$ m se muestra como una línea negra.

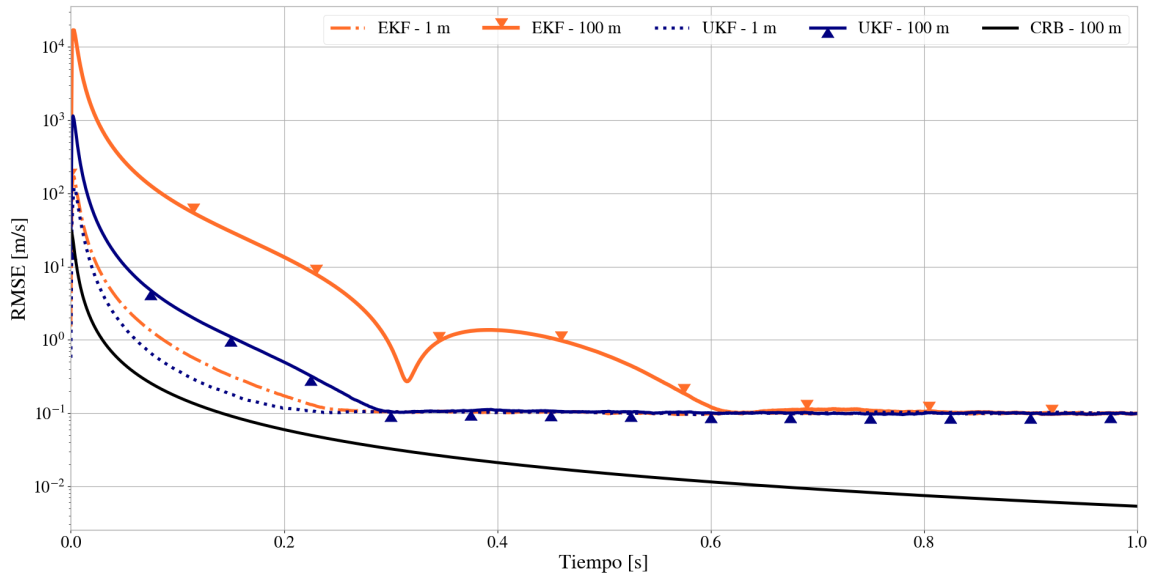


FIGURA 4.5: Error de la estimación de la velocidad vs. tiempo. La exactitud del UKF (azul punteada para 1 m y sólida con triángulos 100 m) es consistentemente mejor que la de EKF (naranja con líneas y puntos para 1 m y sólida con triángulos para 100 m). La CRB para $R = 100$ m se muestra como una línea negra.

Es interesante observar que EKF exhibe un comportamiento no monótono en las Figs. 4.4 y 4.5 con $R = 100$ m. Se puede probar que este comportamiento está presente en ambos algoritmos aún en la ausencia de ruido de observación y con el móvil en un estado fijo. En este sentido, el comportamiento no monótono es inherente a la estimación iterativa de los filtros de Kalman

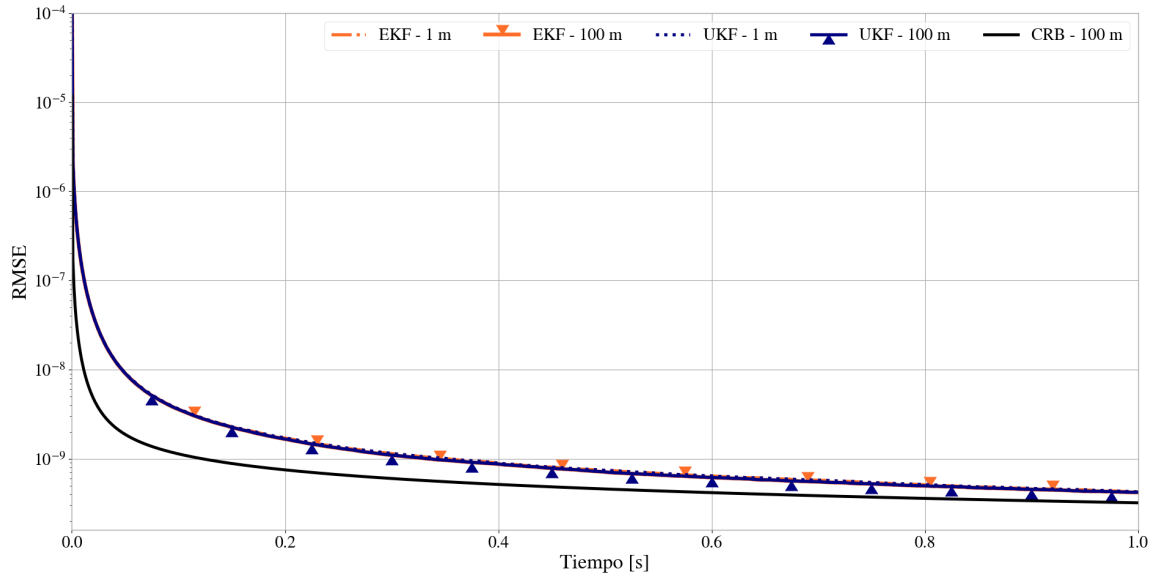


FIGURA 4.6: Error de la estimación del *skew* vs. tiempo. No hay diferencia significativa entre los resultados obtenidos por ambos algoritmos; EKF (naranja punteada para 1 m y naranja con triángulos para 100 m) y UKF (azul punteada 1 m y azul con triángulos para 100 m). Los resultados son independientes de la distancia a los nodos de referencia. Se sigue la tendencia predicha por la CRB (línea negra sólida).

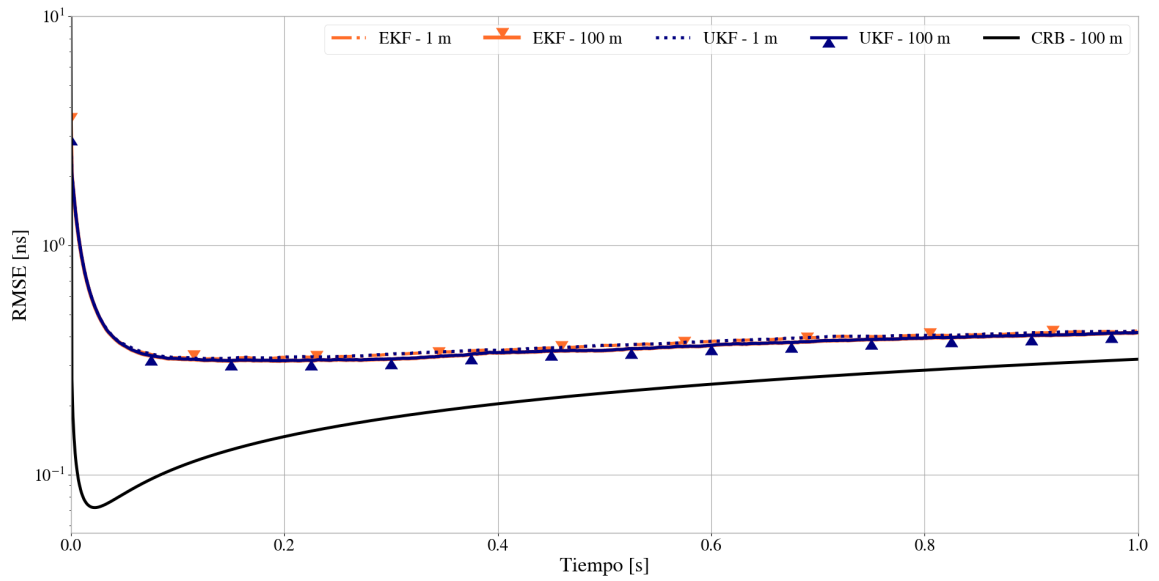


FIGURA 4.7: Error de la estimación del *offset* vs. tiempo. No hay diferencia significativa entre los resultados obtenidos por ambos algoritmos; EKF (naranja punteada para 1 m y naranja con triángulos para 100 m) y UKF (azul punteada 1 m y azul con triángulos para 100 m). Los resultados son independientes de la distancia a los nodos de referencia. Se sigue la tendencia predicha por la CRB (línea negra sólida).

bajo la geometría de este problema en particular. De hecho, también se puede mostrar que, si las posiciones de los nodos de referencia fuesen distintas, los detalles del comportamiento del error cambiarían [60, 256-258], pero no el comportamiento general en función del tiempo. Esto se

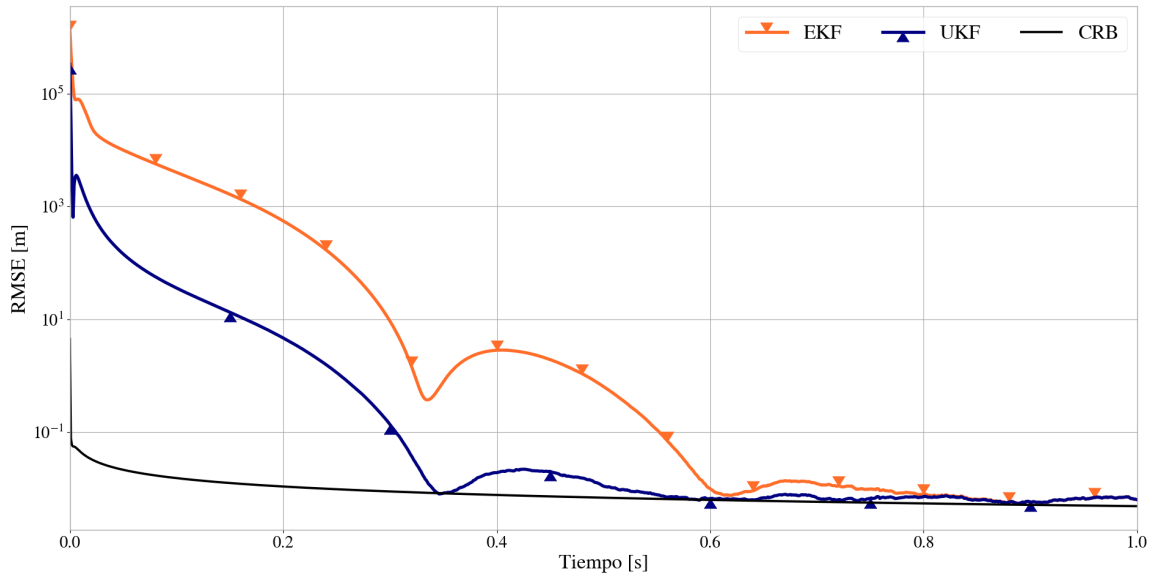


FIGURA 4.8: Error de posicionamiento vs. tiempo cuando los nodos de referencia se ubican de manera aleatoria manteniendo una distancia inicial de 100 m, el móvil tiene una velocidad de 1 m/s. La exactitud del UKF (azul con triángulos) es consistentemente mejor que la de EKF (naranja con triángulos). La CRB se muestra como una línea negra.

evidencia, por ejemplo, en la Fig. 4.8, donde se muestra el RMSE del posicionamiento cuando los nodos de referencia se distribuyen al azar a lo largo de la circunferencia.

Las Figs 4.6 y 4.7 muestran el RMSE del *skew* y del *offset*, respectivamente. Se puede observar que el error de estimación del *skew* decrece monótonicamente con el tiempo. En ambos casos, casi no hay dependencia del error con la distancia, un hecho predicho por el análisis de la CRB con las simplificaciones previamente mencionadas.

La influencia del número de nodos referencia se evidencia en las Figs. 4.9 y 4.10, donde se muestra el RMSE después de 500 ms como función de la cantidad de anchors para $R = 10$ m. Se observa que no hay diferencia significativa entre EKF y UKF. Además, la pequeña diferencia entre ambos estimadores desaparece a medida que aumentan los nodos de referencia. En todos los casos el error RMS disminuye cuando hay más nodos de referencia, tal como se espera de la CRB (ver Sección 4.3). En la Fig. 4.10, la CRB para el caso simplificado con velocidad constante sigue la misma tendencia que el RMSE de los estimadores.

La estimación de la localización no depende de las variaciones del *offset*, como se evidencia en la Fig. 4.11 que muestra el error de posicionamiento a los 500 ms para diferentes valores del *offset* medio. Estos resultados coinciden con los esperados por la CRB (ver Sección 4.3). Las variaciones en el *skew* tampoco afectan la estimación de la localización o la sincronización tal como se muestra en la Fig. 4.12. La influencia de la velocidad media se estudia en la Fig. 4.13 que muestra el error RMS para la posición y velocidades medias de $1 \frac{m}{s}$ y $10 \frac{m}{s}$. Aunque la velocidad aumenta en un orden de magnitud, el RMSE incrementa solo en un factor de aproximadamente 2. También se puede observar que la CRB continúa decreciendo, mientras los errores de estimación se estabilizan alrededor de un valor límite. Al igual que en las Figs. 4.4-4.5, esto se debe a la influencia de las

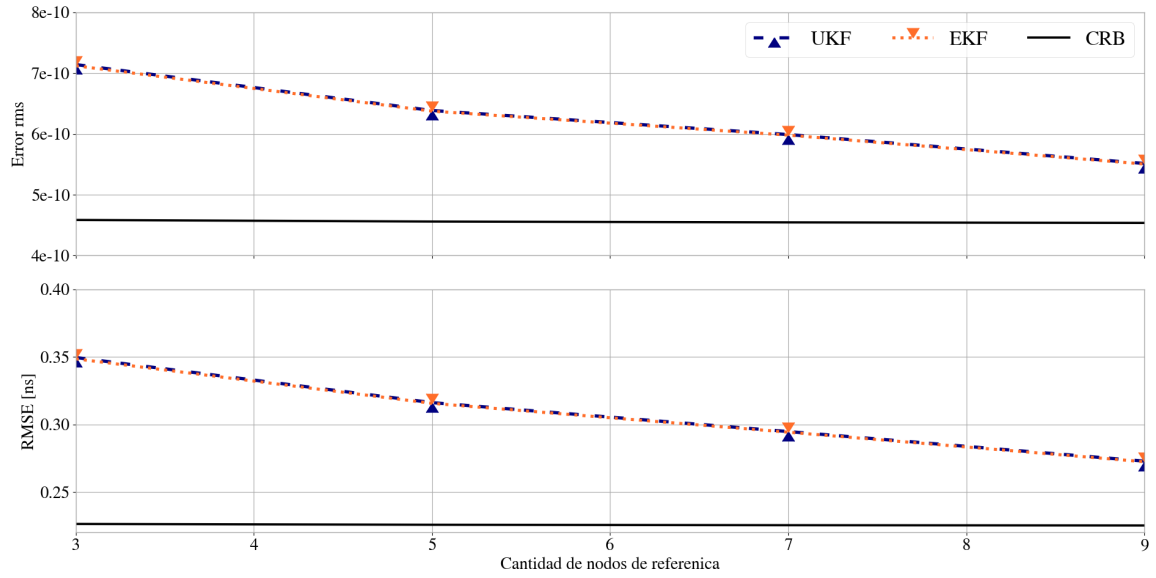


FIGURA 4.9: RMSE para el *skew* (arriba) y el *offset* (abajo) después de 500 ms vs. número de nodos de referencia. UKF (triángulos azules) y EKF (triángulos naranjas) exhiben resultados similares. La CRB se muestra como una línea negra sólida. Los resultados son para una distancia de 10 m.

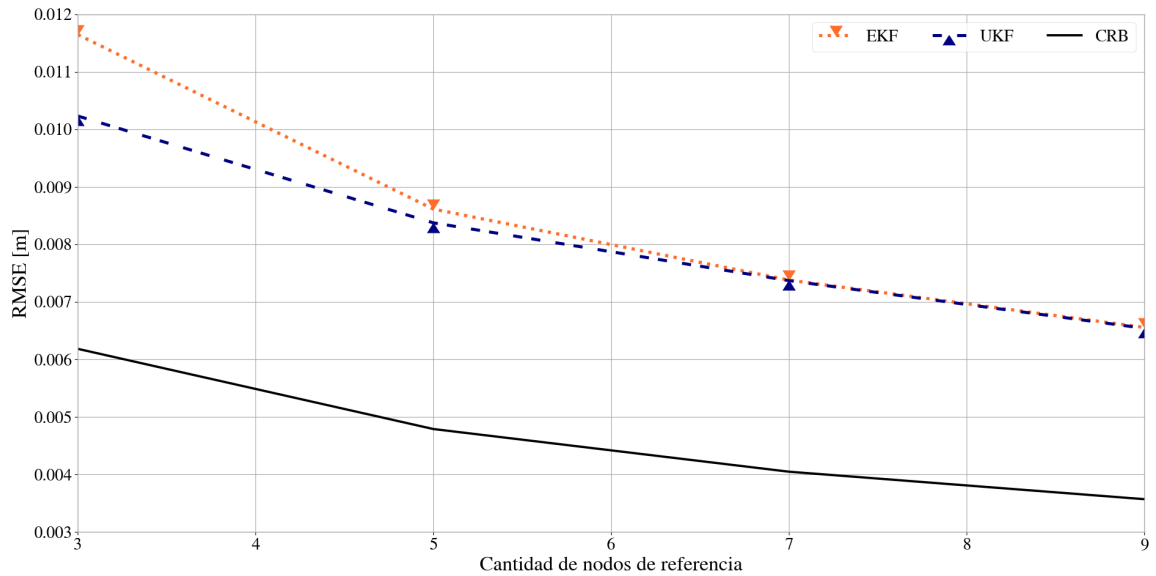


FIGURA 4.10: Error de posicionamiento después de 500 ms vs. número de nodos de referencia. UKF (triángulos azules) muestra errores levemente menores a los del EKF (triángulos naranjas). La CRB se muestra como una sólida línea negra. Los resultados son para una distancia de 10 m.

variaciones en la velocidad en las simulaciones que fueron ignoradas en el cálculo de la cota de Cramér-Rao.

El caso de considerar un reloj perfecto en el nodo móvil ha sido ampliamente estudiado en la literatura (ver Sección 4.1). En esta situación, los algoritmos propuestos también funcionan

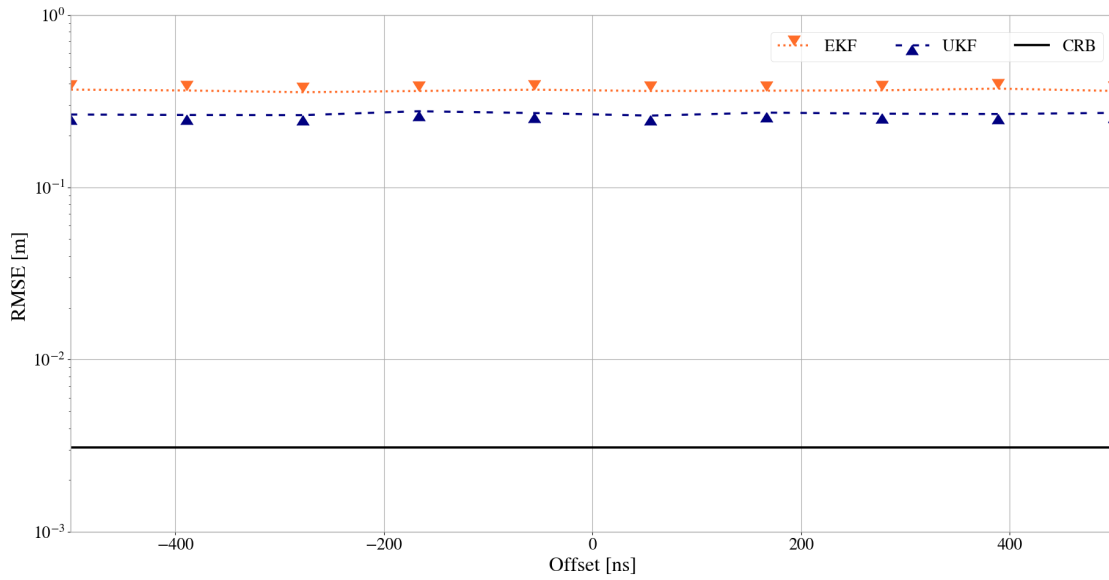


FIGURA 4.11: Error de posicionamiento vs. *offset* medio. UKF (triángulos azules) obtiene mejores resultados que EKF (triángulos naranja). CRB se muestra como una sólida línea negra. Los resultados son para una distancia de 10 m.

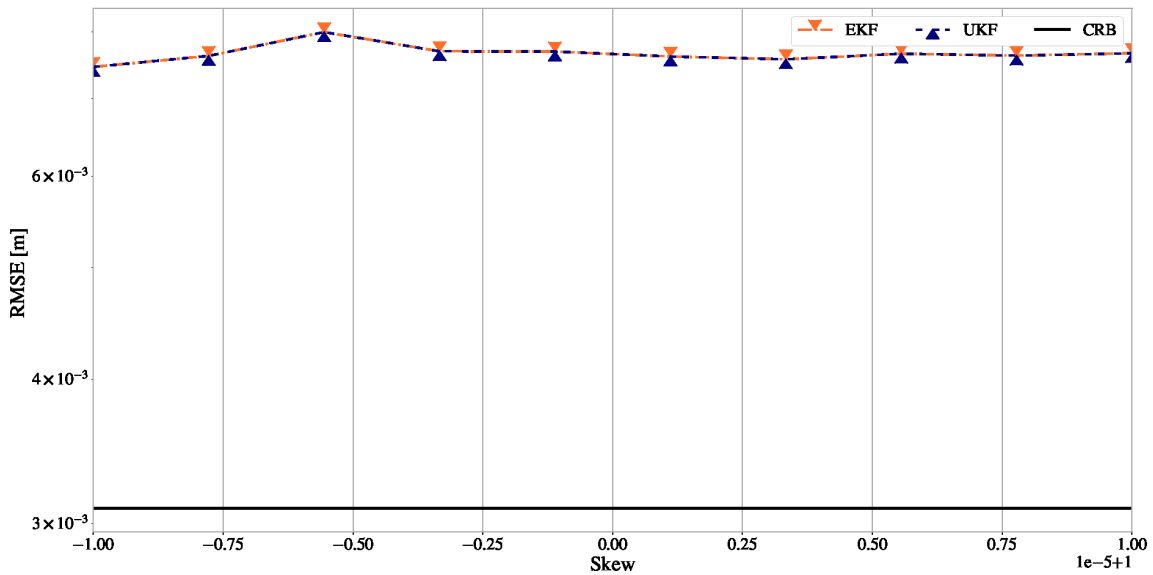


FIGURA 4.12: Error de posicionamiento vs. *skew* medio. UKF (triángulos azules) resultados similares al EKF (triángulos naranja). CRB se muestra como una sólida línea negra. Los resultados son para una distancia de 10 m.

adecuadamente. Es interesante comparar sus resultados con los de algoritmos de posicionamiento mucho más simples que se pueden usar con las mismas mediciones. Por ejemplo, la posición y velocidad pueden ser estimadas mediante el ajuste por mínimos cuadrados no lineales (LSQ según la sigla en inglés). La Fig. 4.14 presenta los resultados para el error de posicionamiento cuando la velocidad inicial del móvil es $v_0^x = v_0^y = 1 \frac{m}{s}$, hay cuatro nodos de referencia y los demás parámetros son como en la Fig. 4.4. Usamos un algoritmo de optimización con regiones de confianza

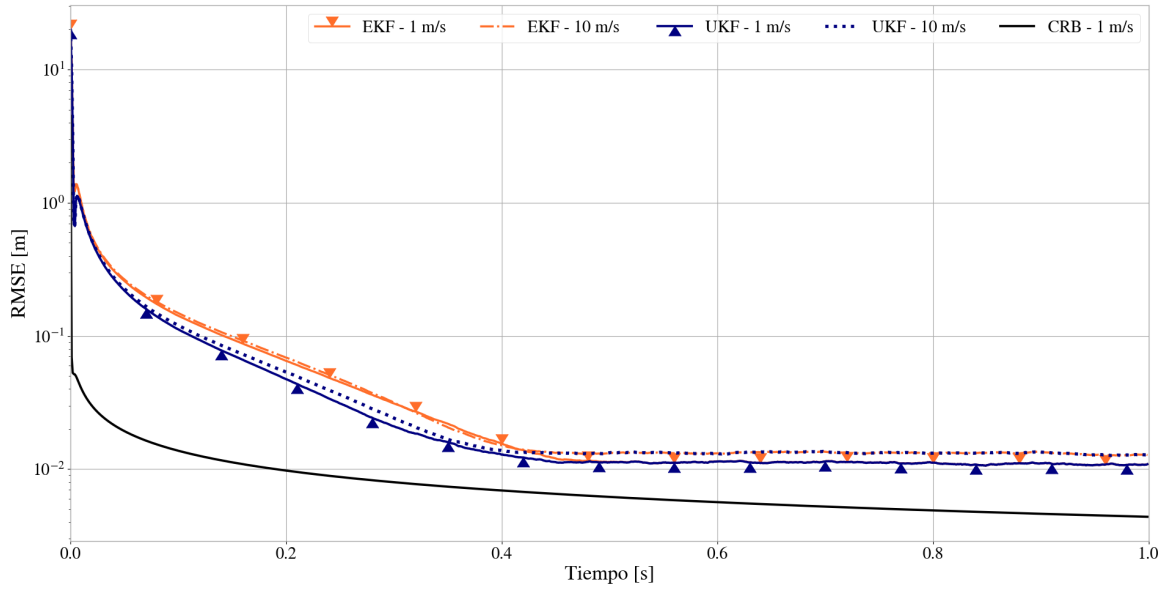


FIGURA 4.13: Error de posicionamiento vs. tiempo, para diferentes velocidades medias. EKF (naranja) y UKF (azul) obtienen resultados similares. Las curvas con triángulos corresponden a una velocidad de 10 m s^{-1} , mientras que las curvas con líneas punteadas corresponden a una velocidad de 1 m s^{-1} . La CRB para 1 m s^{-1} se muestra como una sólida línea negra.

denominado en inglés *Trust Region Reflective (TRF)* [259], implementado en la biblioteca SciPy de Python, con acceso a los valores exactos del Jacobiano de residuos. Como se puede observar, después de un breve tiempo, LSQ rastrea el móvil con un pequeño error constante. Sin embargo, con el tiempo su desempeño se ve superado por EKF y UKF. En conclusión, los filtros de Kalman funcionan con el caso de reloj perfectamente sincronizado y además supera el desempeño de algunos algoritmos clásicos.

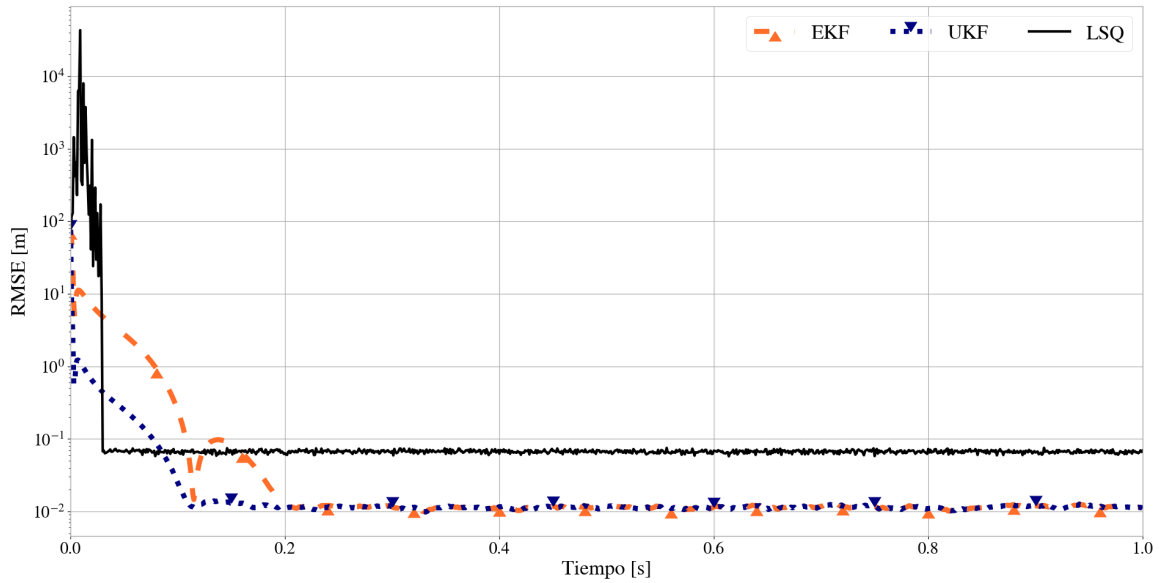


FIGURA 4.14: Error de posicionamiento vs. tiempo cuando el móvil se mueve a velocidad de 1 m s^{-1} . Los desempeños de EKF (triángulos naranjas) y UKF (triángulos azules) superan al de LSQ (negro).

4.5. Conclusiones

Hemos presentado una solución para el problema de la localización y sincronización simultánea de un nodo móvil por medio de un conjunto de nodos de referencia los cuales se han considerado estáticos en un principio. Aunque su extensión a nodos móviles se puede hacer con relativa sencillez si la posición de los mismos en cada instante de tiempo es conocida. La velocidad del dispositivo móvil se consideró que cambiaba según un modelo de caminata aleatoria con media constante. Las imperfecciones del reloj estuvieron caracterizadas por su *skew* y *offset*, y ambos fueron modelados con cambios según caminatas aleatorias. Aunque el modelo de reloj puede ser más complejo, creemos que este modelo es suficiente para su aplicación en distintos sistemas de posicionamiento del mundo real. Se debe notar que varios trabajos en la literatura consideran deriva, sesgo y velocidad constantes.

Propusimos un protocolo de medición original basado en el protocolo TWR. Debido a que el protocolo TWR ya ha sido utilizado en Wi-Fi (ver, por ejemplo, la Sección 2.1.2 y referencias allí citadas) y productos comerciales de UWB [260], nuestra propuesta es posible con tecnologías disponibles en la actualidad. Sin embargo, nuestro planteo difiere del protocolo TWR en el hecho de que consideramos explícitamente el tiempo de procesamiento del mensaje, el cual suele ser obviado en la literatura. Dadas las no linealidades de las observaciones, se usaron los filtros de Kalman extendido y *unscented* para las estimaciones. Se encontró que el UKF estima mejor que el EKF.

Cabe mencionar que en los experimentos numéricos arbitrariamente se consideraron los nodos referencia distribuidos uniforme y determinísticamente en una circunferencia. Esta suposición simplifica el análisis ya que una distribución aleatoria de nodos requeriría un número mayor de

simulaciones. Además, esta elección permite evaluar de manera sencilla la influencia de la distancia entre los anchors y el dispositivo móvil. Se encontró que la misma parece ser relevante únicamente durante la etapa inicial. Además, mostramos que el *skew* y el *offset* medios parecen no afectar a la estimación de la posición. La influencia de la velocidad es menor aunque no despreciable. Finalmente, encontramos que el error de posicionamiento decrece con el aumento del número de nodos referencia. Además, la cota de Cramér-Rao fue derivada y sirvió como punto de comparación y validación para los algoritmos propuestos, ofreciendo información sobre el funcionamiento y los resultados de los estimadores. Por ejemplo, la CRB confirmó que a mayor número de referencias se reducía el error, predijo el comportamiento del error en la estimación del *offset*, y el comportamiento de reducción del error a medida que transcurría el tiempo.

Capítulo 5

Sincronización y posicionamiento de dispositivos móviles bajo condiciones NLOS

En el capítulo anterior hemos considerado el caso en que existe una comunicación directa entre cada nodo de referencia y el dispositivo móvil. Sin embargo, esta situación es poco habitual, sobre todo en interiores, donde es común que el camino de la señal atraviese obstáculos o sea indirecto debido a reflexión o refracción de la señal. Además, en el caso de un móvil, la naturaleza del camino seguido por la señal de radiofrecuencia cambia de manera dinámica. Estas condiciones requieren de modificaciones importantes en el algoritmo de estimación y de consideraciones que amplían y acercan el sistema propuesto a un escenario más realista. En este capítulo mostraremos el sistema adaptado a diversas condiciones de propagación partiendo de la base del protocolo previamente explicado. El sistema propuesto se compara con algunas soluciones de localización bajo condiciones NLOS que se encuentran en el estado del arte. Se encontró que nuestro sistema no solo supera en exactitud a estas soluciones sino que además se puede desempeñar en escenarios más complejos alcanzando exactitud de centímetros.

El trabajo en este capítulo ha sido parcialmente publicado en el siguiente artículo de revista:

J. P. Grisales Campeón, “Joint Position and Clock Tracking of Wireless Nodes Under Mixed LOS-NLOS Condition”, *Physical Communication*, vol. 54, p. 101803, 2022. [55].

El resto del capítulo se encuentra organizado de la siguiente manera. En la Sección 5.1 se encuentra el trabajo relacionado. La formulación del problema está en la Sección 5.2 mientras que el algoritmo de localización está en la Sección 5.2.3. Finalmente en la Sección 5.3 se encuentran los resultados de las simulaciones y concluimos en la Sección 5.4.

5.1. Trabajo relacionado

En presencia de NLOS, las estimaciones de TOA se ven afectadas. Esta afectación es habitualmente modelada como un sesgo aleatorio positivo que, a su vez, conduce a errores en la estimación de la distancia y la posición. Para tratar de mitigar los efectos de este retardo en el posicionamiento, se ha realizado una gran cantidad de estudios (ver, por ejemplo, las Refs. [53, 69, 73, 74, 80, 82-84, 214, 215, 261-299] y los trabajos allí citados). Entre estos trabajos hay un grupo que no suponen ningún tipo de información sobre el retardo por NLOS (más allá de que sea positivo) o asumen poco conocimiento, como por ejemplo la distribución de probabilidad del

retardo. Por otro lado, un segundo grupo de trabajos asume que ciertas características de la señal indican propagación por un camino NLOS; por ejemplo, se han propuesto como estadísticos para la detección de canales NLOS en presencia de *multipath fading* a la curtosis de la respuesta del canal al impulso [74]. Finalmente, hay otro grupo de artículos que fusionan observaciones de TOA con otras mediciones como AOA/AOD para tratar de mitigar los errores por NLOS. Esta tesis está acorde con el segundo grupo de trabajos. Sin embargo, como queremos que el núcleo de nuestra propuesta sea aplicable a una amplia variedad de redes de comunicación, evitamos cualquier detalle del canal físico real. Con este objetivo, suponemos que cualquier medida relacionada con el canal se puede resumir en un estadístico que da una indicación de propagación NLOS siguiendo un enfoque parecido al del trabajo de Huerta *et al.* [53]. Esta abstracción tiene la ventaja de la generalidad y prepara el camino para la adaptación de nuestra propuesta a cualquier capa física y estructura del receptor. Además, nos permite extender el *Improved Unscented Kalman Filter* (IUKF) desarrollado en Ref. [53] al contexto de nuestra problema, como se explica en la Sección 5.2.3.

Entre toda la literatura relacionada, nos detendremos a describir en más detalle el trabajo de Pi-Chun Chen [261] y el de Wang *et al.* [288]. Destacamos estos artículos por dos motivos. Primero, sirven para ejemplificar un tipo de aproximación al problema muy común en la literatura. Segundo, las soluciones propuestas se suelen usar para comparar con nuevos algoritmos y, en este capítulo, también las usamos con el mismo propósito. El trabajo de Pi-Chun Chen [261] propone un método llamado *residual weighting algorithm* (Rwgh) para mitigar la influencia del NLOS sin conocer su naturaleza. El algoritmo Rwgh usa un estimador de mínimos cuadrados para determinar la posición del dispositivo móvil, esto es,

$$\hat{\vec{x}} = \arg \min_{\vec{x}} \sum_{i \in S} (d_i - ||\vec{x} - \vec{x}^i||)^2, \quad (5.1)$$

donde $\hat{\vec{x}}$ es la estimación de la posición, $\vec{x}^i$ es la posición del i -ésimo nodo de referencia, S es el conjunto de nodos referencia, y d_i es la distancia entre transmisor y receptor que se estima como $c \times \Delta\tau_k^i$ y está contaminado por errores de medición y por errores por NLOS. La Ec. (5.1) implica que la solución $\hat{\vec{x}}$ minimiza la suma de los residuos al cuadrado en el conjunto de datos. Si por conveniencia se escribe

$$\text{Res}(\vec{x}, S) = \sum_{i \in S} (d_i - ||\vec{x} - \vec{x}^i||)^2, \quad (5.2)$$

entonces la Ec. (5.1) se puede escribir como

$$\hat{\vec{x}} = \arg \min_{\vec{x}} \text{Res}(\vec{x}, S). \quad (5.3)$$

El algoritmo de Chen se basa en el hecho de que cuando hay NLOS el residuo del estimado será mayor que cuando no lo hay. Suponiendo que se tienen más mediciones de distancia que las necesarias para obtener una estimación de la posición, Chen clasifica como de mejor calidad a los conjuntos de datos con menos error por NLOS, es decir, con menor residuo y con cada conjunto de datos estima la posición, obteniendo lo que se denomina como estimados intermedios. Luego

calcula el promedio ponderado de las estimaciones intermedias pesadas por el residuo de cada una.

El trabajo de Wang *et al.* [73] se basa en que NLOS introduce un retardo temporal positivo y usa un algoritmo de programación cuadrática (QP según la sigla en inglés) para reducir el error. Para llegar a solucionar el problema mediante QP, Wang *et al.* suponen que

$$d_i^2 \geq (x^i - x^m)^2 + (y^i - y^m)^2, \quad (5.4)$$

$$d_i^2 = K_i - 2x^i x^m - 2y^i y^m + (x^m)^2 + (y^m)^2, \quad i = 0, 1, \dots, M-1, \quad (5.5)$$

donde $K_i = (x^i)^2 + (y^i)^2$. Escribiendo una nueva variable $P = (x^m)^2 + (y^m)^2$ se puede escribir la Ec. (5.4) como un conjunto de desigualdades

$$-2x^i x^m - 2y^i y^m + P \leq d_i^2 - K_i, \quad i = 0, 1, \dots, M-1. \quad (5.6)$$

Con $\vec{Z}_a = [x^m, y^m, P]^T$ y expresando la Ec. (5.6) en forma matricial

$$\mathbf{G}_a \vec{Z}_a \leq \vec{w}, \quad (5.7)$$

donde

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} d_0^2 - K_0 \\ d_1^2 - K_1 \\ \vdots \\ d_{n-1}^2 - K_{n-1} \end{pmatrix}, \quad (5.8)$$

$$\mathbf{G}_a = \begin{pmatrix} -2x^0 & -2y^0 & 1 \\ -2x^1 & -2y^1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -2x^{n-1} & -2y^{n-1} & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.9)$$

Cuando existe propagación LOS la Ec. (5.7) se convierte en igualdad y la solución está dada por

$$\vec{Z}_a = (\mathbf{G}_a^T \Psi^{-1} \mathbf{G}_a)^{-1} \mathbf{G}_a^T \Psi^{-1} \vec{w}, \quad (5.10)$$

donde

$$\Psi = E[\Psi \Psi^T] = 4c^2 \mathbf{B} \mathbf{Q} \mathbf{B}, \quad (5.11)$$

$$\Psi = \vec{w} - \mathbf{G}_a \vec{Z}_a, \quad (5.12)$$

$$\mathbf{B} = \text{diag}(d_0^0, \dots, d_{n-1}^0), \quad (5.13)$$

con $\mathbf{Q}$ la matriz de covarianza de los ruidos de medición y $d_0^0, \dots, d_{n-1}^0$ las distancias entre nodos de referencia y dispositivo móvil. En primera instancia se usan distancias medidas para $\mathbf{B}$ ya que las

reales son desconocidas y así obtener una estimación inicial de $\vec{Z}_a$. Luego, con esta estimación se calcula de nuevo $\mathbf{B}$. El proceso se repite hasta que converge a una solución. Este proceso funciona bien cuando existe LOS o cuando las condiciones NLOS afectan poco, pero se degrada la precisión de este algoritmo a medida que las condiciones NLOS se agravan ya que no se tiene en cuenta la desigualdad en la Ec. (5.7). Por ende el problema que se debe solucionar bajo condiciones NLOS es

$$\min (\vec{w} - \mathbf{G}_a \vec{Z}_a)^T \Psi^{-1} (\vec{w} - \mathbf{G}_a \vec{Z}_a) \text{ sujeto a } \mathbf{G}_a \vec{Z}_a \leq \vec{w}, \quad (5.14)$$

donde las variables tienen la misma definición que antes pero para estimar Ψ se usan las soluciones obtenidas por el algoritmo LOS, es decir, a partir de las soluciones a la Ec. (5.10). La Ec. (5.14) es un problema de mínimos cuadrados lineales con restricción, un tipo de problema que se puede resolver mediante programación cuadrática (QP) tal como lo hacen Wang *et al.*

También merece mención especial el trabajo Wu *et al.* [297] quienes presentaron un algoritmo para localización y sincronización bajo NLOS, pero consideraron un modelo de reloj aún más sencillo que el usado en este trabajo (ver Sección 4.2.3). Además, para Wu y colegas los nodos estaban estáticos en todo momento y solo modelaron dos condiciones de propagación.

Es importante mencionar que, aunque la mayor parte de la literatura se enfoca solo en dos condiciones de propagación bien diferenciadas (LOS y NLOS), se ha observado que diferentes objetos bloquean de manera distinta a la señal causando diferentes errores de estimación de la distancia [170]. Es por ello, que en algunos trabajos, incluida esta tesis, se han estudiado más de dos condiciones de propagación [55, 81-85, 278]. Es común usar los términos *soft* NLOS y *hard* NLOS para referirse a distintos tipos de condiciones NLOS sobre todo en el área de canales UWB [79, 81, 82]. Usaremos la misma terminología y casos en esta tesis y explicaremos en qué consiste cada condición de propagación en secciones siguientes de este capítulo. También se puede encontrar más sobre tipos de propagación en la Sección 2.1.1 y la bibliografía allí citada. Es necesario aclarar que más condiciones de propagación se pueden presentar en presencia de canales más complejos y que el modelo presentado en esta tesis se puede generalizar si se conocen los perfiles de propagación de señales de radiofrecuencia en dichos canales.

En este trabajo se considera que el dispositivo a localizar cambia de posición en el tiempo. Cuando el móvil se mueve es posible que su condición de propagación respecto a sus referencias cambie. Una posibilidad es modelar estos cambios a partir de la ruta seguida y con la ayuda de un plano o mapa del ambiente específico. Sin embargo, esta aproximación al problema resulta muy dependiente del mencionado plano, por lo cual la mayoría de la literatura elige modelar estos cambios mediante cadenas de Markov [53, 270, 271, 278, 279, 284, 287]. Es razonable modelar las transiciones de probabilidad de las mencionadas cadenas de Markov como dependientes de la velocidad del móvil, como se hace por ejemplo en las Refs. [53, 271, 279]. En los trabajos de Huerta y colegas [53, 271] por ejemplo, usan su propuesta de relación entre las probabilidades de transición y la velocidad del móvil para estimar las primeras a partir de la estimación de las segundas. Dado que su modelado es dependiente de las características físicas de la red inalámbrica y el tipo de ambiente que se esté considerando, y en aras de la generalidad, usamos probabilidades

de transición fijas en esta tesis.

En resumen, en este capítulo de la tesis estudiamos el problema de localizar un nodo móvil y siguiendo simultáneamente las características de su reloj basado en TOA bajo condiciones variables de propagación LOS/NLOS.

5.2. Sistema de sincronización y posicionamiento bajo condiciones LOS/NLOS

Los modelos de reloj y de movilidad del dispositivo son los mismos que los expuestos anteriormente (ver las Sec. 4.2.1 y 4.2.2). De la misma manera, el protocolo de medición se mantiene como en la Fig. 4.2.3, aunque las mediciones de tiempo se verán alteradas por el ambiente de propagación LOS/NLOS. Esto requiere que el algoritmo de estimación se modifique para tener en cuenta estas alteraciones. Además, es necesario modelar las condiciones de propagación.

5.2.1. Modelo LOS/NLOS

Cuando la propagación de la señal se da en ambientes NLOS, el tiempo de llegada de la señal está afectado por un error T_{NLOS} , que se modela como una variable aleatoria no negativa. La mayor parte de la literatura se enfoca en solo dos condiciones de propagación (LOS/NLOS), y, por tanto, una sola distribución de probabilidad de T_{NLOS} suele ser asumida. Sin embargo, se ha notado que existen escenarios más complejos en los que más tipos de NLOS se pueden distinguir [278]. En efecto, las estadísticas de T_{NLOS} pueden cambiar, por ejemplo, por la presencia de objetos de distintas características o materiales que bloquean a la señal produciendo diversos retardos. Los retardos mencionados alteran las observaciones en el protocolo descrito en la Sección 4.2.3 como se detalla más adelante. Cada enlace punto a punto entre móvil-nodo de referencia puede tener una condición de propagación distinta que cambia con el transcurso del tiempo. Como simplificación, suponemos que los cambios sólo pueden producirse con una periodicidad fija dada por un número entero de tiempos de observación h .

Las condiciones NLOS cambiantes en el tiempo se modelan mediante una cadena de Markov con probabilidades de transición conocidas. Tanto las distribuciones de probabilidad de cada condición de propagación como las probabilidades de transición se pueden obtener de un relevamiento previo del ambiente como se realiza en la Ref. [278]. Otra alternativa es estimar las probabilidades de transición *online* mediante el algoritmo de Baum-Welch [300]. Sin embargo, no avanzaremos sobre esta posibilidad y nos concentraremos en la hipótesis más simple de un modelo completamente conocido.

Hay muchos trabajos que tratan sobre la identificación de la situación LOS/NLOS basados en las mediciones de la señal recibida (ver, por ejemplo, las Refs. [74, 83, 85, 296, 301]). Para evitar los detalles físicos del canal de comunicación subyacente, tomamos un enfoque diferente. La determinación del tipo de camino, LOS o NLOS, puede considerarse un problema de prueba de hipótesis. De esta forma, podemos abstraernos de los detalles si asumimos que existe un algoritmo que calcula un estadístico de prueba sobre la base de la señal recibida. En efecto, este es el

enfoque seguido por varios trabajos [84, 302, 303]. Pero, en nuestro caso, no profundizaremos sobre el cálculo del estadístico, sino que asumiremos que nos es dado. Este es el camino seguido, por ej., por Huerta *et al.* [53] para el caso de solo dos condiciones de propagación. En particular, suponemos que la distribución de probabilidad condicional del estadístico de prueba Ω dada la situación de propagación o es conocida, es decir, $f(\Omega|o)$ para $o = 0, 1, \dots, N_o - 1$ con N_o el número de diferentes condiciones de propagación (LOS o NLOS) posibles.

5.2.2. Protocolo y modelo de medición bajo condiciones LOS/NLOS

Como se mencionó anteriormente, el algoritmo está basado en el protocolo de la Sección 4.2.3 y que se muestra en la Fig. 4.3. Para el caso NLOS el principal cambio está en el modelo de observación, ya que ahora el tiempo de llegada de la señal medido en el móvil es

$$\tau_k^{B_i} = \omega_k \times (t_k^{A_i} + d_k^i/c + T_{k,NLOS}^i) + \phi_k + \eta_k^{B_i}, \quad (5.15)$$

con $t_k^{A_i} = kh + i\Delta$ el tiempo de partida desde el i -ésimo nodo de referencia medido como $\tau_k^{A_i} = t_k^{A_i} + \eta_k^{A_i}$ y $T_{k,NLOS}^i$ es el retraso aleatorio debido a la propagación NLOS. El móvil responde al nodo de referencia en un tiempo $\tau_k^{C_i}$ igual a

$$\tau_k^{C_i} = \tau_k^{B_i} + \delta. \quad (5.16)$$

Recordando que el tiempo medido en el dispositivo móvil con reloj imperfecto es igual a

$$\tau_k^{C_i} = \omega t_k^{C_i} + \phi + \eta_k^{C_i}, \quad (5.17)$$

el instante de transmisión en la escala de tiempo real es igual a

$$t_k^{C_i} = \frac{\tau_k^{B_i} - \phi - \eta_k^{C_i} + \delta}{\omega_k}. \quad (5.18)$$

Finalmente el mensaje llega a la referencia en un tiempo

$$t_k^{D_i} = t_k^{C_i} + \frac{d_k^i}{c} + T_{k,NLOS}^i, \quad (5.19)$$

que es medido como

$$\tau_k^{D_i} = t_k^{D_i} + \eta_k^{D_i}, \quad (5.20)$$

$$\tau_k^{D_i} = t_k^{C_i} + \frac{d_k^i}{c} + T_{k,NLOS}^i + \eta_k^{D_i}, \quad (5.21)$$

$$\tau_k^{D_i} = \frac{\tau_k^{B_i} - \phi - \eta_k^{C_i} + \delta}{\omega_k} + \frac{d_k^i}{c} + T_{k,NLOS}^i + \phi + \eta_k^{D_i}. \quad (5.22)$$

La segunda observación que guarda al protocolo corresponde al tiempo total de ida y vuelta de la

señal el cual se puede escribir como

$$\Delta\tau_k^i = \frac{(\tau_k^{Di} - \tau_k^{Ai}) - (\tau_k^{Ci} - \tau_k^{Bi})}{2}, \quad (5.23)$$

que reemplazando los tiempos medidos τ queda

$$\Delta\tau_k^i = \frac{d_k^i}{c} + T_{k,NLOS}^i + \frac{\delta}{2} \left(\frac{1}{\omega_k} - 1 \right) + \frac{\eta_k^{Di} - \eta_k^{Ai}}{2} + \frac{\eta_k^{Bi} - \eta_k^{Ci}}{2\omega_k}. \quad (5.24)$$

La situación NLOS se asume que no cambia mientras dura el intercambio del mensaje; esto es razonable si δ se mantiene pequeño.

5.2.3. Improved Unscented Kalman Filter (IUKF)

Como las observaciones dependen no linealmente de la velocidad y la posición del móvil, se puede usar el UKF [248]. Sin embargo, como ahora hay condiciones estadísticas variables dependiendo de la situación de propagación, es necesario modificar el UKF expuesto en el Algoritmo 2. Por este motivo, recurrimos al *Improved Unscented Kalman Filter* (IUKF) propuesto por Huerta *et al.* [53] y adaptado a nuestro problema particular. IUKF usa varios conjuntos de puntos, uno por cada posible condición de propagación, y el estado se estima pesando los resultados correspondientes a cada conjunto por las probabilidades *a posteriori* de cada condición de propagación. Estas probabilidades son calculadas sobre la base de la matriz de transición conocida y el estadístico de prueba.

La probabilidad estimada de una condición de propagación o en el link entre el móvil y el i -ésimo nodo de referencia en un tiempo $k - 1$ está dada por $\hat{p}_{k-1}^i(o)$ mientras que $p(o_1|o_2)$ es la probabilidad de transición desde la condición o_2 a la condición o_1 . Entonces, la probabilidad *a posteriori* dado el estadístico de prueba Ω_k en el tiempo k puede ser estimada como

$$\hat{p}_k^i(o|\Omega_k) \propto f(\Omega_k|o) \sum_{\zeta=0}^{N_o-1} p(o|\zeta) \hat{p}_{k-1}^i(\zeta). \quad (5.25)$$

Nótese que la observación predicha en la Ec. (4.49) del Algoritmo 2, depende de la condición de propagación para cada canal móvil-referencia. IUKF procede reescribiendo la Eq. (4.49) como:

$$\mathcal{Z}_{k|k-1}^l = \vec{h}(\mathcal{S}_{k|k-1}^{s,l}, \mathcal{S}_{k|k-1}^{n,l}), \quad \hat{z}_{k|k-1} = \sum_{l=0}^{2L} W_l^{(m)} \mathcal{Z}_{k|k-1}^l, \quad (5.26)$$

$$\mathcal{Z}_{k|k-1}^{i,l} = \sum_{o=0}^{N_o-1} \hat{p}_k^i(o|\Omega_k) \vec{h}^{i,o}(\mathcal{S}_{k|k-1}^{s,l}, \mathcal{S}_{k|k-1}^{n,l}), \quad (5.27)$$

donde los super-índices indican las columnas correspondientes al i -ésimo nodo de referencia y $\vec{h}^{i,o}(\cdot)$ es la función de observación para la condición de propagación o . Los demás pasos del IUKF son iguales a los de UKF en el Algoritmo 2. Aunque se adaptó el IUKF de Huerta *et al.* [53] al problema expuesto, el enfoque es diferente al suyo, ya que ellos solo consideran dos condiciones de

propagación (LOS y NLOS) y no consideran el mismo modelo de reloj. Se debe destacar que IUKF necesita una estimación inicial y se usa la misma que se expuso para el UKF en la Sección 4.2.4.

5.3. Experimentos numéricos

El desempeño del algoritmo propuesto, denominado como TS-IUKF (*Time Synchronization IUKF*) es evaluado en el caso de tres condiciones de propagación, variando la velocidad media del móvil y la cantidad de nodos de referencia. Luego, TS-IUKF es comparado con algoritmos bien establecidos en el estado del arte que se detallaron previamente en la Sección 5.1. Teniendo en cuenta que cada algoritmo fue pensado en escenarios diferentes, tanto TS-IUKF como los demás algoritmos fueron modificados para ser comparados bajo el mismo escenario con el fin de lograr una evaluación justa.

Los parámetros de simulación son los mismos que se usaron en el caso LOS. El principal cambio tiene que ver con las condiciones de propagación que se contemplan ahora. Los cambios en el estado de la cadena de Markov ocurren como múltiplos enteros K_{sight} del intervalo de observación h . En particular usamos $K_{\text{sight}} = 1000$ y 150 cuando la velocidad media es cero y $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, respectivamente. Intuitivamente, la condición de propagación se espera que cambie de manera más frecuente mientras el móvil se mueva más rápido. A menos que se diga lo contrario, el número de nodos de referencia es igual a 5. Además, los nodos referencia están uniforme y determinísticamente distribuidos en una circunferencia de radio 100 m cuyo centro corresponde al punto de partida del móvil. Todos los resultados corresponden al promedio de 250 realizaciones.

Aunque el algoritmo propuesto se puede extender a escenarios más complejos, se asumen tres posibles condiciones de propagación que denominamos LOS, soft NLOS y hard NLOS (ver la Sección 2.1.2). Basados en el modelo en la Ref. [278], la matriz de probabilidades de transición se tomó como

$$P_3 = \begin{pmatrix} 0.970 & 0.010 & 0.020 \\ 0.010 & 0.970 & 0.020 \\ 0.025 & 0.025 & 0.950 \end{pmatrix}, \quad (5.28)$$

donde los estados siguen el orden: LOS, hard NLOS, soft NLOS.

De acuerdo a lo hecho por Heidari *et al.* [278], se modela T_{NLOS} como una variable normal aleatoria con media μ_{sNLOS} y varianza σ_{sNLOS}^2 en el caso de soft NLOS y con una distribución generalizada de valor extremo [304, 305] GEV($k_{\text{hNLOS}}, \mu_{\text{hNLOS}}, \sigma_{\text{hNLOS}}^2$) para el caso de hard NLOS. Los parámetros para estas distribuciones en las simulaciones fueron: $\mu_{\text{sNLOS}} = 0.35$ ns, $\sigma_{\text{sNLOS}} = 0.07$ ns, $\mu_{\text{hNLOS}} = 8.5$ ns, $\sigma_{\text{hNLOS}} = 4.25$ ns, $k_{\text{hNLOS}} = 0.4$, similares a los de la Ref. [278].

Por otro lado, las densidades de probabilidad del estadístico de prueba para cada condición de propagación se corresponden a distribuciones Beta, esto es,

$$f(\Omega; \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \Omega^{\alpha-1} (1 - \Omega)^{\beta-1}, \quad (5.29)$$

donde Γ es la función gama, $0 \leq \Omega \leq 1$, y $\alpha, \beta > 0$. Para los experimentos en esta sección las distribuciones se muestran en la Fig. 5.1 y corresponden a los parámetros $\alpha_{\text{LOS}} = 4.0$, $\beta_{\text{LOS}} = 1.5$

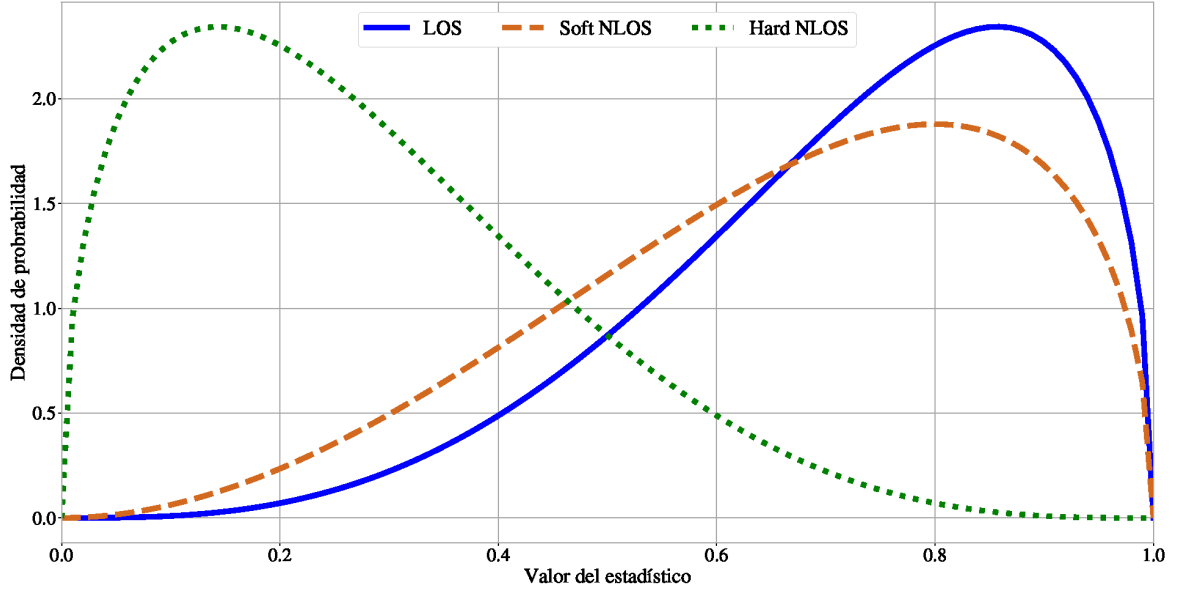


FIGURA 5.1: Densidad de probabilidad del estadístico de prueba dada la condición de propagación: Beta(4.0, 1.5) en el caso de LOS (azul), Beta(3.0, 1.5) el caso de soft NLOS (verde punteada), y Beta(1.5, 4.0) para hard NLOS (naranja a rayas).

para el caso LOS y $\alpha_{sLOS} = 3.0, \beta_{sLOS} = 1.5$ $\alpha_{hLOS} = 3.0, \beta_{hLOS} = 4.0$ para soft NLOS y hard NLOS respectivamente. La elección de estos parámetros se hizo buscando que las situaciones de LOS y soft NLOS fueran difíciles de distinguir entre sí, mientras que el caso de hard NLOS se diferencia bastante de los otros dos escenarios.

Las Figs. 5.2 y 5.3 muestran resultados cuando se consideran todas las imprecisiones del reloj (deriva y sesgo) además de tres condiciones de propagación (LOS, soft NLOS, hard NLOS). El desempeño de TS-IUKF mejora con el tiempo y alcanza una exactitud de centímetros en el posicionamiento. Se puede observar que el error cuadrático medio del *skew* disminuye con el tiempo, mientras que el error del offset presenta un comportamiento predicho por la CRB en la Sección 4.3.

Finalmente, la Fig. 5.4 muestra la influencia del número de nodos de referencia, observándose que la localización mejora cuando se añaden más anchors.

5.3.1. Comparación con otros algoritmos

Como se mencionó previamente, los algoritmos utilizados para comparar fueron *residual weighting algorithm* (Rwgh) desarrollado por Chen [261], y programación cuadrática (QP) utilizado por Wang [73]. Para una comparación justa con otros algoritmos, usamos un escenario más simple con solo dos condiciones de propagación, LOS y NLOS.

Los algoritmos Rwgh y QP usan solo las distancias estimadas entre el móvil y cada referencia y no consideran imprecisiones del reloj. En términos de las mediciones en nuestro protocolo, suponemos que las distancias corresponden a $c \cdot \Delta\tau_k^i$. Todos los algoritmos se compararon en un escenario de dos condiciones de propagación y relojes perfectos. Se realizaron experimentos con el móvil estático y en movimiento. Se usaron sólo dos condiciones de propagación la matriz de

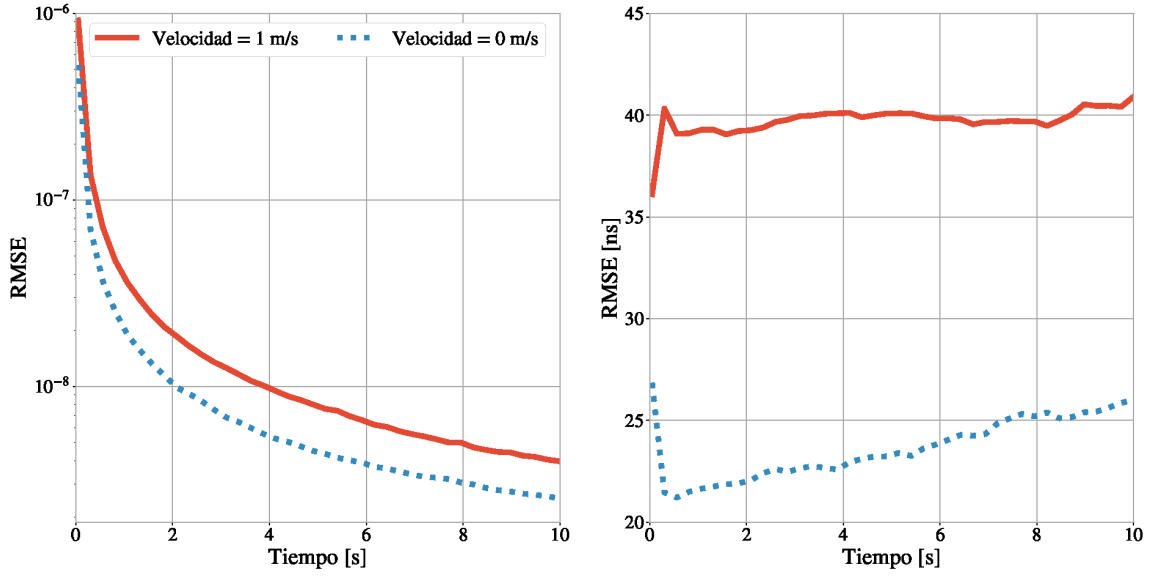


FIGURA 5.2: RMSE del *skew* (izquierda) y el *offset* (derecha), del TS-IUKF cuando la velocidad media del móvil es 0 m s^{-1} (línea punteada azul) y 1 m s^{-1} (línea roja sólida). Tres condiciones de propagación y *skew* y *offset* variables fueron considerados.

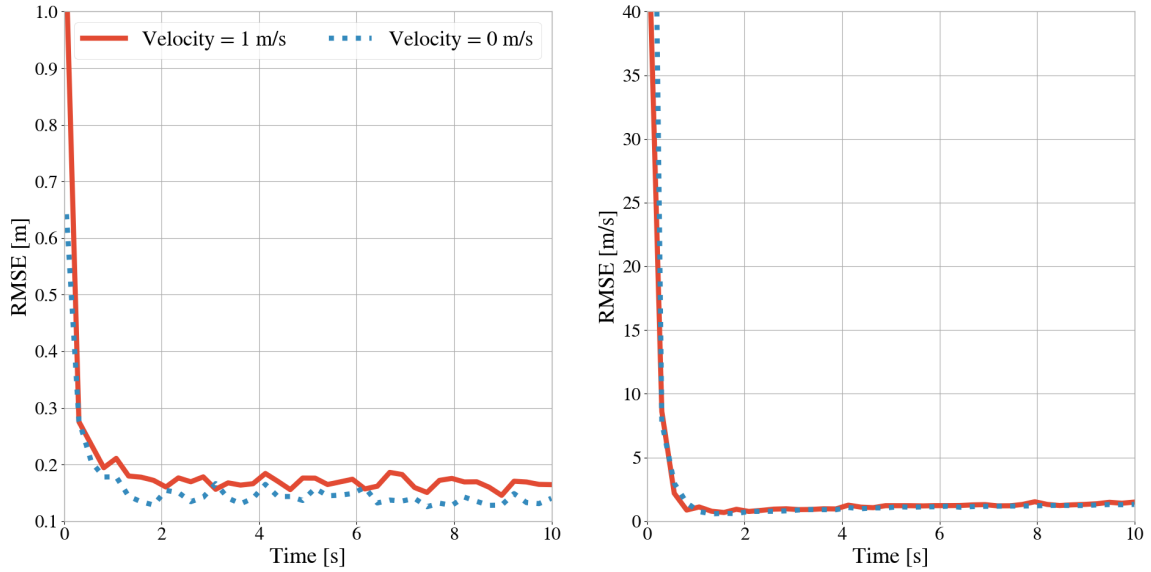


FIGURA 5.3: RMSE de la posición (izquierda) y la velocidad (derecha), cuando la velocidad media del móvil es 0 m s^{-1} (línea punteada azul) y 1 m s^{-1} (línea roja sólida). Tres condiciones de propagación y *skew* y *offset* variables fueron considerados.

transición de probabilidades está dada por

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0.970 & 0.030 \\ 0.030 & 0.970 \end{pmatrix}, \quad (5.30)$$

en el orden LOS, NLOS y es una modificación de la matriz en la Ref [278]. El estadístico de prueba sigue distribuciones Beta (ver la Ref. [306]) con los valores $\alpha_{LOS} = 1.5, \beta_{LOS} = 0.5$ y

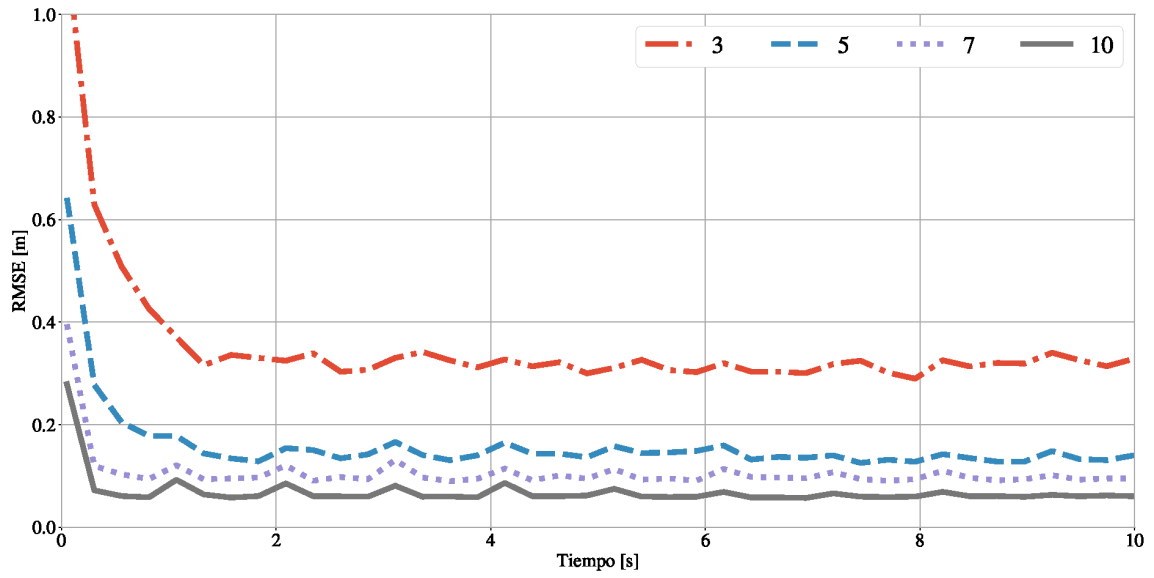


FIGURA 5.4: Comparación de RMSE de posicionamiento para diferente cantidad de nodos de referencia. Se aprecia disminución del error de localización cuando aumenta la cantidad de referencias. La velocidad media es de 0 m s^{-1}

$\alpha_{nLOS} = 0.5, \beta_{nLOS} = 1.5$ para LOS y NLOS, respectivamente. Finalmente, se modela T_{NLOS} como un retardo aleatorio no negativo con distribución exponencial.

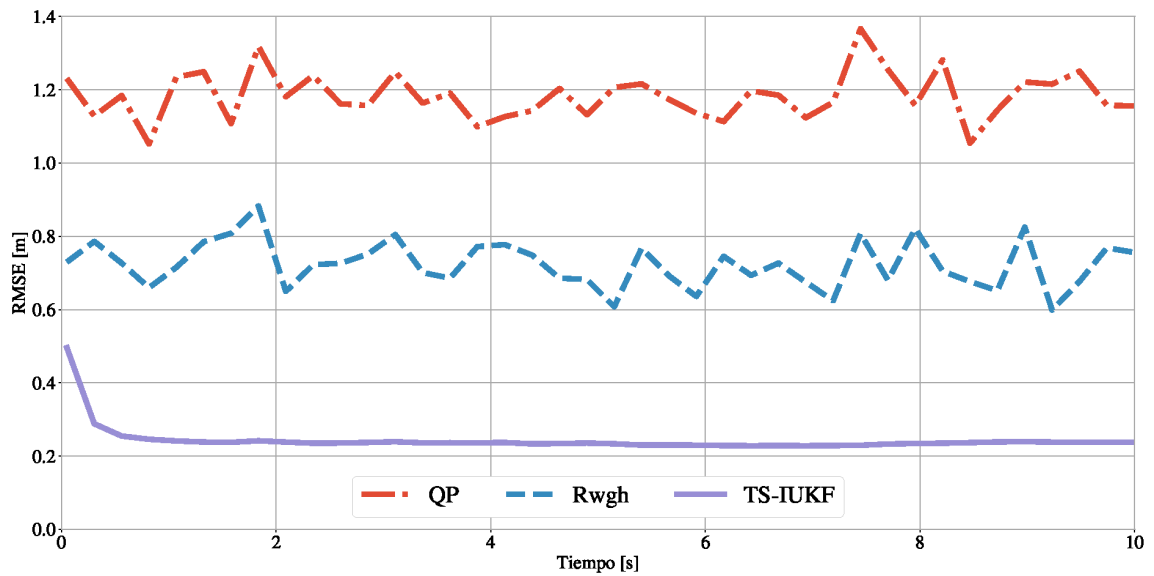


FIGURA 5.5: RMSE vs. tiempo. Dos condiciones de propagación y un reloj del móvil perfectos son considerados. La velocidad media del móvil es cero. TS-IUKF se desempeña mejor que los demás algoritmos.

Las Figs. 5.5 y 5.6 muestran resultados para un nodo móvil de velocidad media de 0 y 1 m s^{-1} , respectivamente. Como se puede observar, TS-IUKF, exhibe un comportamiento monótonico de mejora en el tiempo, y por ende, es el mejor algoritmo para localización en el largo plazo.

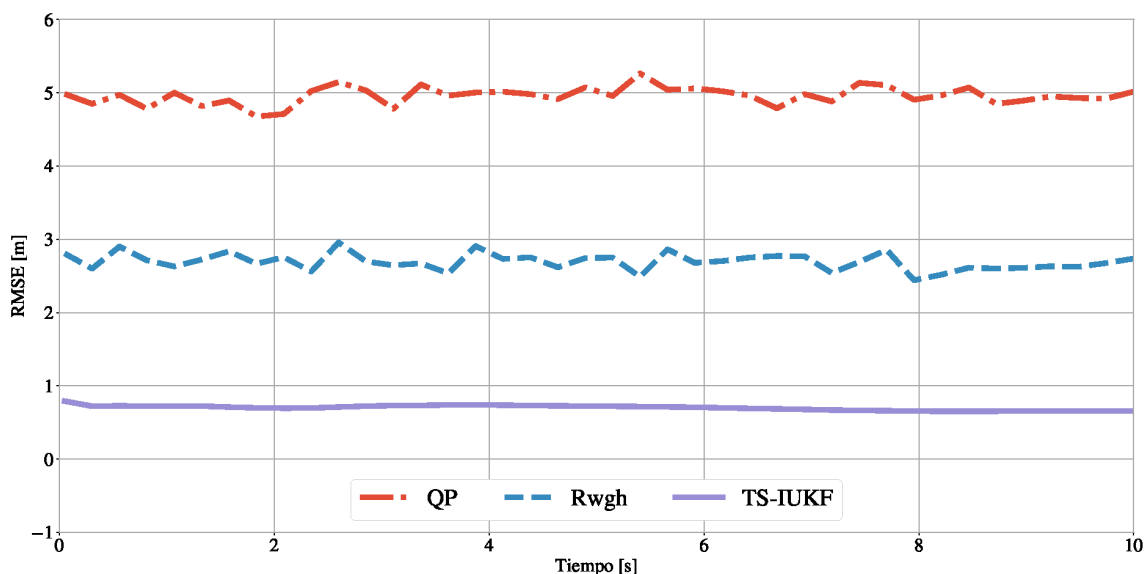


FIGURA 5.6: RMSE vs. tiempo. Dos condiciones de propagación y un reloj del móvil perfecto son considerados. La velocidad media del móvil es 1 m s^{-1} . TS-IUKF se desempeña mejor que los demás algoritmos.

Se puede argumentar que los comportamientos en la Fig. 5.5 eran esperados. De hecho, nuestra propuesta toma ventaja de información que no está disponible para otros algoritmos, por ejemplo, el estadístico de prueba que da indicios de la presencia de un camino NLOS. Desde este punto de vista, la Fig. 5.5 se puede entender como un indicador de la mejora de desempeño que puede ser alcanzada aprovechando dicha información. Sin embargo, esto es cierto porque TS-IUKF se utilizó en escenarios suficientemente simples como para que los otros algoritmos también sean aplicables.

5.4. Conclusiones

En este capítulo se extendió el trabajo del Capítulo 4 para considerar condiciones de propagación NLOS variables, lo que lo hace más cercano a un escenario típico en interiores. Si bien muchos trabajos se enfocan en mitigar los efectos por NLOS o en detectar los canales afectados para descartarlos en la etapa de posicionamiento, en este trabajo utilizamos la información de estos canales. Para ello se introdujo el algoritmo *Time Synchronization - Improved UKF* (TS-IUKF). Este algoritmo, está basado en el protocolo de medición del capítulo anterior y la adaptación del algoritmo IUKF [53] a un escenario con relojes con *skew*, *offset* y condiciones de propagación variables. TS-IUKF además considera que hay diversos tipos de NLOS y considera dos casos: soft NLOS y hard NLOS. Los cambios en las condiciones de propagación se modelan mediante una cadena de Markov como se hace en otros trabajos [279].

Las simulaciones muestran que TS-IUKF puede superar los resultados de otros algoritmos típicos del estado del arte que también consideran canales con propagación NLOS para el posicionamiento. Además que se desempeña bien con parámetros de sincronización variables y varias condiciones de propagación, mientras que los algoritmos con los que se compara no pueden ser

aplicados bajo este escenario. Una de las desventajas es la necesidad de una etapa previa de relevamiento que permita estimar las distribuciones de probabilidad de los retardos por NLOS y las probabilidades de transición de la cadena de Markov que modela la situación LOS/NLOS del escenario bajo estudio.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo futuro

Los sistemas de posicionamiento en interiores representan un área de estudio muy amplia y de gran interés en las últimas décadas. Muestra de ello, es la cantidad de artículos al respecto en el que se utilizan diversidad de tecnologías, mediciones, técnicas o algoritmos. Entre las tecnologías utilizadas, las basadas en radiofrecuencia son las más estudiadas. Entre ellas, se destaca el Wi-Fi debido a su presencia en gran variedad de dispositivos y ambientes interiores. Esto permite diseñar sistemas de posicionamiento sin necesidad de instalar infraestructura adicional lo que lo hace una alternativa atractiva desde el punto de vista práctico y económico. Con Wi-Fi se pueden utilizar mediciones como RSS o mediciones de tiempo, entre otras. La medición de RSS de Wi-Fi se puede hacer con relativa sencillez en dispositivos como smartphones o tablets y sistemas de posicionamiento se pueden diseñar únicamente con esta medición. Una alternativa para diseñar estos sistemas se conoce como fingerprinting. Si bien es posible que un fingerprint integre varias mediciones, en la literatura hay numerosos trabajos que utilizan únicamente RSS de Wi-Fi. Estos trabajos varían entre sí en los algoritmos utilizados para el posicionamiento y en la base de datos bajo la cual se diseña el sistema. Como cada espacio interior es diferente, la comparación entre algoritmos es compleja. Sin embargo, hay numerosos trabajos que tratan de evaluar la performance de IPS basados en RSS, por ejemplo [43]. Con el fin de determinar el algoritmo de mejor desempeño en términos de exactitud en IPS con técnica de fingerprinting se diseñó un experimento mediante el cual se pudieran comparar con justicia diversos algoritmos del estado del arte.

El experimento y el posterior análisis de los datos mostró que los errores $< 1\text{m}$ son improbables usando únicamente mediciones de potencia. El análisis de datos incluyó dos etapas de pre-procesamiento: selección de APs y detección de outliers. La selección de los puntos de acceso se realizó de acuerdo a criterios como la potencia máxima promedio o la estabilidad de la señal, mientras que la detección de outliers se hizo mediante el filtro de Hampel. Se encontró que la exactitud del sistema en este estudio se beneficia de añadir tantos APs como sea posible pero que si es necesario por algún motivo seleccionar los APs, el criterio de Fisher, que evalúa la estabilidad de la señal, es mejor; además se encontró que en las condiciones de este experimento, no se encontró diferencia significativa al eliminar outliers.

Una manera de mejorar la exactitud de los IPS es la combinación de diversas mediciones. Esto lo pudimos comprobar al agregar mediciones de campo magnético al fingerprint previamente construido, permitiendo mejorar el desempeño de los algoritmos en hasta un 13 %.

Entre las limitaciones de este estudio encontramos que las mediciones fueron hechas con un

solo dispositivo y, por tanto, las conclusiones dependen de la calidad de los sensores del mismo. Es de notar que los sensores de potencia o de campo magnético en estos dispositivos no están pensados para la localización. Es necesario destacar que no se puede evaluar el comportamiento promedio bajo situaciones diferentes y que la grilla de medición impone de por sí una cota inferior a la exactitud alcanzable.

En vista de las limitaciones de la técnica de fingerprinting y de los sistemas basados en potencia, el estudio avanzó hacia los sistemas basados en tiempo de vuelo. El estado del arte indica que los sistemas basados en tiempo son más precisos que los basados en potencia. Además, es posible ahorrar la engorrosa etapa de calibración. Más aún, durante el transcurso del doctorado surgieron estándares de Wi-Fi que permiten la medición de tiempos de vuelo sin necesidad de modificar el hardware. Sin embargo, los sistemas basados en tiempo presentan dificultades tales como la afectación por los fenómenos propios de la propagación de señales y la necesidad de sincronizar relojes ya que la no sincronización afectan a la correcta estimación de distancias entre dispositivos, y el movimiento de los dispositivos o usuarios.

Del estudio del estado del arte de IPS basados en tiempo surge la propuesta de un sistema que puede localizar y sincronizar un dispositivo móvil por medio de un conjunto de nodos de referencia. Para este sistema propusimos un protocolo de medición original basado en el protocolo TWR. El protocolo TWR ya ha sido utilizado en Wi-Fi y productos comerciales de UWB [260], por lo que nuestra propuesta es posible con tecnologías disponibles en la actualidad. En el mencionado protocolo, recolectamos observaciones tales como el tiempo de arribo de una señal al dispositivo móvil y el tiempo total de vuelo de la señal, además, de considerar explícitamente el tiempo de procesamiento del mensaje que suele ser obviado en la literatura. Como se explica en este trabajo, considerar explícitamente este tiempo es fundamental para la estimación de los parámetros. El protocolo realiza la localización y sincronización mediante el seguimiento del skew, y el offset del reloj y la posición y velocidad de un dispositivo móvil utilizando los filtros de Kalman extendido y unscented. El funcionamiento del protocolo se comprobó mediante un gran número de simulaciones en diversos escenarios con distintas velocidades, diferentes skew y offset medios y diferentes distancias ente dispositivo móvil y referencias. Se encontró que el UKF estima mejor que el EKF, que la distancia entre los anchors y el dispositivo móvil parece ser relevante únicamente durante la etapa inicial, y que la influencia de la velocidad es menor aunque no despreciable. Además, se encontró que el *skew* y el *offset* medios parecen no afectar a la estimación de la posición.

Para comparar y validar los algoritmos propuestos se derivó la cota de Cramér-Rao. La CRB confirmó que a mayor número de referencias se reduce el error, predijo el comportamiento del error en la estimación del *offset*, y el comportamiento de reducción del error a medida que transcurría el tiempo. Todas las simulaciones confirmaron las predicciones de la CRB.

Gran cantidad de sistemas basados en tiempo consideran propagación LOS para su funcionamiento, lo cual no es habitual en interiores donde la señal se puede encontrar con diversos obstáculos o puede tomar caminos indirectos por reflexión o difracción. Esto causa que los tiempos medidos contengan un retardo aleatorio dependiente de la condición de propagación que afecta la correcta estimación de los tiempos de arribo y de vuelo y, por ende, la estimación de los parámetros de sincronización y localización. Otros retos que se encuentran en la localización bajo estas con-

diciones son que no es sencillo distinguir entre las diferentes condiciones de propagación y que la condición de propagación varía con el movimiento de los dispositivos. Por ello, extendimos nuestro sistema para considerar condiciones NLOS haciéndolo más cercano a la realidad. Cabe aclarar, sin embargo, que el enfoque de la tesis es en el posicionamiento y en la exactitud del mismo, por lo que nos abstraemos de los detalles de la capa física de la comunicación para centrarnos en el posicionamiento.

En el caso del escenario con NLOS, las simulaciones muestran que nuestro algoritmo puede superar los resultados de otros algoritmos bien establecidos en el estado del arte que no consideran variaciones en los parámetros de sincronización, usan un modelo de reloj más sencillo y solo tienen en cuenta dos condiciones de propagación. Debemos notar que una de las principales limitaciones de nuestra propuesta es la necesidad de una etapa previa de relevamiento que permita estimar las distribuciones de probabilidad de los retardos por NLOS y las probabilidades de transición de la cadena de Markov. Una posible alternativa para la estimación de estas últimas podría ser el uso de una técnica como el algoritmo Baum-Welch [300]. En efecto, los cambios en la condición de propagación pueden representarse como un modelo oculto de Markov en el que las observaciones correspondientes son los estadísticos de prueba.

6.1. Líneas de trabajo futuro

Todavía hay lugar para la innovación en el área de IPS. Evaluando posibles líneas de investigación centrados en esta tesis, encontramos dos posibilidades. Por un lado, alternativas correspondientes a extensiones inmediatas del trabajo realizado. Por otro lado, desafíos del área más allá de los tópicos aquí tratados. En el Capítulo 3 estudiamos la exactitud alcanzable por sistemas de posicionamiento basados en fingerprinting de la potencia recibida. Si bien se trata de un tema ampliamente abordado en la literatura, todavía hay algunas preguntas sin contestar. Tal vez la más importante sea referente al hardware en sí mismo. En efecto, en los experimentos se utilizó una tablet con un chipset de Wi-Fi al cual se le podía interrogar por la potencia recibida. Sin embargo, al momento del diseño del chipset y de su interfaz, la información de la potencia recibida fue pensada para usos distintos al posicionamiento: la cuantización y la exactitud, entre otros detalles, no están estandarizados y suelen no especificarse. ¿Qué sucedería si el posicionamiento fuera especialmente tenido en cuenta al diseñar el hardware del dispositivo? Un camino posible para responder esta pregunta es la realización de experimentos con hardware propio, usando, por ejemplo, dispositivos de radio definida por software. Los Capítulos 4 y 5 realizan un análisis teórico y mediante simulaciones del posicionamiento y sincronización simultáneos. Sin embargo, las simulaciones no incluyeron detalles de la capa física y de la propagación de las señales, más allá de lo sintetizado en el retraso variable y el indicador de tipo de canal LOS/NLOS. En este sentido, un primer paso para extender dicho trabajo es incluir ese tipo de detalles y observar cuál es el verdadero potencial de los algoritmos propuestos. En un segundo paso, será necesario realizar pruebas experimentales reales. Más allá de la extensión inmediata de esta tesis, existen varios desafíos interesantes para los IPS. En nuestra visión, será difícil que un sistema de posicionamiento sea ubicuo si se restringe a un solo tipo de tecnología (Wi-Fi, Bluetooth, etc.) y a una sola metodología (TOA, AOD, etc.).

Por el contrario, la posibilidad de utilizar distintas tecnologías y mediciones, de acuerdo a su disponibilidad local o temporal, y de adaptar dinámicamente su combinación, representa uno de los principales retos a futuro. La dificultad no es sólo a nivel arquitectural, sino también a nivel básico. En el Capítulo 3, por ejemplo, presentamos los resultados de combinar mediciones de potencia recibida y de campo magnético. Los algoritmos fueron especialmente entrenados para utilizar ambas cantidades. Pero, ¿y si faltase una de ellas? En este caso sencillo puede ser simple de resolver. Sin embargo, generalizando a un mayor número de medidas y de tecnologías, puede configurarse en un problema mayor. De manera similar, creemos que un sistema de posicionamiento exitoso debe poder incorporar distintos tipos de aplicaciones. Consideremos, por ejemplo, un hospital y tomemos dos aplicaciones distintas: la localización de una persona y la de un medicamento costoso. Siendo la misma institución, resulta conveniente tener un único IPS. Sin embargo, las necesidades son diferentes en cada caso de uso. Para ubicar un individuo y poder ayudarlo a encontrar un camino entre diferentes puntos de referencia (maternidad, guardia, laboratorio de análisis, etc.), basta una exactitud del orden del metro y, muy especialmente, baja probabilidad de error en la determinación del piso. En el caso del medicamento, por el contrario, puede ser necesaria una exactitud aún mayor. Pero no sólo se trata de una diferencia en el error de posicionamiento, sino también en el tipo de dispositivo. El individuo puede tener, por ej., un teléfono celular que recibe señales de telefonía, de Wi-Fi, de Bluetooth, tiene magnetómetro, posee batería y dispone de una gran capacidad de cálculo. Por el contrario, el medicamento puede tener un dispositivo mucho más elemental adherido en la forma de una etiqueta, con poca capacidad de procesamiento y sin batería propia. ¿Podrían ambas aplicaciones ser tenidas en cuenta por un mismo sistema? Los dos ejemplos del hospital también ponen en manifiesto otro desafío de los IPS: el balance en el lugar donde se realiza el procesamiento. En el Capítulo 2 se habló de sistemas distribuidos y centrales. Sin embargo, existe una gran escala de grises intermedia. El teléfono celular de un paciente o un profesional de la salud tiene capacidad suficiente como para poder descargar sobre el mismo parte del procesamiento para el IPS. Sin embargo, la etiqueta en el medicamento puede carecer de dicha capacidad y, más aún, no tiene sentido desde el punto de vista de la aplicación que la posición no sea determinada de forma central. Acomodar ambos tipos procesamiento es otro de los retos de los sistemas de posicionamiento. Finalmente, creemos que el avance de nuevas tecnologías de comunicación y de computación, así como la aparición de nuevas necesidades y aplicaciones, harán que el área de los sistemas de posicionamiento en interiores vaya a ser un campo fértil de investigación e innovación en los próximos años.

Bibliografía

- [1] F. Zafari, A. Gkelias y K. K. Leung, «A survey of indoor localization systems and technologies,» *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, vol. 21, n.º 3, págs. 2568-2599, 2019.
- [2] Navstar, «Annex A: Global Positioning System standard positioning service signal specification,» *United States Coast Guard Navigation Center*, 1995.
- [3] S. Raman y L. Garin, «Performance evaluation of Global Differential GPS (GDGPS) for single frequency C/A code receivers,» en *Proceedings of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2005)*, 2005, págs. 1465-1469.
- [4] Y. Gao, Y. Zhang y K. Chen, «Development of a Real-Time Single-Frequency Precise Point Positioning System and Road Test Results,» en *Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006)*, 2006, págs. 2297-2303.
- [5] K. Dixon, «StarFire: A global SBAS for sub-decimeter precise point positioning,» en *Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006)*, 2006, págs. 2286-2296.
- [6] M. Kotaru, K. Joshi, D. Bharadia y S. Katti, «SpotFi: Decimeter level localization using WiFi,» en *Proceedings of the 2015 ACM Conference on Special Interest Group on Data Communication*, 2015, págs. 269-282.
- [7] P. Kriz, F. Maly y T. Kozel, «Improving indoor localization using Bluetooth low energy beacons,» *Mobile Information Systems*, vol. 2016, págs. 1-11, 2016.
- [8] P. Baronti, P. Pillai, V. W. Chook, S. Chessa, A. Gotta e Y. F. Hu, «Wireless sensor networks: A survey on the state of the art and the 802.15.4 and ZigBee standards,» *Computer Communications*, vol. 30, n.º 7, págs. 1655-1695, 2007.
- [9] L. M. Ni, Y. Liu, Y. C. Lau y A. P. Patil, «LANDMARC: Indoor location sensing using active RFID,» en *Proceedings of the First IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications, (PerCom 2003)*, IEEE, 2003, págs. 407-415.
- [10] A. Alarifi et al., «Ultra wideband indoor positioning technologies: Analysis and recent advances,» *Sensors*, vol. 16, n.º 5, pág. 707, 2016.

- [11] K. P. Subbu, B. Gozick y R. Dantu, «LocateMe: Magnetic-fields-based indoor localization using smartphones,» *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology (TIST)*, vol. 4, n.º 4, págs. 1-27, 2013.
- [12] Y.-S. Kuo, P. Pannuto, K.-J. Hsiao y P. Dutta, «Luxapose: Indoor positioning with mobile phones and visible light,» en *Proceedings of the 20th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking*, 2014, págs. 447-458.
- [13] M. Hazas y A. Hopper, «Broadband ultrasonic location systems for improved indoor positioning,» *IEEE Transactions on Mobile Computing*, vol. 5, n.º 5, págs. 536-547, 2006.
- [14] Y. Li, Y. Zhuang, P. Zhang, H. Lan, X. Niu y N. El-Sheimy, «An improved inertial/WiFi/magnetic fusion structure for indoor navigation,» *Information Fusion*, vol. 34, págs. 101-119, 2017.
- [15] H. Liu, H. Darabi, P. Banerjee y J. Liu, «Survey of wireless indoor positioning techniques and systems,» *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, vol. 37, n.º 6, págs. 1067-1080, 2007.
- [16] R. Giuliano, F. Mazzenga, M. Petracca y M. Vari, «Indoor localization system for first responders in emergency scenario,» en *2013 9th International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC)*, IEEE, 2013, págs. 1821-1826.
- [17] L. Atzori, A. Iera y G. Morabito, «The Internet of Things: A survey,» *Computer Networks*, vol. 54, n.º 15, págs. 2787-2805, 2010.
- [18] H. Koyuncu y S. H. Yang, «A survey of indoor positioning and object locating systems,» *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*, vol. 10, n.º 5, págs. 121-128, 2010.
- [19] G. Kouskoulis y C. Antoniou, «Systematic review of pedestrian simulation models with a focus on emergency situations,» *Transportation Research Record*, vol. 2604, n.º 1, págs. 111-119, 2017.
- [20] J. C. Chow, M. Peter, M. Scaioni y M. Al-Durgham, «Indoor tracking, mapping, and navigation: algorithms, technologies, and applications,» *Journal of Sensors*, vol. 2018, págs. 1-102,
- [21] Y. Gu, A. Lo e I. Niemegeers, «A survey of indoor positioning systems for wireless personal networks,» *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. 11, n.º 1, págs. 13-32, 2009.
- [22] T. Stockx, B. Hecht y J. Schöning, «SubwayPS: towards smartphone positioning in underground public transportation systems,» en *Proceedings of the 22nd ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, 2014, págs. 93-102.
- [23] T. Jimbo y K. Fujinami, «Detecting mischoice of public transportation route based on smartphone and GIS,» en *Adjunct Proceedings of the 2015 ACM International Joint Conference on Pervasive and Ubiquitous Computing and Proceedings of the 2015 ACM International Symposium on Wearable Computers*, 2015, págs. 165-168.

- [24] K. A. Nguyen, Y. Wang, G. Li, Z. Luo y C. Watkins, «Realtime tracking of passengers on the london underground transport by matching smartphone accelerometer footprints,» *Sensors*, vol. 19, n.º 19, pág. 4184, 2019.
- [25] Y. Bendavid, H. Boeck y R. Philippe, «RFID-enabled traceability system for consignment and high value products: A case study in the healthcare sector,» *Journal of Medical Systems*, vol. 36, n.º 6, págs. 3473-3489, 2012.
- [26] L. Sabah y Ü. İ. D. Argun, «An Approach to the use of Wi-Fi Signals for Hospital Indoor Location Detection: Performance Comparison of Classification Algorithms,» en *2019 Scientific Meeting on Electrical-Electronics & Biomedical Engineering and Computer Science (EBBT)*, 2019, págs. 1-4.
- [27] I. Ahmad et al., «Current technologies and location based services,» en *2017 Internet Technologies and Applications (ITA)*, 2017, págs. 299-304.
- [28] purple.ai. «What are Indoor Location Services?» (2022), dirección: <https://purple.ai/blogs/what-are-indoor-location-services/> (visitado 17-11-2022).
- [29] F. Pascucci et al., «A Reference implementation of interoperable indoor location and communication systems for First REsponders: The REFIRE project,» en *2012 IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics (SSRR)*, IEEE, 2012, págs. 1-5.
- [30] A. S. Bastos, V. V. dos Santos y A. L. Apolinário Jr, «Indoor location systems in emergency scenarios: A survey,» en *Proceedings of the Annual Conference on Brazilian Symposium on Information Systems: Information Systems: A Computer Socio-Technical Perspective*, vol. 1, 2015, págs. 251-258.
- [31] R. Anacleto, N. Luz, A. Almeida, L. Figueiredo y P. Novais, «Shopping center tracking and recommendation systems,» en *Soft Computing Models in Industrial and Environmental Applications, 6th International Conference SOCO 2011*, Springer, 2011, págs. 299-308.
- [32] S. Depatla, A. Muralidharan e Y. Mostofi, «Occupancy estimation using only WiFi power measurements,» *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 33, n.º 7, págs. 1381-1393, 2015.
- [33] purple.ai. «Mobile coverage coronavirus,» purple. (2022), dirección: <https://purple.ai/blogs/mobile-coverage-coronavirus/> (visitado 17-11-2022).
- [34] G. Oguntala, R. Abd-Alhameed, S. Jones, J. Noras, M. Patwary y J. Rodriguez, «Indoor location identification technologies for real-time IoT-based applications: An inclusive survey,» *Computer Science Review*, vol. 30, págs. 55-79, 2018.
- [35] X. Lin et al., «Positioning for the internet of things: A 3GPP perspective,» *IEEE Communications Magazine*, págs. 179-185, 2017.
- [36] P. S. Farahsari, A. Farahzadi, J. Rezazadeh y A. Bagheri, «A Survey on indoor positioning systems for IoT-based applications,» *IEEE Internet of Things Journal*, vol. 9, n.º 10, págs. 7680-7699, 2022.

- [37] A. Basiri et al., «Indoor location based services challenges, requirements and usability of current solutions,» *Computer Science Review*, vol. 24, págs. 1-12, 2017.
- [38] Gartner. «Indoor location services reviews and ratings.» (2022), dirección: <https://www.gartner.com/reviews/market/indoor-location-services> (visitado 17-11-2022).
- [39] A. Varshavsky, E. De Lara, J. Hightower, A. LaMarca y V. Otsason, «GSM indoor localization,» *Pervasive and Mobile Computing*, vol. 3, n.º 6, págs. 698-720, 2007.
- [40] T. Kim Geok et al., «Review of Indoor Positioning: Radio Wave Technology,» *Applied Sciences*, vol. 11, n.º 1, pág. 279, 2021.
- [41] S. M. Asaad y H. S. Maghdid, «A Comprehensive Review of Indoor/Outdoor Localization Solutions in IoT era: Research Challenges and Future Perspectives,» *Computer Networks*, vol. 212, pág. 109 041, 2022.
- [42] A. Musa y J. Eriksson, «Tracking unmodified smartphones using wi-fi monitors,» en *Proceedings of the 10th ACM conference on embedded network sensor systems*, 2012, págs. 281-294.
- [43] A. Correa, M. Barcelo, A. Morell y J. L. Vicario, «A review of pedestrian indoor positioning systems for mass market applications,» *Sensors*, vol. 17, n.º 8, 2017.
- [44] A. Khalajmehrabadi, N. Gatsis y D. Akopian, «Modern WLAN fingerprinting indoor positioning methods and deployment challenges,» *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. 19, n.º 3, págs. 1974-2002, 2017.
- [45] J. Torres-Sospedra et al., «A realistic evaluation of indoor positioning systems based on Wi-Fi fingerprinting: The 2015 EvAAL-ETRI competition,» *J. Ambient Intell. Smart Environ.*, vol. 9, págs. 263-279, 2017.
- [46] «IEEE Standard for Information Technology–Telecommunications and Information Exchange between Systems - Local and Metropolitan Area Networks–Specific Requirements - Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications,» *IEEE Std 802.11-2020 (Revision of IEEE Std 802.11-2016)*, págs. 1-4379, 2021.
- [47] J. P. Grisales Campeón, S. López, S. R. de Jesús Meleán, H. Moldovan, D. R. Parisi y P. I. Fierens, «Indoor Positioning based on RSSI of WiFi signals: how accurate can it be?» En *2018 IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON)*, 2018, págs. 1-8.
- [48] J. P. Grisales Campeón, S. López, S. R. de Jesús Meleán, H. Moldovan, D. R. Parisi y P. I. Fierens, «Fusion of magnetic and WiFi fingerprints for indoor positioning,» en *2018 Congreso Argentino de Ciencias de la Informática y Desarrollos de Investigación (CACIDI)*, 2018, págs. 1-5.
- [49] R. T. Rajan y A. J. Van der Veen, «Joint ranging and synchronization for an anchorless network of mobile nodes,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 63, n.º 8, págs. 1925-1940, 2015.

- [50] S. P. Chepuri, G. Leus y A.-J. Van der Veen, «Joint localization and clock synchronization for wireless sensor networks,» en *Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, IEEE, 2012, págs. 1432-1436.
- [51] M. Koivisto et al., «Joint Device Positioning and Clock Synchronization in 5G Ultra-Dense Networks,» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 16, n.º 5, págs. 2866-2881, 2017.
- [52] F. Ricciato, S. Sciancalepore, F. Gringoli, N. Facchi y G. Boggia, «Position and velocity estimation of a non-cooperative source from asynchronous packet arrival time measurements,» *IEEE Transactions on Mobile Computing*, vol. 17, n.º 9, págs. 2166-2179, 2018.
- [53] J. M. Huerta, J. Vidal, A. Giremus y J. Y. Tourneret, «Joint particle filter and UKF position tracking in severe non-line-of-sight situations,» *IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing*, vol. 3, n.º 5, págs. 874-888, 2009.
- [54] J. P. G. Campeón y P. I. Fierens, «Joint position and clock tracking of wireless nodes,» *Computer Networks*, vol. 197, pág. 108 296, 2021.
- [55] J. P. Grisales Campeón y P. I. Fierens, «Joint position and clock tracking of wireless nodes under mixed LOS-NLOS conditions,» *Physical Communication*, vol. 54, pág. 101 803, 2022.
- [56] B. Li, T. Gallagher, C. Rizos y A. G. Dempster, «Using geomagnetic field for indoor positioning,» *Journal of Applied Geodesy*, vol. 7, n.º 4, págs. 299-308, 2013.
- [57] D. Ayllón, H. A. Sánchez-Hevia, R. Gil-Pita, M. U. Manso y M. R. Zurera, «Indoor blind localization of smartphones by means of sensor data fusion,» *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 65, n.º 4, págs. 783-794, 2015.
- [58] W. You, F. Li, L. Liao y M. Huang, «Data Fusion of UWB and IMU Based on Unscented Kalman Filter for Indoor Localization of Quadrotor UAV,» *IEEE Access*, vol. 8, págs. 64 971-64 981, 2020.
- [59] L. Liu, B. Li, L. Yang y T. Liu, «Real-time indoor positioning approach using iBeacons and smartphone sensors,» *Applied Sciences*, vol. 10, n.º 6, pág. 2003, 2020.
- [60] R. S. Campos y L. Lovisolo, *RF positioning: fundamentals, applications, and tools*. Artech House, 2015.
- [61] J. Figueiras, «Fundamentals of Positioning,» en *Mobile Positioning and Tracking*. John Wiley & Sons, 2017, cap. 4, págs. 61-91.
- [62] W. Figel, N. Shepherd y W. Trammell, «Vehicle location by a signal attenuation method,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 18, n.º 3, págs. 105-109, 1969.
- [63] A. Goldsmith, *Wireless communications*. Cambridge University Press, 2005.
- [64] B. K. Horn, «Doubling the Accuracy of Indoor Positioning: Frequency Diversity,» *Sensors*, vol. 20, n.º 5, pág. 1489, 2020.

- [65] R. Yamasaki, A. Ogino, T. Tamaki, T. Uta, N. Matsuzawa y T. Kato, «TDOA location system for IEEE 802.11 b WLAN,» en *IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 2005*, IEEE, vol. 4, 2005, págs. 2338-2343.
- [66] S. Frattasi y F. Della Rosa, *Mobile positioning and tracking: from conventional to cooperative techniques*. John Wiley & Sons, 2017.
- [67] A. Mallat, J. Louveaux y L. Vandendorpe, «UWB based positioning in multipath channels: CRBs for AOA and for hybrid TOA-AOA based methods,» en *2007 IEEE International Conference on Communications*, IEEE, 2007, págs. 5775-5780.
- [68] N. A. Alsindi, B. Alavi y K. Pahlavan, «Measurement and modeling of ultrawideband TOA-based ranging in indoor multipath environments,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, n.º 3, págs. 1046-1058, 2008.
- [69] D. Dardari, A. Conti, U. Ferner, A. Giorgetti y M. Z. Win, «Ranging with ultrawide bandwidth signals in multipath environments,» *Proceedings of the IEEE*, vol. 97, n.º 2, págs. 404-426, 2009.
- [70] W. Xu, M. Huang, C. Zhu y A. Dammann, «Maximum likelihood TOA and OTDOA estimation with first arriving path detection for 3GPP LTE system,» *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*, vol. 27, n.º 3, págs. 339-356, 2016.
- [71] Z. Sahinoglu e I. Guvenc, «Multiuser interference mitigation in noncoherent UWB ranging via nonlinear filtering,» *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2006, págs. 1-10, 2006.
- [72] P.-C. Chen, «A non-line-of-sight error mitigation algorithm in location estimation,» en *1999 IEEE Wireless Communications and Networking, WCNC.*, IEEE, vol. 1, 1999, págs. 316-320.
- [73] X. Wang, Z. Wang y B. O'Dea, «A TOA-based location algorithm reducing the errors due to non-line-of-sight (NLOS) propagation,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 52, n.º 1, págs. 112-116, 2003.
- [74] S. Maranò, W. M. Gifford, H. Wymeersch y M. Z. Win, «NLOS identification and mitigation for localization based on UWB experimental data,» *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 28, n.º 7, págs. 1026-1035, 2010.
- [75] A. Balanov, N. Janson, D. Postnov y O. Sosnovtseva, *Synchronization From Simple to Complex*. Springer, 2009.
- [76] F. Sivrikaya y B. Yener, «Time synchronization in sensor networks: a survey,» *IEEE Network*, vol. 18, n.º 4, págs. 45-50, 2004.
- [77] D. Dardari, M. Luise y E. Falletti, *Satellite and terrestrial radio positioning techniques: a signal processing perspective*. Academic Press, 2012.
- [78] R. David y D. R. Brown, «Modeling and tracking phase and frequency offsets in low-precision clocks,» IEEE, 2015, págs. 1-7.
- [79] L. Cheng, C.-D. Wu, Y.-Z. Zhang y H. Chu, «Mobile location estimation scheme in NLOS environment,» *IEICE Electronics Express*, vol. 8, n.º 21, págs. 1829-1835, 2011.

- [80] K. Pahlavan, F. O. Akgul, M. Heidari, A. Hatami, J. M. Elwell y R. D. Tingley, «Indoor geolocation in the absence of direct path,» *IEEE Wireless Communications*, vol. 13, n.º 6, págs. 50-58, 2006.
- [81] A. F. Molisch, «Ultrawideband propagation channels-theory, measurement, and modeling,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 54, n.º 5, págs. 1528-1545, 2005.
- [82] F. Li, W. Xie, J. Wang y S. Liu, «A new two-step ranging algorithm in NLOS environment for UWB systems,» en *2006 Asia-Pacific Conference on Communications*, IEEE, 2006, págs. 1-5.
- [83] K. Gururaj, A. K. Rajendra, Y. Song, C. L. Law y G. Cai, «Real-time identification of NLOS range measurements for enhanced UWB localization,» en *2017 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, IEEE, 2017, págs. 1-7.
- [84] L. Cheng, Y. Li, Y. Wang, Y. Bi, L. Feng y M. Xue, «A Triple-Filter NLOS Localization Algorithm Based on Fuzzy C-means for Wireless Sensor Networks,» *Sensors*, vol. 19, n.º 5, 2019.
- [85] V. Barral, C. J. Escudero y J. A. García-Naya, «NLOS Classification Based on RSS and Ranging Statistics Obtained from Low-Cost UWB Devices,» en *2019 27th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, 2019, págs. 1-5.
- [86] Z. Yang, Z. Zhou e Y. Liu, «From RSSI to CSI: Indoor localization via channel response,» *ACM Computing Surveys (CSUR)*, vol. 46, n.º 2, págs. 1-32, 2013.
- [87] W. Liu et al., «Survey on CSI-based indoor positioning systems and recent advances,» en *2019 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, IEEE, 2019, págs. 1-8.
- [88] J. Torres-Sospedra y J. Huerta, «A Meta-Review of Indoor Positioning Systems,» *Sensors*, vol. 19, n.º 20, pág. 4507, 2019.
- [89] J. Haverinen y A. Kemppainen, «A global self-localization technique utilizing local anomalies of the ambient magnetic field,» en *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2009, págs. 3142-3147.
- [90] B. Kim, M. Kwak, J. Lee y T. T. Kwon, «A multi-pronged approach for indoor positioning with WiFi, magnetic and cellular signals,» en *2014 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, IEEE, 2014, págs. 723-726.
- [91] H. Xie, T. Gu, X. Tao, H. Ye y J. Lv, «MaLoc: A practical magnetic fingerprinting approach to indoor localization using smartphones,» en *Proceedings of the 2014 ACM International Joint Conference on Pervasive and Ubiquitous Computing*, 2014, págs. 243-253.
- [92] T. Ozyagcilar, «Calibrating an ecompass in the presence of hard and soft-iron interference,» *Freescale Semiconductor Ltd*, págs. 1-17, 2012.
- [93] A. Kushki, K. N. Plataniotis y A. N. Venetsanopoulos, *WLAN positioning systems: principles and applications in location-based services*. Cambridge University Press, 2012.

- [94] K. Yimei y W. Jiawei, «A high-precision TOA-based positioning algorithm without the restriction of strict time synchronization for wireless systems,» en *2016 IEEE 13th International Conference on Signal Processing (ICSP)*, 2016, págs. 1666-1670.
- [95] L. Yunsong y P. Liangfu, «A position self-calibration method in multilateration,» en *2017 Forum on Cooperative Positioning and Service (CPGPS)*, 2017, págs. 101-105.
- [96] G. Guo, R. Chen, F. Ye, X. Peng, Z. Liu e Y. Pan, «Indoor smartphone localization: A hybrid WiFi RTT-RSS ranging approach,» *IEEE Access*, vol. 7, págs. 176 767-176 781, 2019.
- [97] H. Wymeersch, J. Lien y M. Z. Win, «Cooperative localization in wireless networks,» *Proceedings of the IEEE*, vol. 97, n.º 2, págs. 427-450, 2009.
- [98] J. Cota-Ruiz, J.-G. Rosiles, P. Rivas-Perea y E. Sifuentes, «A distributed localization algorithm for wireless sensor networks based on the solutions of spatially-constrained local problems,» *IEEE Sensors Journal*, vol. 13, n.º 6, págs. 2181-2191, 2013.
- [99] R. Elbakly y M. Youssef, «A Robust Zero-Calibration RF-Based Localization System for Realistic Environments,» en *2016 13th Annual IEEE International Conference on Sensing, Communication, and Networking (SECON)*, 2016, págs. 1-9.
- [100] S. Hotta, Y. Hada e Y. Yaginuma, «A robust room-level localization method based on transition probability for indoor environments,» en *2012 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, IEEE, 2012, págs. 1-8.
- [101] Y. Wang, A. K.-S. Wong y R. S.-K. Cheng, «Adaptive room-level localization system with crowd-sourced WiFi data,» en *2015 SAI Intelligent Systems Conference (IntelliSys)*, 2015, págs. 463-469.
- [102] Y. Chen, M. Guo, J. Shen y J. Cao, «GraphLoc: A graph-based method for indoor subarea localization with zero-configuration,» *Personal and Ubiquitous Computing*, vol. 21, n.º 3, págs. 489-505, 2017.
- [103] R. Elbakly y M. Youssef, «The StoryTeller: Scalable building and AP-independent deep learning-based floor prediction,» *Proceedings of the ACM on Interactive, Mobile, Wearable and Ubiquitous Technologies*, vol. 4, n.º 1, págs. 1-20, 2020.
- [104] J. Figueiras, «Data Fusion and Filtering Techniques,» en *Mobile Positioning and Tracking*. John Wiley & Sons, 2017, cap. 5, págs. 109-133.
- [105] J. Zhu y G. D. Durgin, «Indoor/outdoor location of cellular handsets based on received signal strength,» en *2005 IEEE 61st Vehicular Technology Conference*, IEEE, vol. 1, 2005, págs. 92-96.
- [106] 3rd Generation Partnership Project (3GPP), «Technical Specification Group Radio Access Network; Study on New Radio Access Technology; Radio Access Architecture and Interfaces,» 3GPP, Technical Specification 38.801, jun. de 2020.

- [107] J. Xiong y K. Jamieson, «ArrayTrack: A Fine-Grained indoor location system,» en *10th USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation (NSDI 13)*, 2013, págs. 71-84.
- [108] D. Dardari, A. Giorgetti y M. Z. Win, «Time-of-arrival estimation of UWB signals in the presence of narrowband and wideband interference,» en *2007 IEEE International Conference on Ultra-Wideband*, 2007, págs. 71-76.
- [109] X. Zhou, T. Chen, D. Guo, X. Teng y B. Yuan, «From one to crowd: A survey on crowdsourcing-based wireless indoor localization,» *Frontiers of Computer Science*, vol. 12, n.º 3, págs. 423-450, 2018.
- [110] T. Li, D. Han, Y. Chen, R. Zhang, Y. Zhang y T. Hedgpeth, «IndoorWaze: A crowdsourcing-based context-aware indoor navigation system,» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 19, n.º 8, págs. 5461-5472, 2020.
- [111] H. Durrant-Whyte y T. Bailey, «Simultaneous localization and mapping: part I,» *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 13, n.º 2, págs. 99-110, 2006.
- [112] B. Ferris, D. Fox y N. D. Lawrence, «WiFi-SLAM using gaussian process latent variable models,» en *Proceedings of the Twentieth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, vol. 7, 2007, págs. 2480-2485.
- [113] G. Caso, L. De Nardis, F. Lemic, V. Handziski, A. Wolisz y M.-G. Di Benedetto, «Vifi: Virtual fingerprinting WiFi-based indoor positioning via multi-wall multi-floor propagation model,» *IEEE Transactions on Mobile Computing*, vol. 19, n.º 6, págs. 1478-1491, 2019.
- [114] X. Ren, W. Tao y C.-M. Own, «RSS Remeasurement estimation for indoor positioning system with generative adversarial network model,» en *2021 2nd International Conference on Computing, Networks and Internet of Things*, 2021, págs. 1-8.
- [115] C. Lim y J. Paek, «Cost Reduction in fingerprint-based indoor localization using generative adversarial network,» en *2021 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC)*, 2021, págs. 1024-1026.
- [116] J. Figueiras, «Fundamentals of Tracking,» en *Mobile Positioning and Tracking*. John Wiley & Sons, Ltd, 2017, cap. 6, págs. 119-149.
- [117] G. Bishop, G. Welch et al., «An introduction to the Kalman filter,» *Proc. of SIGGRAPH, Course*, vol. 8, n.º 27599-23175, pág. 41, 2001.
- [118] S. J. Julier y J. K. Uhlmann, «New extension of the Kalman filter to nonlinear systems,» en *Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition VI*, I. Kadar, ed., International Society for Optics y Photonics, vol. 3068, SPIE, 1997, págs. 182-193.
- [119] F. Gustafsson, «Particle filter theory and practice with positioning applications,» *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 25, n.º 7, págs. 53-82, 2010.
- [120] K. Yu, I. Sharp y Y. J. Guo, *Ground-based wireless positioning*. John Wiley & Sons, 2009.

- [121] A. Bekkali, H. Sanson y M. Matsumoto, «RFID indoor positioning based on probabilistic RFID map and Kalman filtering,» en *Third IEEE International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob 2007)*, IEEE, 2007, págs. 21-21.
- [122] S. S. Saab y Z. S. Nakad, «A standalone RFID indoor positioning system using passive tags,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, n.º 5, págs. 1961-1970, 2010.
- [123] L. Liu, J. Qiao, R. Liu y Z. Wang, «Research on Optimization of RFID Indoor Positioning Algorithm Based on RSSI,» en *2021 IEEE 5th Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)*, IEEE, 2021, págs. 3386-3390.
- [124] M. Merenda, L. Catarinucci, R. Colella, F. G. Della Corte y R. Carotenuto, «Exploiting RFID technology for Indoor Positioning,» en *2021 6th International Conference on Smart and Sustainable Technologies (SpliTech)*, IEEE, 2021, págs. 1-5.
- [125] S. Saha, K. Chaudhuri, D. Sanghi y P. Bhagwat, «Location determination of a mobile device using IEEE 802.11 b access point signals,» en *2003 IEEE Wireless Communications and Networking, WCNC.*, IEEE, vol. 3, 2003, págs. 1987-1992.
- [126] Z. Xiang, S. Song, J. Chen, H. Wang, J. Huang y X. Gao, «A wireless LAN-based indoor positioning technology,» *IBM Journal of Research and Development*, vol. 48, n.º 5.6, págs. 617-626, 2004.
- [127] V. Honkavirta, T. Perala, S. Ali-Loytty y R. Piche, «A comparative survey of WLAN location fingerprinting methods,» en *2009 6th Workshop on Positioning, Navigation and Communication*, 2009, págs. 243-251.
- [128] M. Shchekotov, «Indoor localization method based on Wi-Fi trilateration technique,» en *Proceeding of the 16th Conference of Fruct Association*, 2014, págs. 177-179.
- [129] S. He y S.-H. G. Chan, «Wi-Fi fingerprint-based indoor positioning: Recent advances and comparisons,» *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 18, n.º 1, págs. 466-490, 2015.
- [130] A. Makki, A. Siddig, M. Saad y C. Bleakley, «Survey of WiFi positioning using time-based techniques,» *Computer Networks*, vol. 88, págs. 218-233, 2015.
- [131] C. Yang y H.-R. Shao, «WiFi-based indoor positioning,» *IEEE Communications Magazine*, vol. 53, n.º 3, págs. 150-157, 2015.
- [132] J. Tuta y M. B. Juric, «A self-adaptive model-based Wi-Fi indoor localization method,» *Sensors*, vol. 16, n.º 12, pág. 2074, 2016.
- [133] F. Liu et al., «Survey on WiFi-based indoor positioning techniques,» *IET Communications*, vol. 14, n.º 9, págs. 1372-1383, 2020.
- [134] X. Feng, K. A. Nguyen y Z. Luo, «A survey of deep learning approaches for WiFi-based indoor positioning,» *Journal of Information and Telecommunication*, vol. 6, n.º 2, págs. 163-216, 2022.

- [135] P. Pascacio, S. Casteleyn, J. Torres-Sospedra, E. S. Lohan y J. Nurmi, «Collaborative indoor positioning systems: A systematic review,» *Sensors*, vol. 21, n.º 3, pág. 1002, 2021.
- [136] K. Wu, J. Xiao, Y. Yi, D. Chen, X. Luo y L. M. Ni, «CSI-based indoor localization,» *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, vol. 24, n.º 7, págs. 1300-1309, 2012.
- [137] J. Xiong, K. Sundaresan y K. Jamieson, «Tonetrack: Leveraging frequency-agile radios for time-based indoor wireless localization,» en *Proceedings of the 21st Annual International Conference on Mobile Computing and Networking*, 2015, págs. 537-549.
- [138] X. Wang, L. Gao, S. Mao y S. Pandey, «DeepFi: Deep learning for indoor fingerprinting using channel state information,» en *2015 IEEE Wireless Communications and Networking Conference WCNC.*, IEEE, 2015, págs. 1666-1671.
- [139] B. Berruet, O. Baala, A. Caminada y V. Guillet, «DelFin: A deep learning based CSI fingerprinting indoor localization in IoT context,» en *2018 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, IEEE, 2018, págs. 1-8.
- [140] Y. Yu, R. Chen, L. Chen, G. Guo, F. Ye y Z. Liu, «A robust dead reckoning algorithm based on Wi-Fi FTM and multiple sensors,» *Remote Sensing*, vol. 11, n.º 5, 2019.
- [141] M. Ibrahim et al., «Verification: Accuracy evaluation of WiFi Fine time measurements on an open platform,» en *Proceedings of the 24th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking*, ép. MobiCom '18, New Delhi, India: Association for Computing Machinery, 2018, págs. 417-427.
- [142] M. Woolley, «Bluetooth core specification v5.1,» en *Bluetooth core specification*, 2019.
- [143] R. Mautz, «Indoor positioning technologies,» Tesis doct., ETH Zurich, Department of Civil, Environmental y Geomatic Engineering, 2012.
- [144] G. Anastasi, R. Bandelloni, M. Conti, F. Delmastro, E. Gregori y G. Mainetto, «Experimenting an indoor Bluetooth-based positioning service,» en *Proceedings 23rd International Conference on Distributed Computing Systems Workshops, 2003.*, IEEE, 2003, págs. 480-483.
- [145] J. Hallberg, M. Nilsson y K. Synnes, «Positioning with bluetooth,» en *10th International Conference on Telecommunications, 2003. ICT 2003.*, IEEE, vol. 2, 2003, págs. 954-958.
- [146] Y. H. Ho y H. C. Chan, «Decentralized adaptive indoor positioning protocol using Bluetooth Low Energy,» *Computer Communications*, vol. 159, págs. 231-244, 2020.
- [147] S. Monfared, T.-H. Nguyen, L. Petrillo, P. De Doncker y F. Horlin, «Experimental demonstration of BLE transmitter positioning based on AOA estimation,» en *2018 IEEE 29th Annual International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications PIMRC.*, IEEE, 2018, págs. 856-859.
- [148] D. Giovanelli, E. Farella, D. Fontanelli y D. Macii, «Bluetooth-based indoor positioning through ToF and RSSI data fusion,» en *2018 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, 2018, págs. 1-8.

- [149] G. S. d. Blasio, A. Quesada-Arencibia, C. R. García y J. C. Rodríguez-Rodríguez, «Bluetooth low energy technology applied to indoor positioning systems: An overview,» en *International Conference on Computer Aided Systems Theory*, Springer, 2019, págs. 83-90.
- [150] S.-H. Fang, C.-H. Wang, T.-Y. Huang, C.-H. Yang e Y.-S. Chen, «An enhanced ZigBee indoor positioning system with an ensemble approach,» *IEEE Communications Letters*, vol. 16, n.º 4, págs. 564-567, 2012.
- [151] Y. Li, «Positioning and ranging process of RSSI algorithm based on ZigBee technology,» en *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing, vol. 1846, 2021, pág. 012082.
- [152] C.-H. Cheng y S.-J. Syu, «Improving area positioning in ZigBee sensor networks using neural network algorithm,» *Microsystem Technologies*, vol. 27, n.º 4, págs. 1419-1428, 2021.
- [153] K. Kim et al., «Feasibility of LoRa for smart home indoor localization,» *Applied Sciences*, vol. 11, n.º 1, pág. 415, 2021.
- [154] Y. Li, Z. He, Y. Li, H. Xu, L. Pei e Y. Zhang, «Towards location enhanced IoT: characterization of LoRa signal for wide area localization,» en *2018 Ubiquitous Positioning, Indoor Navigation and Location-Based Services (UPINLBS)*, 2018, págs. 1-7.
- [155] K.-H. Lam, C.-C. Cheung y W.-C. Lee, «LoRa-based localization systems for noisy outdoor environment,» en *2017 IEEE 13th International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob)*, IEEE, 2017, págs. 278-284.
- [156] M. Anjum, M. A. Khan, S. A. Hassan, A. Mahmood y M. Gidlund, «Analysis of RSSI fingerprinting in LoRa networks,» en *2019 15th International Wireless Communications & Mobile Computing Conference (IWCMC)*, IEEE, 2019, págs. 1178-1183.
- [157] E. Goldoni, L. Prando, A. Vizziello, P. Savazzi y P. Gamba, «Experimental dataset analysis of RSSI-based indoor and outdoor localization in LoRa networks,» *Internet Technology Letters*, vol. 2, n.º 1, e75, 2019.
- [158] Q. Liu, X. Bai, X. Gan y S. Yang, «LoRa RTT ranging characterization and indoor positioning system,» *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 2021, págs. 1-10, 2021.
- [159] C. Laoudias, A. Moreira, S. Kim, S. Lee, L. Wirola y C. Fischione, «A Survey of Enabling Technologies for Network Localization, Tracking, and Navigation,» *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 20, n.º 4, págs. 3607-3644, 2018.
- [160] S. M. Razavi et al., «Positioning in cellular networks: Past, present, future,» en *2018 IEEE Wireless Communications and Networking Conference WCNC.*, IEEE, 2018, págs. 1-6.
- [161] C. Yang, S. Mao y X. Wang, «An overview of 3GPP positioning standards,» *GetMobile: Mobile Computing and Communications*, vol. 26, n.º 1, págs. 9-13, 2022.
- [162] S. Dwivedi et al., «Positioning in 5G networks,» *IEEE Communications Magazine*, vol. 59, n.º 11, págs. 38-44, 2021.

- [163] S. Dwivedi, A. De Angelis, D. Zachariah y P. Händel, «Joint ranging and clock parameter estimation by wireless round trip time measurements,» *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 33, n.º 11, págs. 2379-2390, 2015.
- [164] R. M. Vaghefi y R. M. Buehrer, «Cooperative RF pattern matching positioning for LTE cellular systems,» en *2014 IEEE 25th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communication PIMRC*, IEEE, 2014, págs. 264-269.
- [165] N. Poosamani e I. Rhee, «Towards a practical indoor location matching system using 4G LTE PHY layer information,» en *2015 IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communication Workshops (PerCom Workshops)*, 2015, págs. 284-287.
- [166] F. Mazhar, M. G. Khan y B. Sällberg, «Precise indoor positioning using UWB: A review of methods, algorithms and implementations,» *Wireless Personal Communications*, vol. 97, n.º 3, págs. 4467-4491, 2017.
- [167] M. Ridolfi, A. Kaya, R. Berkvens, M. Weyn, W. Joseph y E. D. Poorter, «Self-calibration and collaborative localization for UWB positioning systems: A survey and future research directions,» *ACM Computing Surveys (CSUR)*, vol. 54, n.º 4, págs. 1-27, 2021.
- [168] Z. Sahinoglu, S. Gezici e I. Güvenc, *Ultra-wideband Positioning Systems: Theoretical Limits, Ranging Algorithms, and Protocols*. Cambridge University Press, 2008.
- [169] D. B. Jourdan, J. J. Deyst, M. Z. Win y N. Roy, «Monte Carlo localization in dense multipath environments using UWB ranging,» en *2005 IEEE international conference on Ultra-Wideband*, IEEE, 2005, págs. 314-319.
- [170] T. Ye, M. Walsh, P. Haigh, J. Barton y B. O'Flynn, «Experimental Impulse Radio IEEE 802.15.4a UWB Based Wireless Sensor Localization Technology: Characterization, Reliability and Ranging,» en *ISSC 2011, 22nd IET Irish Signals and Systems Conference, Dublin, Ireland. 23-24 Jun 2011*, Institution of Engineering y Technology, 2011.
- [171] J. Chóliz, M. Eguizábal, Á. Hernández-Solana y A. Valdovinos, «Comparison of algorithms for UWB indoor location and tracking systems,» en *2011 IEEE 73rd Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, IEEE, 2011, págs. 1-5.
- [172] G. Shi e Y. Ming, «Survey of indoor positioning systems based on ultra-wideband (UWB) technology,» en *Wireless Communications, Networking and Applications*, Springer, 2016, págs. 1269-1278.
- [173] R. Want, A. Hopper, V. Falcao y J. Gibbons, «The active badge location system,» *ACM Transactions on Information Systems*, vol. 4, págs. 42-47, 1997.
- [174] K. Atsuumi y M. Sano, «Indoor IR azimuth sensor using a linear polarizer,» en *2010 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation*, IEEE, 2010, págs. 1-5.
- [175] L. E. M. Matheus, A. B. Vieira, L. F. Vieira, M. A. Vieira y O. Gnawali, «Visible light communication: concepts, applications and challenges,» *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 21, n.º 4, págs. 3204-3237, 2019.

- [176] J. Cheng, L. Yang, Y. Li y W. Zhang, «Seamless outdoor/indoor navigation with WIFI/GPS aided low cost Inertial Navigation System,» *Physical Communication*, vol. 13, págs. 31-43, 2014.
- [177] O. J. Woodman, «An introduction to inertial navigation,» University of Cambridge, Computer Laboratory, inf. téc. UCAM-CL-TR-696, 2007.
- [178] C. Jekeli, *Inertial navigation systems with geodetic applications*. Walter de Gruyter, 2001.
- [179] J. Reijniers y H. Peremans, «Biomimetic sonar system performing spectrum-based localization,» *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 23, n.º 6, págs. 1151-1159, 2007.
- [180] M. Alloulah y M. Hazas, «An efficient CDMA core for indoor acoustic position sensing,» en *2010 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, IEEE, 2010, págs. 1-5.
- [181] T. Sato, S. Nakamura, K. Terabayashi, M. Sugimoto y H. Hashizume, «Design and implementation of a robust and real-time ultrasonic motion-capture system,» en *2011 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation*, IEEE, 2011, págs. 1-6.
- [182] R. F. Brena, J. P. García-Vázquez, C. E. Galván-Tejada, D. Muñoz-Rodríguez, C. Vargas-Rosales y J. Fangmeyer, «Evolution of indoor positioning technologies: A survey,» *Journal of Sensors*, vol. 2017, págs. 1-22, 2017.
- [183] F. Evennou y F. Marx, «Advanced integration of WiFi and inertial navigation systems for indoor mobile positioning,» *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2006, págs. 1-11, 2006.
- [184] M. Laaraiedh, S. Avrillon y B. Uguen, «Cramer–Rao lower bounds for nonhybrid and hybrid localisation techniques in wireless networks,» *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*, vol. 23, n.º 3, págs. 268-280, 2012.
- [185] K. Al Nuaimi y H. Kamel, «A survey of indoor positioning systems and algorithms,» en *2011 International Conference on Innovations in Information Technology (IIT)*, 2011, págs. 185-190.
- [186] S. Xia, Y. Liu, G. Yuan, M. Zhu y Z. Wang, «Indoor fingerprint positioning based on Wi-Fi: An overview,» *ISPRS International Journal of Geo-Information*, vol. 6, n.º 5, 2017.
- [187] G. M. Mendoza-Silva, J. Torres-Sospedra y J. Huerta, «A meta-review of indoor positioning systems,» *Sensors*, vol. 19, n.º 20, pág. 45, 2019.
- [188] Y. Qi y H. Kobayashi, «On relation among time delay and signal strength based geolocation methods,» en *GLOBECOM '03. IEEE Global Telecommunications Conference (IEEE Cat. No.03CH37489)*, vol. 7, 2003, págs. 4079-4083.

- [189] R. Akl, D. Tummala y X. Li, «Indoor propagation modeling at 2.4 GHz for IEEE 802.11 networks,» en *Sixth IASTED International Multi-Conference on Wireless and Optical Communications: Conference on Communication Systems and Applications, Conference on Optical Communication Systems and Networks, Conference on Wireless Networks and Emerging Technologies, Conference on Wireless SENSOR Networks, Banff, Alberta, Canada, July 3-5, 2006*, A. O. Fapojuwo y B. Kaminska, eds., IASTED/ACTA Press, 2006.
- [190] J. Yang e Y. Chen, «Indoor Localization Using Improved RSS-Based Lateration Methods,» en *GLOBECOM 2009 - 2009 IEEE Global Telecommunications Conference*, 2009, págs. 1-6.
- [191] P. Bahl y V. Padmanabhan, «RADAR: an in-building RF-based user location and tracking system,» en *Proceedings IEEE INFOCOM 2000. Conference on Computer Communications. Nineteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies (Cat. No.00CH37064)*, vol. 2, 2000, págs. 775-784.
- [192] S. Han, C. Zhao, W. Meng y C. Li, «Cosine similarity based fingerprinting algorithm in WLAN indoor positioning against device diversity,» en *2015 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 2015, págs. 2710-2714.
- [193] M. Youssef y A. Agrawala, «The Horus location determination system,» *Wireless Networks*, vol. 14, n.º 3, págs. 357-374, 2008.
- [194] A. Kushki, K. N. Plataniotis y A. N. Venetsanopoulos, «Kernel-based positioning in wireless local area networks,» *IEEE Transactions on Mobile Computing*, vol. 6, n.º 6, págs. 689-705, 2007.
- [195] D. M. Hawkins, «The problem of overfitting,» *Journal of Chemical Information and Computer Sciences*, vol. 44, n.º 1, págs. 1-12, 2004.
- [196] A. E. Hoerl y R. W. Kennard, «Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems,» *Technometrics*, vol. 12, n.º 1, págs. 55-67, 1970.
- [197] R. Tibshirani, «Regression shrinkage selection via the LASSO,» *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, vol. 73, págs. 273-282, 2011.
- [198] H. Zou y T. Hastie, «Regularization and variable selection via the elastic net,» *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, vol. 67, págs. 301-320, 2005.
- [199] A. Khalajmehrabadi, N. Gatsis, D. J. Pack y D. Akopian, «A joint indoor WLAN localization and outlier detection scheme using LASSO and elastic-net optimization techniques,» *IEEE Transactions on Mobile Computing*, vol. 16, n.º 8, págs. 2079-2092, ago. de 2017.
- [200] S. Theodoridis, «Learning in reproducing kernel Hilbert spaces,» en *Machine Learning (Second Edition)*, S. Theodoridis, ed., Second Edition, Academic Press, 2020, págs. 531-594.
- [201] T. Hastie, R. Tibshirani y J. Friedman, *The Elements of Statistical Learning* (Springer Series in Statistics). Springer, 2009.
- [202] R. Battiti, N. T. Le y A. Villani, «Location-aware computing: a neural network model for determining location in wireless LANs,» University of Trento, inf. téc., 2002.

- [203] U. Ahmad, A. Gavrilov, U. Nasir, M. Iqbal, S. J. Cho y S. Lee, «In-building localization using neural networks,» en *2006 IEEE International Conference on Engineering of Intelligent Systems*, IEEE, 2006, págs. 1-6.
- [204] M. S. Rahman, Y. Park y K.-D. Kim, «Localization of wireless sensor network using artificial neural network,» en *2009 9th International Symposium on Communications and Information Technology*, IEEE, 2009, págs. 639-642.
- [205] Y. Gu, Y. Chen, J. Liu y X. Jiang, «Semi-supervised deep extreme learning machine for Wi-Fi based localization,» *Neurocomputing*, vol. 166, págs. 282-293, 2015.
- [206] H. Chen, Y. Zhang, W. Li, X. Tao y P. Zhang, «ConFi: Convolutional neural networks based indoor Wi-Fi localization using channel state information,» *IEEE Access*, vol. 5, págs. 18 066-18 074, 2017.
- [207] T. L. Fine, *Feedforward Neural Network Methodology*. Springer, 1999.
- [208] K. O'Shea y R. Nash, «An introduction to convolutional neural networks,» *arXiv preprint arXiv:1511.08458*, 2015.
- [209] C. M. Bishop y N. M. Nasrabadi, *Pattern recognition and machine learning*. Springer, 2006, vol. 4.
- [210] Z. Zhang, M. Lee y S. Choi, «Deep-learning-based Wi-Fi indoor positioning system using continuous CSI of trajectories,» *Sensors*, vol. 21, n.º 17, pág. 5776, 2021.
- [211] Broadcom, *BCM43241 Advance Data Sheet*, Artech House, 2012.
- [212] Y. Li, Z. He, J. Nielsen y G. Lachapelle, «Using Wi-Fi/magnetometers for indoor location and personal navigation,» *2015 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, págs. 1-7, 2015.
- [213] V. Pasku et al., «Magnetic Field-Based Positioning Systems,» *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, vol. 19, n.º 3, págs. 2003-2017, 2017.
- [214] L. Cong y W. Zhuang, «Nonline-of-sight error mitigation in mobile location,» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 4, n.º 2, págs. 560-573, 2005.
- [215] I. Guvenc, C.-C. Chong y F. Watanabe, «NLOS identification and mitigation for UWB localization systems,» en *2007 IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, 2007, págs. 1571-1576.
- [216] Y. Shimizu e Y. Sanada, «Accuracy of relative distance measurement with ultra wideband system,» en *IEEE Conference on Ultra Wideband Systems and Technologies, 2003*, 2003, págs. 374-378.
- [217] Y. Jiang y V. C. Leung, «An asymmetric double sided two-way ranging for crystal offset,» en *2007 International Symposium on Signals, Systems and Electronics*, IEEE, 2007, págs. 525-528.

- [218] M. Youssef, A. Youssef, C. Rieger, U. Shankar y A. Agrawala, «Pinpoint: An asynchronous time-based location determination system,» en *Proceedings of the 4th International Conference on Mobile Systems, Applications and Services*, 2006, págs. 165-176.
- [219] Q. Li y D. Rus, «Global clock synchronization in sensor networks,» *IEEE Transactions on Computers*, vol. 55, n.º 2, págs. 214-226, 2006.
- [220] C. McElroy, D. Neiryck y M. McLaughlin, «Comparison of wireless clock synchronization algorithms for indoor location systems,» en *2014 IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC)*, 2014, págs. 157-162.
- [221] C. Liu, H. Pang y N. Cao, «Research on time synchronization technology of wireless sensor network,» en *2017 International Conference on Cyber-Enabled Distributed Computing and Knowledge Discovery (CyberC)*, 2017, págs. 391-394.
- [222] J. Elson, L. Girod y D. Estrin, «Fine-grained network time synchronization using reference broadcasts,» *ACM SIGOPS Operating Systems Review*, vol. 36, n.º SI, págs. 147-163, 2002.
- [223] K. L. Noh, E. Serpedin y K. Qaraqe, «A new approach for time synchronization in wireless sensor networks: Pairwise broadcast synchronization,» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 7, n.º 9, págs. 3318-3322, 2008.
- [224] C. Liao y P. Barooah, «Time-synchronization in mobile sensor networks from difference measurements,» en *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2010, págs. 2118-2123.
- [225] A. Mahmood, R. Exel, H. Trsek y T. Sauter, «Clock synchronization over IEEE 802.11: A survey of methodologies and protocols,» *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 13, n.º 2, págs. 907-922, 2017.
- [226] Y.-C. Wu, Q. Chaudhari y E. Serpedin, «Clock synchronization of wireless sensor networks,» *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 28, n.º 1, págs. 124-138, 2010.
- [227] N. M. Freris, S. R. Graham y P. Kumar, «Fundamental limits on synchronizing clocks over networks,» *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, n.º 6, págs. 1352-1364, 2010.
- [228] B. Etzlinger, H. Wymeersch y A. Springer, «Cooperative synchronization in wireless networks,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 62, n.º 11, págs. 2837-2849, 2014.
- [229] X. Huan y K. S. Kim, «On the practical implementation of propagation delay and clock skew compensated high-precision time synchronization schemes with resource-constrained sensor nodes in multi-hop wireless sensor networks,» *Computer Networks*, vol. 166, pág. 106 959, 2020.
- [230] B. Denis, J.-B. Pierrot y C. Abou-Rjeily, «Joint distributed synchronization and positioning in UWB ad hoc networks using TOA,» *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, n.º 4, págs. 1896-1911, 2006.

- [231] J. Zheng e Y.-C. Wu, «Joint time synchronization and localization of an unknown node in wireless sensor networks,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, n.º 3, págs. 1309-1320, 2009.
- [232] R. T. Rajan y A. J. Van der Veen, «Joint ranging and clock synchronization for a wireless network,» *2011 4th IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing, CAMSAP 2011*, págs. 297-300, 2011.
- [233] S. P. Chepuri, R. T. Rajan, G. Leus y A.-J. Van der Veen, «Joint clock synchronization and ranging: Asymmetrical time-stamping and passive listening,» *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 20, n.º 1, págs. 51-54, 2012.
- [234] M. R. Gholami, S. Gezici y E. G. Strom, «TDOA based positioning in the presence of unknown clock skew,» *IEEE Transactions on Communications*, vol. 61, n.º 6, págs. 2522-2534, 2013.
- [235] B. Etzlinger, F. Meyer, A. Springer, F. Hlawatsch y H. Wymeersch, «Cooperative simultaneous localization and synchronization: A distributed hybrid message passing algorithm,» en *Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, IEEE, 2013, págs. 1978-1982.
- [236] B. Etzlinger, C. Pimminger, S. Fischereder y A. Springer, «Passive localization and synchronization in the presence of affine clocks,» en *2015 49th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, IEEE, 2015, págs. 1655-1658.
- [237] W. Yuan, N. Wu, B. Etzlinger, H. Wang y J. Kuang, «Cooperative joint localization and clock synchronization based on Gaussian message passing in asynchronous wireless networks,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 65, n.º 9, págs. 7258-7273, 2016.
- [238] B. Etzlinger, F. Meyer, F. Hlawatsch, A. Springer y H. Wymeersch, «Cooperative simultaneous localization and synchronization in mobile agent networks,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 65, n.º 14, págs. 3587-3602, 2017.
- [239] C. Zucca y P. Tavella, «The clock model and its relationship with the Allan and related variances,» *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 52, n.º 2, págs. 289-295, 2005.
- [240] F. Tirado-Andrés y A. Araujo, «Performance of clock sources and their influence on time synchronization in wireless sensor networks,» *International Journal of Distributed Sensor Networks*, vol. 15, n.º 9, pág. 15, 2019.
- [241] T. Camp, J. Boleng y V. Davies, «A survey of mobility models for ad hoc network research,» *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 2, n.º 5, págs. 483-502, 2002.
- [242] F. Gustafsson y F. Gunnarsson, «Mobile positioning using wireless networks: possibilities and fundamental limitations based on available wireless network measurements,» *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 22, n.º 4, págs. 41-53, 2005.
- [243] H. Elayan y R. Shubair, «Robust algorithms for localizing moving nodes in wireless sensor networks,» *arXiv preprint*, 2018. arXiv: [1806.11214](https://arxiv.org/abs/1806.11214).

- [244] R. G. Brown y P. Y. Hwang, *Introduction to random signals and applied Kalman filtering with MATLAB exercises*. John Wiley & Sons, 2012.
- [245] B. Ristic, S. Arulampalam y N. Gordon, *Beyond the Kalman filter: Particle filters for tracking applications*. Artech House, 2004.
- [246] R. Schneider y C. Georgakis, «How to NOT make the extended Kalman filter fail,» *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 52, n.º 9, págs. 3354-3362, 2013.
- [247] S. J. Julier y J. K. Uhlmann, «Unscented filtering and nonlinear estimation,» *Proceedings of the IEEE*, vol. 92, n.º 3, págs. 401-422, 2004.
- [248] E. A. Wan y R. Van Der Merwe, «The unscented Kalman filter for nonlinear estimation,» en *Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No. 00EX373)*, 2000, págs. 153-158.
- [249] E. A. Wan y R. Van der Merwe, «The Unscented Kalman Filter,» en *Kalman Filtering and Neural Networks*. John Wiley & Sons, 2002, cap. 7, págs. 221-280.
- [250] N. J. Gordon, D. J. Salmond y A. F. Smith, «Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation,» *IEEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, vol. 140, n.º 2, págs. 107-113, 1993.
- [251] A. Doucet, N. de Freitas y N. Gordon, eds., *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, 1.ª ed. Springer-Verlag, 2001.
- [252] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon y T. Clapp, «A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, n.º 2, págs. 174-188, 2002.
- [253] R. Van der Merwe, A. Doucet, N. De Freitas y E. Wan, «The Unscented Particle Filter,» en *Proceedings of the 13th International Conference on Neural Information Processing Systems*, MIT Press, 2000, págs. 563-569.
- [254] D. Simon, *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*. John Wiley & Sons, 2006.
- [255] P. Tichavský, C. H. Muravchik y A. Nehorai, «Posterior Cramér-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, n.º 5, págs. 1386-1396, 1998.
- [256] S. Aomumpai, K. Kondee, C. Prommak y K. Kaemarungsi, «Optimal placement of reference nodes for wireless indoor positioning systems,» en *2014 11th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON)*, 2014.
- [257] O. Baala, Y. Zheng y A. Caminada, «The impact of AP placement in WLAN-based indoor positioning system,» en *2009 Eighth International Conference on Networks*, 2009, págs. 12-17.

- [258] Y. Chen, J.-a. Francisco, W. Trappe y R. P. Martin, «A practical approach to landmark deployment for indoor localization,» en *2006 3rd Annual IEEE Communications Society on Sensor and Ad Hoc Communications and Networks*, vol. 1, 2006, págs. 365-373.
- [259] M. A. Branch, T. F. Coleman e Y. Li, «A subspace, interior, and conjugate gradient method for large-scale bound-constrained minimization problems,» *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 21, n.º 1, págs. 1-23, 1999.
- [260] Decawave, «Application abstract: Aps011. Sources of Error in DW1000 Based Two-Way Ranging (TWR) Schemes,» págs. 1-21, 2014.
- [261] P.-C. Chen, «A Non-line-of-sight Error Mitigation Algorithm in Location Estimation,» en *1999 IEEE Wireless Communications and Networking Conference WCNC*, vol. 1, 1999, págs. 316-320.
- [262] L. Cong y W. Zhuang, «Non-line-of-sight error mitigation in TDOA mobile location,» en *GLOBECOM'01. IEEE Global Telecommunications Conference (Cat. No. 01CH37270)*, IEEE, vol. 1, 2001, págs. 680-684.
- [263] S. Al-Jazzar, J. Caffery y H.-R. You, «A scattering model based approach to NLOS mitigation in TOA location systems,» en *IEEE 55th Vehicular Technology Conference. VTC Spring 2002 (Cat. No. 02CH37367)*, IEEE, vol. 2, 2002, págs. 861-865.
- [264] S. Al-Jazzar y J. Caffery, «ML and Bayesian TOA location estimators for NLOS environments,» en *Proceedings IEEE 56th Vehicular Technology Conference*, IEEE, vol. 2, 2002, págs. 1178-1181.
- [265] B. L. Le, K. Ahmed y H. Tsuji, «Mobile location estimator with NLOS mitigation using Kalman filtering,» en *2003 IEEE Wireless Communications and Networking, WCNC.*, IEEE, vol. 3, 2003, págs. 1969-1973.
- [266] B. Denis, J. Keignart y N. Daniele, «Impact of NLOS propagation upon ranging precision in UWB systems,» en *IEEE Conference on Ultra Wideband Systems and Technologies, 2003*, IEEE, 2003, págs. 379-383.
- [267] S. Gezici, H. Kobayashi y H. V. Poor, «Nonparametric nonline-of-sight identification,» en *IEEE 58th Vehicular Technology Conference. VTC 2003-Fall (IEEE Cat. No. 03CH37484)*, IEEE, vol. 4, 2003, págs. 2544-2548.
- [268] M. Najar y J. Vidal, «Kalman tracking for mobile location in NLOS situations,» en *2003 14th IEEE Proceedings on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC.*, IEEE, vol. 3, 2003, págs. 2203-2207.
- [269] S. Venkatraman, J. Caffery y H.-R. You, «A novel TOA location algorithm using LOS range estimation for NLOS environments,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 53, n.º 5, págs. 1515-1524, 2004.
- [270] J.-F. Liao y B.-S. Chen, «Robust mobile location estimator with NLOS mitigation using interacting multiple model algorithm,» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, n.º 11, págs. 3002-3006, 2006.

- [271] J. M. Huerta y J. Vidal, «LOS-NLOS Situation Tracking for Positioning Systems,» en *2006 IEEE 7th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, 2006, págs. 1-5.
- [272] Y. T. Chan, W. Y. Tsui, H. C. So y P. C. Ching, «Time-of-arrival based localization under NLOS conditions,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 55, n.º 1, págs. 17-24, 2006.
- [273] S. Venkatesh y R. M. Buehrer, «A linear programming approach to NLOS error mitigation in sensor networks,» *Proceedings of the Fifth International Conference on Information Processing in Sensor Networks, IPSN '06*, vol. 2006, págs. 301-308, 2006.
- [274] C. Ma, R. Klukas y G. Lachapelle, «A nonline-of-sight error-mitigation method for TOA measurements,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, n.º 2, págs. 641-651, 2007.
- [275] S. Al-Jazzar, J. Caffery y H.-R. You, «Scattering-model-based methods for TOA location in NLOS environments,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, n.º 2, págs. 583-593, 2007.
- [276] İ. Güvenç, C.-C. Chong, F. Watanabe y H. Inamura, «NLOS identification and weighted least-squares localization for UWB systems using multipath channel statistics,» *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2008, n.º 1, pág. 271984, 2007.
- [277] H. Miao, K. Yu y M. J. Juntti, «Positioning for NLOS propagation: Algorithm derivations and Cramer–Rao bounds,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, n.º 5, págs. 2568-2580, 2007.
- [278] M. Heidari y K. Pahlavan, «Markov model for dynamic behavior of ranging errors in indoor geolocation systems,» *IEEE Communications Letters*, vol. 11, n.º 12, págs. 934-936, 2007.
- [279] M. Heidari y K. Pahlavan, «A Markov model for dynamic behavior of TOA-based ranging in indoor localization,» *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2008, págs. 1-14, 2007.
- [280] S. Mazuelas et al., «Prior NLOS measurement correction for positioning in cellular wireless networks,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, n.º 5, págs. 2585-2591, 2008.
- [281] S. Al-Jazzar, M. Ghogho y D. McLernon, «A Joint TOA/AOA constrained minimization method for locating wireless devices in non-line-of-sight environment,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, n.º 1, págs. 468-472, 2009.
- [282] Y. Xie, Y. Wang, P. Zhu y X. You, «Grid-search-based hybrid TOA/AOA location techniques for NLOS environments,» *IEEE Communications Letters*, vol. 13, n.º 4, págs. 254-256, 2009.
- [283] A. Abbasi y M. H. Kahaei, «Improving source localization in LOS and NLOS multipath environments for UWB signals,» en *2009 14th International CSI Computer Conference*, IEEE, 2009, págs. 310-316.

- [284] L. Chen y L. Wu, «Mobile positioning in mixed LOS/NLOS conditions using modified EKF banks and data fusion method,» *IEICE Transactions on Communications*, vol. 92, n.º 4, págs. 1318-1325, 2009.
- [285] I. Güvenç y C.-C. Chong, «A Survey on TOA Based Wireless Localization and NLOS Mitigation Techniques,» *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 11, n.º 3, págs. 107-124, 2009.
- [286] J. Khodjaev, Y. Park y A. Saeed Malik, «Survey of NLOS identification and error mitigation problems in UWB-based positioning algorithms for dense environments,» *Annals of Telecommunications-Annales des Télécommunications*, vol. 65, n.º 5, págs. 301-311, 2010.
- [287] M. Boccadoro, G. De Angelis y P. Valigi, «TDOA positioning in NLOS scenarios by particle filtering,» *Wireless Networks*, vol. 18, n.º 5, págs. 579-589, 2012.
- [288] G. Wang, H. Chen, Y. Li y N. Ansari, «NLOS error mitigation for TOA-based localization via convex relaxation,» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 13, n.º 8, págs. 4119-4131, 2014.
- [289] D. Liu, K. Liu, Y. Ma y J. Yu, «Joint TOA and DOA localization in indoor environment using virtual stations,» *IEEE Communications Letters*, vol. 18, n.º 8, págs. 1423-1426, 2014.
- [290] Z. Abu-Shaban, X. Zhou y T. D. Abhayapala, «A novel TOA-based mobile localization technique under mixed LOS/NLOS conditions for cellular networks,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 65, n.º 11, págs. 8841-8853, 2016.
- [291] J. M. Pak, C. K. Ahn, P. Shi, Y. S. Shmaliy y M. T. Lim, «Distributed hybrid particle/FIR filtering for mitigating NLOS effects in TOA-based localization using wireless sensor networks,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, n.º 6, págs. 5182-5191, 2016.
- [292] Z. Su, G. Shao y H. Liu, «Semidefinite programming for NLOS error mitigation in TDOA localization,» *IEEE Communications Letters*, vol. 22, n.º 7, págs. 1430-1433, 2017.
- [293] R. Mendrzik, H. Wymeersch, G. Bauch y Z. Abu-Shaban, «Harnessing NLOS components for position and orientation estimation in 5G millimeter wave MIMO,» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 18, n.º 1, págs. 93-107, 2018.
- [294] K. Yu, K. Wen, Y. Li, S. Zhang y K. Zhang, «A novel NLOS mitigation algorithm for UWB localization in harsh indoor environments,» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 68, n.º 1, págs. 686-699, 2018.
- [295] H. Xiong, M. Peng, S. Gong y Z. Du, «A novel hybrid RSS and TOA positioning algorithm for multi-objective cooperative wireless sensor networks,» *IEEE Sensors Journal*, vol. 18, n.º 22, págs. 9343-9351, 2018.
- [296] X. Yang, F. Zhao y T. Chen, «NLOS identification for UWB localization based on import vector machine,» *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, vol. 87, págs. 128-133, 2018.

- [297] S. Wu, S. Zhang y D. Huang, «A TOA-based localization algorithm with Simultaneous NLOS mitigation and synchronization error elimination,» *IEEE Sensors Letters*, vol. 3, n.º 3, págs. 1-4, 2019.
- [298] F. Wen, H. Wymeersch, B. Peng, W. P. Tay, H. C. So y D. Yang, «A survey on 5G massive MIMO localization,» *Digital Signal Processing*, vol. 94, págs. 21-28, 2019.
- [299] C. H. Park y J. H. Chang, «Modified MM algorithm and Bayesian expectation maximization-based robust localization under NLOS contaminated environments,» *IEEE Access*, vol. 9, págs. 4059-4071, 2021.
- [300] L. E. Baum, T. Petrie, G. Soules y N. Weiss, «A Maximization Technique Occurring in the Statistical Analysis of Probabilistic Functions of Markov Chains,» *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 41, n.º 1, págs. 164-171, 1970.
- [301] S. Venkatesh y R. M. Buehrer, «Non-line-of-sight identification in ultra-wideband systems based on received signal statistics,» *IET Microwaves Antennas & Propagation*, vol. 1, págs. 1120-1130, 2007.
- [302] K. Yu y E. Dutkiewicz, «NLOS identification and mitigation for mobile tracking,» *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 49, n.º 3, págs. 1438-1452, 2013.
- [303] R. Aleksiejunas, A. Cesiul y K. Svirkas, «Statistical LOS/NLOS channel model for simulations of next generation 3GPP networks,» *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 24, n.º 5, págs. 74-79, 2018.
- [304] L. De Haan, A. Ferreira y A. Ferreira, *Extreme value theory: an introduction*. Springer, 2006.
- [305] S. Markose y A. Alentorn, «The generalized extreme value distribution, implied tail index, and option pricing,» *The Journal of Derivatives*, vol. 18, n.º 3, págs. 35-60, 2011.
- [306] N. L. Johnson, S. Kotz y N. Balakrishnan, *Continuous univariate distributions, volume 2*. John Wiley & Sons, 1995.